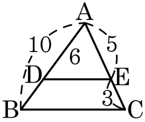
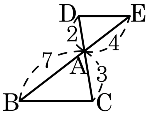
1. 다음 중 $\overline{BC} \mathbin{/\!/} \overline{DE}$ 인 것은?

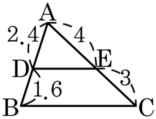
①



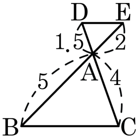
②



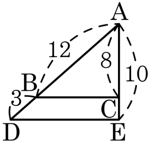
③



④



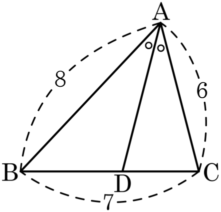
⑤



해설

⑤ $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$ 라면 $\overline{BC} \mathbin{/\!/} \overline{DE}$ 이다.
$15 : 12 = 10 : 8$ 이므로 $\overline{BC} \mathbin{/\!/} \overline{DE}$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?

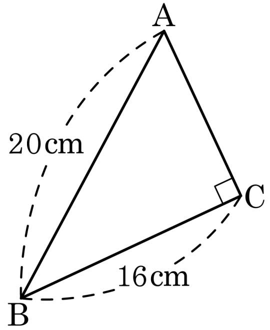


① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 8 : 6 = x : (7 - x) \therefore x = 4$

3. 다음과 같은 직각삼각형 ABC 의 넓이는?



① 92cm^2 ② 94cm^2 ③ 96cm^2

④ 98cm^2 ⑤ 100cm^2

해설

피타고라스 정리에 따라

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$

$\overline{AC}^2 = 400 - 256 = 144$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$

따라서 직각삼각형 ABC 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$ 이다.

4. 세 변의 길이가 각각 a, b, c 인 삼각형에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?
(단, a가 가장 긴 변의 길이이다.)

① $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.

② $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형이다.

③ $a = b$ 이고 $b = c$ 이면 정삼각형이다.

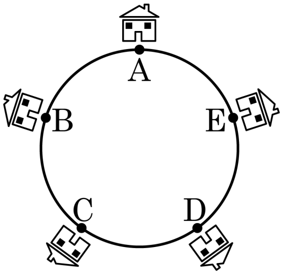
④ $a + b \geq c$ 이다.

⑤ $a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.

해설

④ 삼각형의 두 변의 합은 항상 나머지 한 변보다 크다.

5. 다음 그림과 같이 다섯 집이 원형으로 위치하고 있다. 각 집을 직선으로 잇는 길을 만든다고 할 때, 만들 수 있는 길의 개수는?

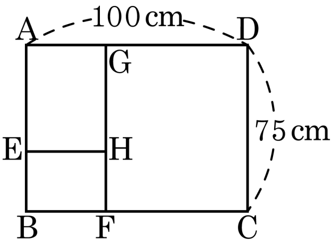


① 5개 ② 9개 ③ 10개 ④ 12개 ⑤ 16개

해설

A, B, C, D, E의 5개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $5 \times 4 = 20$(가지)이다. 이 때, $\overline{AB}$는 $\overline{BA}$이므로 구하는 경우의 수는 $\dfrac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$(개)이다.

6. 다음 그림에서 세 직사각형 ABCD, GAEH, EBFH 가 닮음일 때, $\overline{BF}$ 의 길이는 ?



