

1. 실수 a, b 에 대하여 $a > b$ 일 때, 다음 <보기> 중 항상 성립하는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $|a| > |b|$

㉡ $a^3 > b^3$

㉢ $a^2 > b^2$

㉣ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $a > 0 > b$ 인 경우에는 b 의 절댓값이 더 클 수도 있다.
- ㉢ ㉠과 같은 맥락에서 생각해 볼 수 있다.
- ㉣ 역시 $a > 0 > b$ 인 경우 역수를 취하여도 부등호 방향은 변하지 않는다.

2. $-1 \leq x \leq 2$, $-5 \leq y \leq -2$ 일 때, $3x - 2y$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① -16 ② -8 ③ 8 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$-1 \leq x \leq 2 \text{ 이므로 } -3 \leq 3x \leq 6 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$-5 \leq y \leq -2 \text{ 이므로 } 4 \leq -2y \leq 10 \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면 $1 \leq 3x - 2y \leq 16$ 따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 16

3. 부등식 $-2 < -2(x-1) < 8$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-3 < x < 2$

해설

$$-2 < -2(x-1) < 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 < -2(x-1) \\ -2(x-1) < 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -3 \end{cases}$$

$$\therefore -3 < x < 2$$

4. 어느 연속하는 세 짝수의 합이 126 보다 크고 134 보다 작다고 할 때, 중간에 있는 수는 무엇인가?

① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

해설

연속하는 세 짝수 이므로 중간에 있는 수를 x 라고 잡으면 연속하는 세 수는 $x-2$, x , $x+2$ 라고 표현되고, 세 수의 합은 $3x$ 이다.

문제의 조건을 따르면, $\begin{cases} 3x > 126 \\ 3x < 134 \end{cases}$, 또는 $126 < 3x < 134$ 로

표현할 수 있다.

따라서 $\frac{126}{3} < x < \frac{134}{3}$ 이다.

이는 $42 < x < 44.666\dots$ 이다.

x 는 짝수이므로 44 이다.

5. 연속하는 세 자연수의 합이 10 이상 20 미만이고, 큰 수의 3 배는 작은 두 수의 합보다 10 이상 클 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면

$$\begin{cases} 10 \leq (x-1) + x + (x+1) < 20 \quad \cdots \textcircled{㉠} \\ (x-1) + x \leq 3(x+1) - 10 \quad \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

① 에서 $10 \leq 3x < 20$, $\therefore \frac{10}{3} \leq x < \frac{20}{3}$

② 에서 $2x - 1 \leq 3x - 7$, $-x \leq -6 \therefore x \geq 6$

$6 \leq x < \frac{20}{3}$ 이므로 이를 만족하는 자연수는 6 이고, 세 자연수는 5, 6, 7 이다.

따라서, 세 수 중 가장 큰 수는 7 이다.

7. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 이다. $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

(i) $x < -1$
 $-(x+1) - (x-1) \geq 4, x \leq -2$
(ii) $-1 \leq x < 1$
 $x+1 - (x-1) \geq 4$
 $2 \geq 4$ (성립 안함)
(iii) $x \geq 1$
 $x+1 + x-1 \geq 4$
 $x \geq 2$
(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$
 $\therefore a+b = 0$

8. 연립부등식 $3(2x-1) \leq 2(x+6)$, $2(x+6) \leq 5(x+1)$ 의 해가 모두 자연수일 때, 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$A : 3(2x-1) \leq 2(x+6) \Rightarrow 6x-3 \leq 2x+12$$

$$\Rightarrow 4x \leq 15 \Rightarrow x \leq \frac{15}{4}$$

$$B : 2(x+6) \leq 5(x+1) \Rightarrow 2x+12 \leq 5x+5$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{7}{3}$$

$$\therefore \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}$$

x 는 자연수이므로 부등식의 해는 3이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{2}{5} > x - 0.6 \\ 2 - \frac{x+2}{3} < \frac{x-4}{9} \end{cases}$ 의 해는?

- ① $x < 3$ ② $x > 3$ ③ $x > 4$
④ $3 < x < 4$ ⑤ 해가 없다.

해설

(i) $\frac{2}{3}x + \frac{2}{5} > x - 0.6$ 에서 $20x + 12 > 30x - 18$

$\therefore x < 3$

(ii) $2 - \frac{x+2}{3} < \frac{x-4}{9}$ 에서 $18 - 3x - 6 < x - 4$

$\therefore x > 4$

연립방정식의 해는 $x < 3$, $x > 4$ 이므로 해가 없다.

10. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \\ 3x - 1 \geq 5x - 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 가 3개일 때, 상수

a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{1}{2} < a \leq \frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2} \leq a < \frac{1}{2}$ ③ $0 \leq a < 1$
④ $\frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} \leq a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{x}{2} - \frac{a}{4} \geq \frac{x}{4} - \frac{1}{8} \text{ 에서 } x \geq a - \frac{1}{2}$$

$$3x - 1 \geq 5x - 7 \text{ 에서 } x \leq 3$$

$$\therefore a - \frac{1}{2} \leq x \leq 3$$

연립부등식을 만족하는 정수 x 가 3개이려면

$$0 < a - \frac{1}{2} \leq 1$$

$$\therefore \frac{1}{2} < a \leq \frac{3}{2}$$