

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16개이다.
- ② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7개이다.
- ③ 집합 {3, 6, 7} 과 집합 {4, 5, 6} 는 서로소이다.
- ④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.
- ⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역이 반드시 참인 것은 아니다.

해설

- ① 부분집합의 개수 $= 2^n$ (n : 집합 원소의 개수)
- ② 진부분집합의 개수 $= 2^n - 1$
 $\therefore 2^3 - 1 = 7$ (참)
- ③ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B$ 는 서로소
 $\therefore \{3, 6, 7\} \cap \{4, 5, 6\} \neq \emptyset$ (거짓)
- ④ (참)
- ⑤ (참)

2. 세 수 $A = \sqrt{6} + \sqrt{7}$, $B = \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$, $C = \sqrt{3} + \sqrt{10}$ 의 대소 관계를
바르게 나타낸 것은?

- ① $A < B < C$
- ② $A < C < B$
- ③ $B < A < C$
- ④ $C < A < B$
- ⑤ $C < B < A$

해설

$A > 0$, $B > 0$, $C > 0$ 이므로
 A^2, B^2, C^2 의 대소를 비교한 것과 같다.
 $A^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{7})^2 = 13 + 2\sqrt{42}$
 $B^2 = (\sqrt{5} + 2\sqrt{2})^2 = 13 + 2\sqrt{40}$
 $C^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{10})^2 = 13 + 2\sqrt{30}$
이므로 $A^2 > B^2 > C^2$ 이다.
따라서 $A > B > C$

3. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 식 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{9}{a}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{9}{a}\right) &= ab + 9 + 1 + \frac{9}{ab} \\ &= 10 + ab + \frac{9}{ab} \\ &\geq 10 + 2\sqrt{ab \times \frac{9}{ab}} \\ &= 10 + 6 = 16\end{aligned}$$

따라서 최솟값은 16

4. 두 함수 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = -3x + 2$ 의 합성함수 $g \circ f$ 를 구하면 무엇인가?

- ① $y = -6x - 1$ ② $y = -6x$ ③ $y = -6x + 1$
④ $y = -6x + 3$ ⑤ $y = -6x + 5$

해설

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x + 1) = -3(2x + 1) + 2 = -6x - 1$ 이다.

5. 유리식 $\frac{x^2-4}{x^2-1} \div \frac{x^2-x-2}{x^2+x}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{x}{x+1}$ ② $\frac{x}{x-1}$ ③ $\frac{x+2}{x-1}$
④ $\frac{x+2}{(x+1)(x-2)}$ ⑤ $\frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-1)} \times \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)} \\ &= \frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}\end{aligned}$$

6. $\sqrt{x+2} = 2$ 일 때, $(x+2)^2$ 은?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ 4

④ 8

⑤ 16

해설

$$x+2=4, (x+2)^2=16$$

7. 길호, 동진, 경문이가 가위, 바위, 보를 할 때, 일어날 수 있는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

각각 낼 수 있는 가지 수는 가위, 바위, 보 세 가지씩이므로
일어날 수 있는 경우의 수는
 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)이다.

8. ${}_9P_r = \frac{9!}{3!}$ 일 때, r 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

${}_9P_6 = \frac{9!}{3!}$ 이므로 $r = 6$

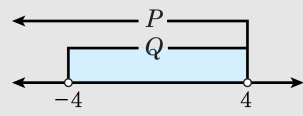
9. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4, q : -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

11. $a > b > c > 0$ 일 때, $A = \frac{c}{b-a}$, $B = \frac{a}{b-c}$, $C = \frac{b}{a-c}$ 의 대소를
바르게 비교한 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < C < A$
④ $B < A < C$ ⑤ $C < A < B$

해설

$a > b > c > 0$ 에서
 $b - a < 0$, $b - c > 0$, $a - c > 0$ 이므로
 $A = \frac{c}{b-a} < 0$, $B = \frac{a}{b-c} > 0$
 $C = \frac{b}{a-c} > 0$
$$B - C = \frac{a}{b-c} - \frac{b}{a-c} = \frac{a(a-c) - b(b-c)}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{a^2 - ac - b^2 + bc}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{(a-b)(a+b) - c(a-b)}{(b-c)(a-c)}$$
$$= \frac{(a-b)(a+b-c)}{(b-c)(a-c)} > 0$$
$$\therefore B > C$$

따라서 $A < 0$, $B > C > 0$ 이므로
 $B > C > A$ 이다.