① 25cm ② 36cm ③ 50cm ④ 75cm ⑤ 90cm

해설

$\overline{AD} : \overline{DC} = \overline{GH} : \overline{HE} = \overline{EH} : \overline{HF}$

$\overline{AD} : \overline{DC} = 100 : 75 = 4 : 3$

$\overline{EH} = \overline{BF} = a$ 라고 하면

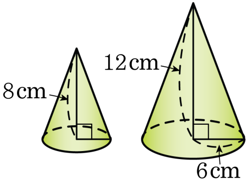
$\overline{HF} = \dfrac{3}{4}a$, $\overline{GH} = \dfrac{4}{3}a$

$\overline{GH} + \overline{HF} = \overline{DC} = 75(\text{cm})$ 이므로

$\dfrac{4}{3}a + \dfrac{3}{4}a = 75$, $\dfrac{25}{12}a = 75$, $a = 36(\text{cm})$

$\therefore \overline{BF} = 36\text{cm}$

7. 다음 그림의 두 원뿔이 닮은 도형일 때, 작은 원뿔의 밑면의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8π cm

해설

작은 원뿔의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

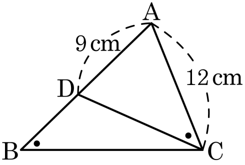
$8 : 12 = r : 6$

$12r = 48$

$\therefore\ r = 4$

따라서 밑면의 둘레는 $2\pi \times 4 = 8\pi(\mathrm{cm})$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle ACD$, $\overline{AC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm

④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

$\angle B = \angle ACD$, $\angle A$는 공통이므로

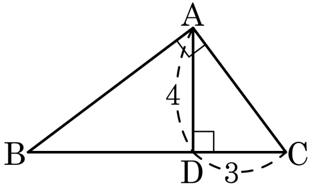
$\triangle ACD \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)

$\therefore 9 : 12 = 12 : \overline{AB}$

$\overline{AB} = 16\,\text{cm}$

$\therefore \overline{BD} = \overline{AB} - 9 = 16 - 9 = 7(\,\text{cm})$

9. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 빗변 $\overline{BC}$ 에 그은 수선의 발을 D 라 하면 $\overline{CD} = 3$, $\overline{AD} = 4$ 이다. $\overline{BD}$ 의 길이는?



① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$ ④ $\frac{25}{3}$ ⑤ 5

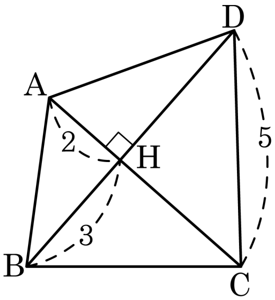
해설

$\overline{AD}^2 = \overline{CD} \times \overline{BD}$ 이므로

$4^2 = 3 \times \overline{BD}$

$\therefore \ \overline{BD} = \frac{16}{3}$

10. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{AH} = 2$, $\overline{BH} = 3$, $\overline{CD} = 5$ 일 때, $\overline{AD^2} + \overline{BC^2}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

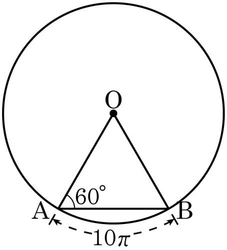
▷ 정답 : 38

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = (2^2 + 3^2) + 5^2 = 38$

$\therefore \overline{AD^2} + \overline{BC^2} = 38$

11. 다음 그림과 같이 $\angle OAB = 60°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\widehat{AB} = 10\pi$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 30

해설

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AOB = 60°$ 이고,

$2\pi \times \overline{OA} \times \dfrac{60°}{360°} = 10\pi,\ \overline{OA} = 30$

점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면

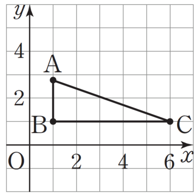
$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : 1$

$\overline{AH} = 15$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 30$

12.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$가 있다. 두 점 $A\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, $C(6,\ 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6,\ 1)$

이므로 점 B의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=\frac{12}{7}$, $\overline{BC}=5$이므로

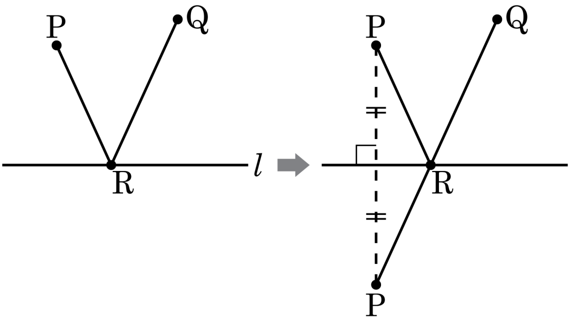
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\left(\frac{12}{7}\right)^2+5^2=\frac{1369}{49}$

$\therefore\ \overline{AC}=\frac{37}{7}$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$이다.

13. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\boxed{}$에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 $\boxed{}$가 직선 l과 만나는 점을 $\boxed{}$로 잡는다.



① l, PQ, Q ② l, PQ, R ③ l, P′Q, R

④ Q, PQ, Q ⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

14. 1, 2, 3, 4, 5 의 다섯 장의 카드에서 한 장씩 세 번을 뽑아 세 자리의 정수를 만들 때, 432 초과인 수가 나오는 경우의 수는? (단, 같은 카드를 여러 번 뽑을 수 있다.)

① 25 가지 ② 30 가지 ③ 38 가지

④ 41 가지 ⑤ 48 가지

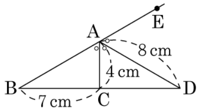
해설

세 자리 정수 중 432 보다 큰 경우는

백의 자리	십의 자리	일의 자리	경우의 수
4	3	3,4,5	$1\times1\times3=$ 3(가지)
4	4	1,2,3,4,5	$1\times2\times5=10$(가지)
5	1,2,3,4,5	1,2,3,4,5	$1\times5\times5=25$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $3+10+25=38$ (가지) 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\angle BAC = \angle CAD = \angle DAE$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.

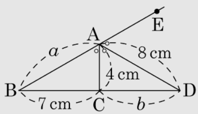


▶ 답: ________ cm

▷ 정답: 7 cm

해설

그림과 같이 $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ 라고 하면



$\triangle ABD$ 에서 내각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$

$a : 8 = 7 : b$

$\therefore\ ab = 56 \cdots$ ㉠

또, 삼각형의 외각의 이등분선의 정리에 의해

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

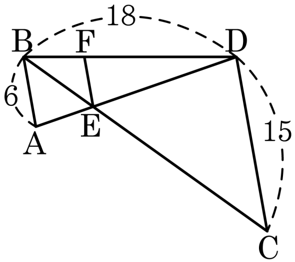
$a : 4 = (7 + b) : b$

$\therefore\ ab = 28 + 4b \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $56 = 28 + 4b$ $\quad\therefore\ b = 7$

따라서 $\overline{CD} = 7\text{cm}$ 이다.

16. 다음과 같이 $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{EF} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$ 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이는?



① $\frac{31}{7}$ ② $\frac{32}{7}$ ③ $\frac{34}{7}$ ④ $\frac{36}{7}$ ⑤ $\frac{37}{7}$

해설

$\overline{AE} : \overline{ED} = 2 : 5$ 이므로

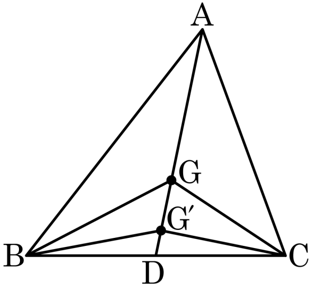
$\overline{BF} : \overline{FD} = 2 : 5$

$\overline{BF} : \overline{BD} = 2 : 7$

$\overline{BF} : 18 = 2 : 7$

$\therefore \overline{BF} = \frac{36}{7}$

17. 다음 그림에서 점 G 와 G′ 은 각각 △ABC 와 △GBC 의 무게중심일 때, $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D}$는?



① $2:1:1$ ② $3:2:1$ ③ $4:2:1$

④ $5:2:1$ ⑤ $6:2:1$

해설

점 G 와 G′ 은 각각 △ABC 와 △GBC 의 무게중심이므로 $\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2:1$, $\overline{AG} : \overline{GD} = 2:1$ 이다.
$\overline{GG'} = 2\overline{G'D}$, $\overline{AG} = 6\overline{G'D}$ 이므로 $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D} = 6:2:1$ 이다.

