

1. $a \neq 0$ 이고, a, b 가 정수일 때, 다음 중 $\frac{b}{a}$ 의 꼴로 나타낼 수 없는 것은?

① 0

② -2

③ 0.17

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1.020030004...

해설

⑤ 1.020030004...은 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

2. 유리수는 유한소수와 (가)로 나누어진다. 다음 중 (가)에 속하는 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\frac{2}{5}$	㉡ -3.141592
㉢ $0.4272727\cdots$	㉣ $\frac{7}{28}$
㉤ $-\frac{5}{6}$	㉥ $-\frac{108}{2 \times 3^2}$
㉦ $\frac{27}{2 \times 3^2 \times 5}$	㉧ $\frac{10}{2 \times 5 \times 7}$

- ① ㉠, ㉢
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉢, ㉤, ㉧
- ④ ㉤, ㉥, ㉧
- ⑤ ㉥, ㉥, ㉦

해설

유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.

- ㉠ 유한소수
- ㉡ 유한소수
- ㉢ 순환소수
- ㉣ 유한소수
- ㉤ 순환소수
- ㉥ 유한소수
- ㉦ 유한소수
- ㉧ 순환소수

3. 순환소수 $3.\dot{7}5$ 를 기약분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{169}{45}$

해설

$$3.\dot{7}5 = \frac{375 - 37}{90} = \frac{338}{90}$$

4. 다음 수 중에서 1 에 가까운 순으로 쓴 것은?

㉠ 1.i ㉡ 1.0i ㉢ 1.0i ㉣ 1.01

① ㉠ → ㉡ → ㉣ → ㉢ ② ㉡ → ㉠ → ㉣ → ㉢

③ ㉣ → ㉠ → ㉢ → ㉡ ④ ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉣

⑤ ㉣ → ㉢ → ㉡ → ㉠

해설

㉠ 1.1111...
㉡ 1.0111...
㉢ 1.010101...
㉣ 1.01
∴ ㉣ → ㉢ → ㉡ → ㉠의 순서이다.

5. $0.\dot{5}$ 에 어떤 수 a 를 더하여 $1.0\dot{2}$ 가 되었다. 이 때 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{15}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

해설

주어진 순환소수를 분수로 나타내면

$$0.\dot{5} = \frac{5}{9} \text{ 이고 } 1.0\dot{2} = \frac{102 - 10}{90} = \frac{46}{45} \text{ 이므로}$$

$$\frac{5}{9} + a = \frac{46}{45} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = \frac{7}{15}$$

6. 순환소수 $0.4\dot{6}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 3

② 5

③ 15

④ 40

⑤ 99

해설

$$0.4\dot{6} = \frac{46 - 4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

따라서 A 는 15의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 있는 것은 15이다.

7. 분수 $\frac{a}{70}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{3}{b}$ 이 된다고 한다. a 가 30 이하의 자연수일 때, a, b 의 값은?

① $a = 7, b = 10$

② $a = 21, b = 7$

③ $a = 14, b = 10$

④ $a = 21, b = 10$

⑤ $a = 10, b = 21$

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{3}{b}$ 이므로 $a = 3 \times 7 = 21, b = 2 \times 5 = 10$

$\therefore a = 21, b = 10$

8. 분수 $\frac{22}{111}$ 의 순환마디를 x , $\frac{7}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 201

해설

$$\begin{aligned}\frac{22}{111} &= 0.\dot{1}9\dot{8} \\ x &= 198 \\ \frac{7}{3} &= 2.\dot{3} \\ y &= 3 \\ \therefore x + y &= 201\end{aligned}$$

9. 분수 $\frac{17}{6}$ 을 소수로 나타내면?

- ① $2.8\dot{0}3$ ② $2.\dot{8}03$ ③ $2.80\dot{3}$ ④ $2.8\dot{3}$ ⑤ $2.\dot{8}3$

해설

$$17 \div 6 = 2.83333 \cdots = 2.8\dot{3}$$

10. $x = 0.\dot{5}8\dot{3}$ 일 때, $x \times (10^3 - 1)$ 은 몇 자리 정수인가?

- ① 한 자리 정수
- ② 두 자리 정수
- ③ 세 자리 정수
- ④ 네 자리 정수
- ⑤ 다섯 자리 정수

해설

$$\begin{aligned} x &= 0.\dot{5}8\dot{3} = \frac{583}{999} \\ x \times (10^3 - 1) &= \frac{583}{999} \times 999 = 583 \end{aligned}$$

11. $\frac{1}{5} < 0.\dot{x} \leq \frac{1}{3}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 더하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{5} &< \frac{x}{9} \leq \frac{1}{3} \\ \frac{9}{45} &< \frac{5x}{45} \leq \frac{15}{45} \\ 9 &< 5x \leq 15 \\ \frac{9}{5} &< x \leq 3\end{aligned}$$

만족하는 x 의 값은 2, 3이므로 모두 더하면 5이다.

