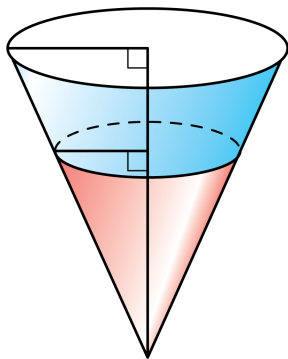


1. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 깊이의 $\frac{2}{3}$ 까지는 옆면에 빨간 페인트를 칠하고, 나머지 옆면에는 파란 페인트를 칠했다. 칠해진 빨간 페인트를 S_1 , 파란 페인트를 S_2 라 할때, $\frac{S_1}{S_2}$ 의 값은?



① $\frac{4}{5}$

② $\frac{9}{4}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{4}{9}$

⑤ $\frac{5}{4}$

해설

그릇 전체의 옆넓이를 A 라고 하면 그릇의 옆넓이와 빨간 페인트를 칠한 부분의 넓이의 비는

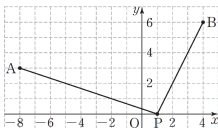
$$1 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 : \frac{4}{9} \text{ 이므로}$$

$$S_1 = \frac{4}{9}A, S_2 = \left(1 - \frac{4}{9}\right)A = \frac{5}{9}A$$

$$S_1 : S_2 = \frac{4}{9}A : \frac{5}{9}A = 4 : 5$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{5}$$

다음 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(-8, 3)$, $B(4, 6)$ 과 x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 길이가 최소일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

오른쪽 그림과 같이 점 A 와 x 축에 대하여 대칭인 점을 A' 이라 하면

$A'(-8, -3)$ 이므로

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$$

$$\overline{A'B}^2 = (8+4)^2 + (3+6)^2$$

$$= 225 \quad \therefore \overline{A'B} = 15$$

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 길이가 최소일 때의 점 P 의 위치를 P' 이라 하면

$\triangle A'CP'$ 과 $\triangle BDP'$ 에서

$\angle A'P'C = \angle BP'D$ (맞꼭지각),

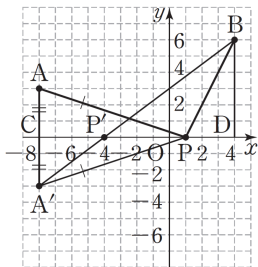
$\angle A'CP' = \angle BDP' = 90^\circ$

$\therefore \triangle A'CP' \sim \triangle BDP'$ (AA 닮음)

$\overline{A'P'} : \overline{BP'} = \overline{A'C} : \overline{BD} = 3 : 6 = 1 : 2$ 이므로

$$\overline{A'P'} = \frac{1}{3} \overline{A'B} = \frac{1}{3} \times 15 = 5$$

따라서 구하는 $\overline{AP}$ 의 길이는 5이다.



3. 9개의 쿼를 세 개의 바구니에 나누어 담는 방법의 경우의 수를 구하여라. (단, 각 바구니에 적어도 한 개씩은 넣는다.)

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 7가지

해설

$(1, 1, 7), (1, 2, 6), (1, 3, 5), (1, 4, 4), (2, 2, 5), (2, 3, 4), (3, 3, 3)$

$\therefore$ 7가지

4. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 눈의 차가 2가 되는 경우의 수를 구하여라.

① 4 가지

② 6 가지

③ 8 가지

④ 10 가지

⑤ 12 가지

해설

(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)

5. 미영, 진수, 세진이가 가위, 바위, 보를 할 때, 세 사람이 모두 같은 것을 내지 않는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

미영이가 낼 수 있는 경우는 3 가지, 진수가 낼 수 있는 경우는 2 가지, 세진이가 낼 수 있는 경우는 1 가지이므로 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)이다.

6. 선생님 1명, 남학생 3명, 여학생 3명이 일렬로 설 때, 여학생끼리 이웃하게 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{7}$

해설

7명이 일렬로 서게 되는 모든 경우의 수는
 $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$ (가지)

여학생끼리 이웃하게 될 경우의 수는
여학생을 한 묶음으로 보면

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ (가지)}$$

여학생끼리 자리를 바꾸는 경우

$$3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ (가지)}$$

$$\text{따라서 } 120 \times 6 = 720 \text{ (가지)}$$

$$\text{따라서 구하는 확률은 } \frac{720}{5040} = \frac{1}{7}$$

7. 5 만원을 가지고 청바지 한 벌과 치마 한 벌을 사기 위해 옷가게에 갔다. 옷가게를 한 번 돌고나니 3 가지의 청바지(각각 2 만2 천원, 2 만5 천원, 2 만7 천원)가 맘에 들었고, 2 가지의 치마(각각 2 만 6천원, 2 만 3천원)이 맘에 들었다. 가지고 있는 현금으로 살 수 있는 방법의 가짓수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▶ 정답 : 4가지

해설

청바지와 치마를 차례로 (A, B, C) , (a, b) 로 두면, 각각의 가격의 합이 가지고 있는 돈 (5 만원)을 넘지 않는 경우는 Aa, Ab, Bb, Cb의 4 가지이다.