18. 축척이 $\frac{1}{100000}$ 인 지도에서 40cm 떨어진 두 지점을 시속 80km 로 두 번 왕복하는데 걸리는 시간을 구하여라.

① 50분 ② 55분 ③ 1시간

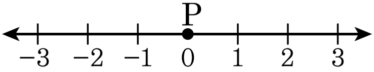
④ 1시간20분 ⑤ 2시간

해설

(두 번 왕복한 실제 거리) $= 2 \times 2 \times 40 \times 100000 = 16000000(\mathrm{cm})$
따라서 $160(\mathrm{km})$ 이다.

따라서 왕복하는데 걸리는 시간은 $\frac{160}{80} = 2$(시간) 이다.

19. 다음 그림과 같이 수직선의 원점 위에 점 P 가 있다. 동전 한 개를 던져서 앞면이 나오면 오른쪽으로 1 만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1 만큼 점 P 를 움직인다고 한다. 동전을 네 번 던져서 점 P 가 2 에 올 확률은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

해설

동전을 네 번 던졌을 때 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$ (가지) 이다.

P 가 2 에 오는 경우는 앞이 3 번, 뒤가 1 번인 경우이다.

(앞, 앞, 앞, 뒤), (앞, 앞, 뒤, 앞), (앞, 뒤, 앞, 앞), (뒤, 앞, 앞, 앞) 의 4 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ 이다.

20. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b라 할 때, 두 직선 $3x+ay+1=0$, $(b+1)x+4y+1=0$ 이 평행하게 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{12}$

해설

모든 경우의 수는 36

두 직선이 평행하다면 $\frac{3}{b+1}=\frac{a}{4}\neq 1$이므로

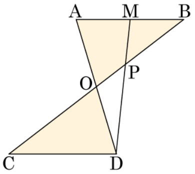
이 식을 정리하면

$a\times(b+1)=12,\ a\neq 4,\ b\neq 2$

이렇게 되는 $(a,\ b)$는 $(2,\ 5)$, $(3,\ 3)$, $(6,\ 1)$로 3가지이다.

$\therefore$ 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

21. 다음 그림에서 선분 AB 와 CD 의 길이는 같고 두 선분은 서로 평행하다. 선분 AB 의 중점 M 에 대하여 선분 DM 과 BC 의 교점을 P 라 할 때, 삼각형 BMP 의 넓이는 3 이다. 삼각형 OAB 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

점 B, D 를 연결하여 삼각형 ADB 를 만들면 삼각형 OAB, OCD 는 합동이므로 $\overline{OA} = \overline{OD}$

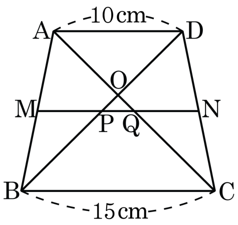
점 M은 선분 AB 의 중점이므로 점 P 는 삼각형 ABD 의 무게중심이다.

삼각형 ABD 의 넓이를 S 라 할 때,

$\triangle BMP = \frac{S}{6}$, $\triangle OAB = \frac{S}{2}$

따라서 삼각형 OAB 의 넓이는 9 이다.

22. 다음 그림은 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AM} : \overline{MB} = 3 : 2$ 이고 $\triangle AOD = 30\,\text{cm}^2$ 일 때, $\square PBCQ$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 60 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$$\overline{PQ} = \frac{3 \times 15 - 2 \times 10}{3+2} = 5\ (\text{cm})$$

$\triangle OPQ : \triangle AOD : \triangle OBC = 1 : 4 : 9$

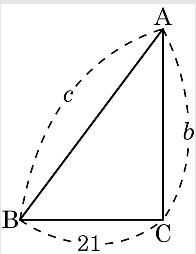
$\square PBCQ = 2\triangle AOD = 60\ \left(\text{cm}^2\right)$

23. 세 변의 길이가 모두 자연수이고, $\angle C = 90°$, $\overline{BC} = 21$, $\overline{BC} < \overline{AC}$ 인 삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 294

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ 라 하자. (단, b, c는 자연수이다.)