12. $A \times 0.\dot{3} = \frac{2}{3}$ 일 때, A 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$A \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$A = \frac{2}{3} \times 3$$

$$\therefore A = 2$$

13. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 현빈이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}8$ 이 되었고, 찬열이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}9$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{17}{9}$ ② $\frac{19}{9}$ ③ $\frac{17}{90}$ ④ $\frac{19}{90}$ ⑤ $\frac{17}{99}$

해설

$$\text{현빈 : } 0.\dot{1}8 = \frac{17}{90},$$

$$\text{찬열 : } 0.\dot{1}9 = \frac{19}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{찬열이가 본 분자})}{(\text{현빈이가 본 분모})} = \frac{19}{90} = A \text{ 이다.}$$

14. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이다.
- ② 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ④ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 무한소수는 유리수가 아니다.

해설

- ① 정수가 아닌 유리수에는 유한소수와 순환소수가 있다.
- ② 무한소수 중에서 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ③ 유한소수는 모두 유리수이다.
- ⑤ 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

15. $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

구하는 수는 두 자리 자연수 중 $2^x, 5^y, 2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되는 수이다.

2^x 꼴인 수는 $x = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

5^y 꼴인 수는 $y = 2$ 일 때의 1개

$2^x \times 5^y$ 꼴인 경우는

$y = 1$ 일 때 $x = 2, 3, 4$ 의 3개

$y = 2$ 일 때 $x = 1$ 의 1개

$\therefore$ 8개

16. $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중에서 분모가 30 일 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 분자의 자연수를 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중 분모가 30 인 수는 $\frac{11}{30}$ 부터 $\frac{17}{30}$ 까지이다.

$$\left(\frac{10}{30} < x < \frac{18}{30}\right)$$

유한소수는 분모의 소인수가 2 나 5가 되어야 하므로, $\frac{\square}{2 \times 3 \times 5}$

에서 $\square$ 는 3의 배수가 되어야 한다. 따라서, 위 조건을 만족하는

수는 $\frac{12}{30}$, $\frac{15}{30}$ 가 되므로 두 수의 합은 27이 된다.

17. $\frac{20}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수 20 번째 자리의 숫자와 소수 30 번째 자리의 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{20}{7} = 2.857142857142\cdots$ 이므로 6개의 숫자가 반복된다. $20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 20 번째 자리의 숫자는 5 이고 $30 = 6 \times 5 + 0$ 이므로 30 번째 자리의 숫자는 2 이다. 따라서 합은 7 이다.

18. 다음은 순환소수 $6.7\dot{3}5\dot{2}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. (㉠) ~ (㉣)에 들어갈 수로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$ 로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$ ㉠
㉠의 양변에 $\boxed{\text{(㉠)}}$ 을 곱하면
 $\boxed{\text{(㉠)}} x = 67352.352352\cdots$ ㉡
㉠의 양변에 $\boxed{\text{(㉢)}}$ 을 곱하면
 $\boxed{\text{(㉢)}} x = 67.352352\cdots$ ㉣
㉡ - ㉣을 하면 $\boxed{\text{(㉢)}} x = \boxed{\text{(㉢)}}$
 $\therefore x = \boxed{\text{(㉢)}}$

- ① (㉠) 10000

② (㉢) 10

③ (㉢) 9999
- ④ (㉢) 67285

⑤ (㉢) $\frac{13457}{9999}$

해설

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$ 으로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$ ㉠
㉠의 양변에 10000을 곱하면
 $10000x = 67352.352352\cdots$ ㉡
㉠의 양변에 10을 곱하면
 $10x = 67.352352\cdots$ ㉣
㉡ - ㉣을 하면 $9990x = 67285$
 $\therefore x = \frac{13457}{1998}$

19. 자연수 n 과 유리수 x, y 에 대하여 $xy = -1$ 일 때, $x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$xy = -1$ 이면 $\frac{1}{x} = -y, \frac{1}{y} = -x$ 이므로

$$\begin{aligned} & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + \left(\frac{1}{x}\right)^{2n-1} + y^{2n-1} + \left(\frac{1}{y}\right)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} + (-y)^{2n-1} + y^{2n-1} + (-x)^{2n-1} \\ & + (-1)^{2n-1} + (-1)^{1-2n} \end{aligned}$$

자연수 n 에 대하여 $2n-1$ 은 홀수이므로

$$\begin{aligned} \therefore & x^{2n-1} + x^{1-2n} + y^{2n-1} + y^{1-2n} \\ & + (xy)^{2n-1} + (xy)^{1-2n} \\ & = x^{2n-1} - y^{2n-1} + y^{2n-1} - x^{2n-1} - 1 - 1 \\ & = -2 \end{aligned}$$

20. 자연수 n 에 대하여 $\frac{n}{42}$ 을 유한소수로 나타낼 수 없을 때, 이 중 100 번째로 작은 수를 기약분수로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{52}{21}$

해설

$\frac{n}{42} = \frac{n}{2 \times 3 \times 7}$ 이므로 분모가 42 이고, 분자가 자연수인 분수 중에서 유한소수가 아닌 수는 분자가 21 의 배수가 아닌 수이다. 1 에서 104 까지의 자연수 중 21 의 배수는 4 개 이므로 21 의 배수가 아닌 수는 $104 - 4 = 100$ (개)
즉, 분자가 104 인 분수가 100 번째 유한소수가 아닌 수이므로 $\frac{104}{42} = \frac{52}{21}$ 이다.