8. 주머니 속에 10원짜리, 50원짜리, 100원짜리, 500원짜리 동전이 각각 한 개씩 들어 있다. 이 주머니에서 꺼낼 수 있는 금액의 경우의 수는?

① 12가지

② 13가지

③ 14가지

④ 15가지

⑤ 16가지

해설

각 동전마다 나올 수 있는 경우의 수는 2가지씩이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$, 그런데 하나도 안 뽑히는 경우는 빼야하므로 $16 - 1 = 15$ (가지)이다.

9. 500 원, 100 원, 50 원짜리 동전을 각각 2 개씩 가지고 있다. 이 때, 각 동전을 적어도 1 개 이상 사용하여 돈을 지불하는 경우의 수는?

① 4 가지

② 5 가지

③ 6 가지

④ 7 가지

⑤ 8 가지

해설

500 원짜리 x 개, 100 원짜리 y 개, 50 원짜리 z 개를 사용하여 돈을 지불할 수 있는 순서쌍 (x, y, z) 를 갖되 x, y, z 모두 1 또는 2 의 값을 갖도록 하면 된다. x, y, z 는 모두 2 개씩 있으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지) 이다.

10. 주사위 세 번을 던져 나온 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $3a + 2b + c = 10$ 일 확률은?

① $\frac{1}{216}$

② $\frac{1}{72}$

③ $\frac{1}{54}$

④ $\frac{1}{36}$

⑤ $\frac{7}{216}$

해설

$$a = 1 \text{ 이면, } 2b + c = 7$$

$$(b, c) = (1, 5), (2, 3), (3, 1)$$

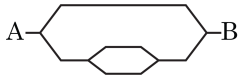
$$a = 2 \text{ 이면, } 2b + c = 4$$

$$(b, c) = (1, 2)$$

$a = 3$ 이면, $2b + c = 1$ 이므로 만족하는 (b, c) 는 없다.

$$\text{따라서 모두 4 가지이므로 구하는 확률은 } \frac{4}{216} = \frac{1}{54}$$

11. A, B 두 지점 사이에 다음 그림과 같이 도로가 놓여 있다. 갑은 A 에서 B 로, 을은 B 에서 A 로 동시에 같은 속도로 출발하였을 때, 두 사람이 도중에 만날 확률을 구하면? (단, 두 사람이 갈림길에서 하나의 길을 선택하는 확률은 각각 $\frac{1}{2}$ 이다.)



① $\frac{1}{8}$

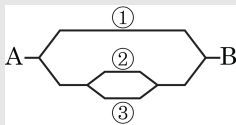
② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{3}{8}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설



①에서 만날 확률 : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

②, ③에서 만날 확률 : $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{8}$

$\therefore \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

12. 10은 $1 + 1 + 8$ 로 나타낼 수 있다. 이와 같이 10을 3개의 자연수의 합으로 나타내는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라. (단, $1 + 1 + 8$ 은 $1 + 8 + 1$, $8 + 1 + 1$ 과 같은 것으로 한다.)

▶ 답: 가지

▷ 정답: 8가지

해설

합이 10이 되는 자연수 (x, y, z) 는

$(1, 1, 8), (1, 2, 7), (2, 2, 6), (1, 3, 6), (2, 3, 5), (3, 3, 4),$
 $(1, 4, 5), (2, 4, 4)$

$\therefore$ 8 가지

13. 부모를 포함한 6명의 가족이 나란히 서서 사진을 찍으려고 한다. 이때, 아버지, 어머니가 양 끝에 서는 경우의 수는?

① 12가지

② 18가지

③ 24가지

④ 36가지

⑤ 48가지

해설

부모를 제외한 네 명이 나란히 서는 경우이므로 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

이때, 부모는 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 구하는 경우의 수는 $24 \times 2 = 48$ (가지)

14. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생은 이웃하여 서는 경우는 모두 몇 가지 인가?

