

1. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 할 때 $|\alpha - \beta|$ 는 다음 중 어느 것과 같은가?

- ① $\frac{\sqrt{D}}{a}$ ② $\frac{-\sqrt{D}}{a}$ ③ $\frac{\sqrt{D}}{|a|}$
④ $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$ ⑤ $-\frac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\text{즉 } \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \text{ (단, } D = b^2 - 4ac \text{)}$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \left| \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{2\sqrt{D}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$$

2. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 4 ④ 8 ⑤ 11

해설

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$= 8 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = 11$$

3. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3이 되도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 방정식의 한 근을 2α 라 하면
다른 한 근은 3α 가 되므로

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\alpha = 10 & \dots\dots ① \\ 2\alpha \times 3\alpha = k & \dots\dots ② \end{cases}$$

①, ②를 풀면

$$\alpha = 2, k = 6 \times 2^2 = 24$$

4. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

5. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$

② $(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3})$

③ $(x+1-\sqrt{2}i)(x+1+\sqrt{2}i)$

④ $(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$

⑤ $(x-1-\sqrt{2}i)(x-1+\sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$\therefore x^2 + 2x + 4$

$$= \{x - (-1 + 3\sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$$

6. $x^2 + ax + b = 0$ (a, b 는 실수)의 한 근이 $1+i$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1+i$ 이므로,
켈레근 $1-i$ 도 식의 근.
 $(1+i) + (1-i) = -a$
 $\therefore a = -2$

7. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 틀린 것은? (단, a, b, c 는 실수이다.)

- ① 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$ 이다.
- ② 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 $\alpha, \beta, D = b^2 - 4ac$ 라고 하면 $(\alpha - \beta)^2 = \frac{D}{a^2}$ 이다.
- ③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab < 0$ 이다.
- ④ 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2 + (a - 2c)x + b - ac$ 도 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ⑤ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ (단, $a \neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac < 0$ 이다.

8. 조건 $x^2 - 2kx + k^2 + 2k + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2 를 만족하는 실수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
근과 계수와의 관계에서

$$\begin{cases} \alpha + \alpha + 2 = 2k & \dots\dots\textcircled{1} \\ \alpha(\alpha + 2) = k^2 + 2k + 3 & \dots\dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $\alpha = k - 1$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면,

$$(k - 1)(k + 1) = k^2 + 2k + 3$$

$$\therefore k = -2$$

9. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 b 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}, 4$ 를 얻었고, c 를 잘못 보아 $-1, 4$ 의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

(i) b 를 잘못 본 경우
 a 와 c 는 옳으므로 두 근의 곱은
 $\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{c}{a} \quad \therefore c = 2a$

(ii) c 를 잘못 본 경우
 a 와 b 는 옳으므로 두 근의 합은
 $-1 + 4 = 3 = -\frac{b}{a} \quad \therefore b = -3a$

(i), (ii)에서 주어진 방정식은
 $ax^2 - 3ax + 2a = 0$
 $a \neq 0$ 이므로 $x^2 - 3x + 2 = 0$
 $(x-1)(x-2) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$
따라서 근의 합은 3이다.

10. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+4xy+y^2=10 \end{cases}$ 의 한 쌍의 근을 (α, β) 라 할 때,

α^2, β^2 을 두 근으로 갖는 이차 방정식으로 옳은 것은?

① $x^2 - 5x + 3 = 0$ ② $x^2 + 5x - 3 = 0$

③ $x^2 - 5x + 1 = 0$ ④ $x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $x^2 - 6x + 1 = 0$

해설

$$\begin{cases} \alpha - \beta = 2 & \dots \textcircled{1} \\ \alpha^2 + 4\alpha\beta + \beta^2 = 10 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{이므로}$$

①의 양변을 제곱하면

$$\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 4 \quad \dots \textcircled{3}$$

② - ③에서

$$\alpha\beta = 1 \quad \dots \textcircled{4}$$

④을 ②에 대입하면 $\alpha^2 + \beta^2 = 6, \alpha^2\beta^2 = 1$

$\therefore \alpha^2, \beta^2$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은

$$x^2 - 6x + 1 = 0$$