$c^2 = 21^2 + b^2$, $c^2 - b^2 = 21^2$

$(c - b)(c + b) = 3^2 \times 7^2$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times b \times 21$ 이 최소가 되려면 b 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c + b > c - b$ 인 경우를 순서쌍 $(c + b,\ c - b)$ 로 나타내어 보면

$$(c + b,\ c - b) = (7^2,\ 3^2),\ (7^2 \times 3,\ 3),\ (7 \times 3^2,\ 7),\ (7^2 \times 3^2,\ 1)$$

이때, b 의 값이 최소가 되는 경우는

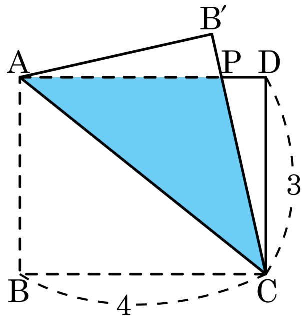
$c + b = 7 \times 3^2$, $c - b = 7$ 이다.

$\therefore\ c = 35,\ b = 28$ ($b > 21$ 에 만족한다.)

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$\frac{1}{2} \times 21 \times 28 = 294$ 이다.

24. 다음 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 $4\,\text{cm}$, $3\,\text{cm}$ 인 직사각형 모양의 종이를 대각선 AC 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 변 B′C 가 변 AD 와 만나는 점을 P 라고 할 때, △ACP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\dfrac{75}{16}\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{\text{AP}}$ 의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면

$\overline{\text{PD}} = 4 - x(\text{cm})$

△AB′P 와 △CDP 는 서로 합동이므로

$\overline{\text{PD}} = \overline{\text{PB}'} = 4 - x(\text{cm})$

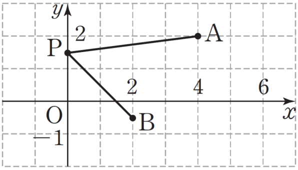
$x^2 = (4-x)^2 + 3^2$,$x = \dfrac{25}{8}$

(△ACP 의 넓이)

$= 6 - \dfrac{1}{2} \times \dfrac{7}{8} \times 3 = \dfrac{75}{16}(\text{cm}^2)$

25.

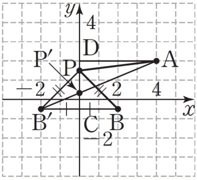
다음 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(4,\ 2)$, $B\left(2,\ -\dfrac{1}{2}\right)$과 y축 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 길이가 최소일 때, $\overline{AP}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{13}{3}$

해설



오른쪽 그림과 같이 점 B와 y축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면 $B'\left(-2,\ -\dfrac{1}{2}\right)$이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}\geq\overline{AB'}$

$\overline{AB'}^2=(2+4)^2+\left(\dfrac{1}{2}+2\right)^2=\dfrac{169}{4}$

$\therefore\ \overline{AB'}=\dfrac{13}{2}$

$\overline{AP}+\overline{BP}$의 길이가 최소일 때의 점 P의 위치를 P′이라하면 $\triangle B'CP'$과 $\triangle ADP'$에서

$\angle B'P'C=\angle AP'D$ (맞꼭지각),

$\angle B'CP'=\angle ADP'=90^{\circ}$

$\therefore\ \triangle B'CP' \backsim \triangle ADP'$ (AA 닮음)

$\overline{B'P'}:\overline{AP'}=\overline{B'C}:\overline{AD}=2:4=1:2$이므로

$\overline{AP'}=\dfrac{2}{3}\overline{AB'}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{13}{2}=\dfrac{13}{3}$

따라서 구하는 $\overline{AP}$의 길이는 $\dfrac{13}{3}$이다.