① 48 가지

② 96 가지

③ 110 가지

④ 120 가지

⑤ 240 가지

해설

여학생 2 명을 한 명으로 보고 일렬로 세운 다음, 여학생끼리 자리를 바꾼다.

$$(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 2 = 240(\text{가지})$$

좌표평면 위의 세 점 $A\left(2, \frac{15}{2}\right)$, $B(2, 3)$, $C\left(\frac{22}{5}, 3\right)$ 에 대하여 $\triangle ABC$ 를 직선 AC 를 축으로 하여 1회전시킬 때, 생기는 입체도형의 부피를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{648}{85}\pi$

해설

$\triangle ABC$ 를 직선 AC 를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB} = \frac{15}{2} - 3 = \frac{9}{2},$$

$$\overline{BC} = \frac{22}{5} - 2 = \frac{12}{5} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AC}^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{2601}{100} \quad \therefore \overline{AC} = \frac{51}{10}$$

점 B 에서 직선 AC 에 내린 수선이 발을 H 라 하면

$$\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH} \text{ 이므로 } \frac{9}{2} \times \frac{12}{5} = \frac{51}{10} \times \overline{BH}$$

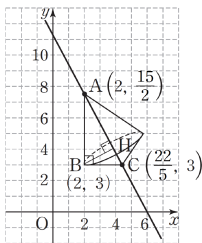
$$\therefore \overline{BH} = \frac{36}{17}$$

$\therefore$ (부피)

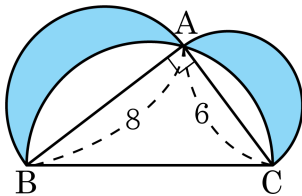
$$= \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{36}{17}\right)^2 \times \overline{AH} + \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{36}{17}\right)^2 \times \overline{CH}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{36}{17}\right)^2 \times \overline{AC}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{36}{17}\right)^2 \times \frac{51}{10} = \frac{648}{85}\pi$$



16. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 개의 반원을 그린 것이다. $\overline{AB} = 8, \overline{AC} = 6$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 24

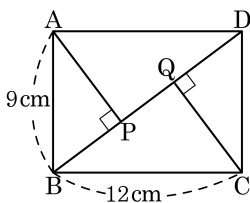
해설

(색칠한 부분의 넓이) = $\triangle ABC$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6$$

$$= 24$$

17. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{AP} + \overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16.8cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 15(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AP} \times \overline{BD} = \overline{AB} \times \overline{AD}$ 이므로,

$\overline{AP} = 7.2(\text{cm})$ 이다.

$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로

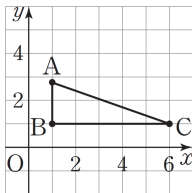
$\overline{PD} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{BD}$ 에서

$\overline{AD}^2 = \overline{PD} \times \overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD} = 9.6(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{AP} + \overline{PD} = 7.2 + 9.6 = 16.8(\text{cm})$ 이다.

18.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$ 가 있다. 두 점 $A\left(1, \frac{19}{7}\right)$, $C(6, 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1, \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6, 1)$ 이므로 점 B의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

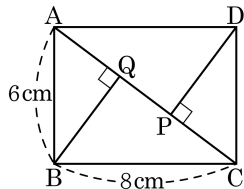
따라서 $\overline{AB} = \frac{12}{7}$, $\overline{BC} = 5$ 이므로

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AC}^2 = \left(\frac{12}{7}\right)^2 + 5^2 = \frac{1369}{49}$$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{37}{7}$$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B,D 에서 수선을 내렸을 때, $\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

cm²

▷ 정답 : 8.64 cm²

해설

$\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하기 위해서 $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 각각 구하면,

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.

$\triangle ABQ$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로

$$\overline{AQ} = \frac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$$

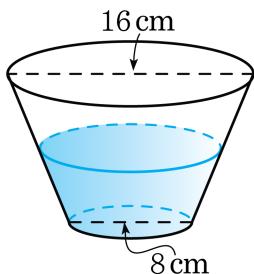
$\overline{BQ} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$

$$\overline{BQ} = \frac{48}{10} = 4.8(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ABQ$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(\text{cm}^2) \text{이다.}$$

20. 다음 그림과 같이 그릇의 안이 원뿔대 모양인 그릇에 물을 부어서 높이가 절반이 되도록 하였다. 들어갈 수 있는 물의 최대 부피가 504cm^3 일 때, 현재 물의 부피를 구하면 $a\text{cm}^3$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.



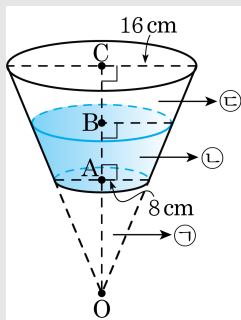
▶ 답 :

▷ 정답 : 171

해설

다음 그림과 같이 원뿔대를 연장하고, ㉠, ㉡, ㉢은 각각의 부피를 나타낸다고 하면

$\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 1$ 이므로 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 각각 축으로 하는 원뿔의 뒀음비는 $2 : 3 : 4$, 부피 비는 $8 : 27 : 64$ 이므로 $\text{㉡} : (\text{㉡} + \text{㉢}) = 19 : 56$



현재 물의 부피를 $a\text{cm}^3$ 라 할 때 $a : 504 = 19 : 56$

$\therefore a = 171$