

1. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

- ① $x(a - b)$ ② $(a - b)(x - y)$ ③ $(a + b)(x - y)$
④ $(a - b)(x + y)$ ⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

2. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

- ① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$ ② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$
③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$ ④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$
⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$$\begin{aligned} A = x^2 \text{로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2 \\ &= (3A + 2)(A - 1) \\ &= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

3. 두 다항식 $x^2 + ax - 2, x^2 + 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로 각각의 식에 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$\therefore 1 + a - 2 = 0, 1 + 3 + b = 0 \text{에서 } a = 1, b = -4$$

$$\therefore a + b = -3$$

4. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned}(좌변) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

5. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y \\&= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\&= (x + y - 2)(x - y) \\&= (x + ay)(x - by + c) \\&\text{계수를 비교하면} \\&a = -1, b = -1, c = -2 \\&\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4\end{aligned}$$

6. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$$a = 1999 \text{ 라 하면 } 1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1999^3+1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3+1}{a^2-a+1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} \\ &= a+1 = 2000 \end{aligned}$$

7. 두 다항식 $x^3 - 3x^2 + 2x$, $x^4 - 4x^3 + 4x^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(3) + g(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$$x^3 - 3x^2 + 2x = x(x-2)(x-1)$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = x^2(x-2)^2$$

$$\therefore f(x) = x(x-2), g(x) = x^2(x-1)(x-2)^2$$

$$\therefore f(3) + g(3) = 3 + 18 = 21$$

8. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A = x^2 + ax + 2, B = x^2 + bx + c$ [고 A, B 의 최대공약수가 $x+1$, 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은 ?]

① -1 ② 0 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$$A = m(x+1), B = n(x+1) \text{이라 놓으면}$$

$$mn(x+1) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$\therefore mn = x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$$

$$\therefore m = x+2, n = x-1 \text{ 또는 } m = x-1, n = x+2$$

$$A = (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$$

$$B = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$$

$$\text{여기서, } a = 3, b = 0, c = -1$$

$$\therefore a+b+c = 2$$

9. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식의 최소공배수가 $x^3 + 5x^2 - x - 5$ 이고 곱이 $x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 6x - 5$ 일 때, 두 이차식은?

- ① $x^2 - 2x + 1, x^2 + 6x + 5$ ② $x^2 - 2x + 1, x^2 - 6x + 5$
③ $x^2 - 1, x^2 + 6x + 5$ ④ $x^2 - 1, x^2 - 6x + 5$
⑤ $x^2 - 1, x^2 - 6x - 5$

해설

두 다항식을 $A = aG, B = bG$ (a, b 는 서로소)라고 하면
최소공배수 $L = abG, AB = abG^2$ 이다.

$$L = x^3 + 5x^2 - x - 5 = x^2(x + 5) - (x + 5)$$

$$= (x + 1)(x - 1)(x + 5)$$

$$AB = x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 6x - 5$$

$$= (x + 1)^2(x - 1)(x + 5)$$

$$\therefore G = x + 1$$

따라서, 두 이차식은 $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1, (x + 1)(x + 5) = x^2 + 6x + 5$ 이다.

10. $a - b = 1 + i$, $b - c = 1 - i$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} a - b &= 1 + i \quad \text{.....} \textcircled{1} \\ b - c &= 1 - i \quad \text{.....} \textcircled{2} \\ \textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 을 계산하면 } a - c &= 2 \\ a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \\ &= \frac{1}{2} \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} \\ &= \frac{1}{2} \{(1 + i)^2 + (1 - i)^2 + (-2)^2\} \\ &= \frac{1}{2} \{1 + 2i - 1 + 1 - 2i - 1 + 4\} \\ &= 2 \end{aligned}$$