12. 부등식 $|x + y| \leq |x| + |y|$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

- ① $x = y$ ② $xy > 0$ ③ $xy \geq 0$
④ $x \geq 0, y \geq 0$ ⑤ $x \leq 0, y \leq 0$

해설

$|x + y| = |x| + |y|$ 의 양변을 제곱하여 정리하면
 $xy = |xy|$
(i) $xy = |xy| \Rightarrow xy \geq 0$
(ii) 또 $xy > 0$ 이면 x, y 는 같은 부호이므로 등식이 성립한다.
 $xy = 0$ 이면 등호가 성립한다.
따라서, $xy \geq 0 \Rightarrow xy = |xy|$
(i), (ii) 에서
 $xy = |xy| \Leftrightarrow xy \geq 0$

13. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{2} & (x \text{는 무리수}) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{3} & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \text{ 일 때, } (g \circ$$

$f)(\pi)$ 의 값은 얼마인가?.

① 0

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 1

⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

해설

$$(g \circ f)(\pi) = g(f(\pi)) = g(\sqrt{2}) = \sqrt{3}$$

14. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수는 $f(x) = 1$, $f(x) = 2$, $f(x) = 3$ 의 3개가 있다.

15. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

16. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -x + 5$ 에 대하여 $(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 이 성립할 때 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$(f \circ g^{-1})(a) = 1$ 에서
 $f(g^{-1}(a)) = 1$ $f(1) = 1$ 이므로
 $\therefore g^{-1}(a) = 1$ 에서 $a = g(1) = 4$

17. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

18. 남자 4명, 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36

② 72

③ 120

④ 144

⑤ 156

해설

$${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$$

19. 다음은 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2$ 와 $xy + yz + zx$ 의 대소를 비교한 것이다. [가], [나] 에 알맞은 내용을 차례로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx) \\ &= \frac{1}{2} \{ 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx \} \\ &= \frac{1}{2} (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \} ([가])0 \text{ 이므로} \\ & x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \text{ (단, 등호는 ([나]) 일 때 성립)} \end{aligned}$$

- ① $<, x = y = z$

② $\leq, x = y = z$

③ $\geq, x = y = z$

④ $<, xy = yz = zx$

⑤ $\leq, xy = yz = zx$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx) \\ &= \frac{1}{2} \{ 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2xy - 2yz - 2zx \} \\ &= \frac{1}{2} \{ (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \} \geq 0 \text{ 이므로} \\ & x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \text{ (단, 등호는 } x = y = z \text{ 일 때 성립)} \end{aligned}$$

20. 집합 $X = \{-2, 0, 2\}$, $Y = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$ 가 있다. X 에서 Y 로 함수 $f : X \rightarrow Y$ 중에서 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족하는 함수 f 의 개수는?

① 2 가지

② 3 가지

③ 4 가지

④ 5 가지

⑤ 6 가지

해설

$f(0) = -f(0)$ 에서 $f(0) = 0$ 이고,

1) $f(-2) = -3, f(2) = 3$

2) $f(-2) = -1, f(2) = 1$

3) $f(-2) = 0, f(2) = 0$

4) $f(-2) = 1, f(2) = -1$

5) $f(-2) = 3, f(2) = -3$

따라서 5 가지이다.

21. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{1}$
 $x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} : 3x = z$
 $\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$
여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$
따라서 $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$
 $\therefore m + n = 8$

22. $8 \leq x \leq a$ 에서 함수 $y = -\sqrt{x+1} + 3$ 의 최댓값이 b , 최솟값이 -1 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -\sqrt{x+1} + 3$ 의 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$x = a$ 일 때 최솟값을 가지므로

$$-1 = -\sqrt{a+1} + 3 \quad \therefore a = 15$$

$x = 8$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$b = -\sqrt{8+1} + 3 = 0$$

$$\therefore a + b = 15 + 0 = 15$$

23. 540의 양의 약수의 총합을 구하여라.

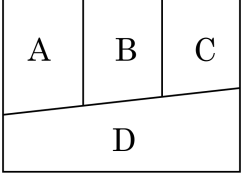
▶ 답 :

▷ 정답 : 1680

해설

$$\begin{aligned} & (1 + 2 + 2^2)(1 + 3 + 3^2 + 3^3)(1 + 5) \\ & = 7 \times 40 \times 6 = 1680 \end{aligned}$$

24. 다음 그림의 네 부분에 4 가지 색을 사용하여 색칠을 하려고 한다. 한 가지 색을 여러 번 쓸 수 있고, 인접한 부분은 서로 다른 색이 칠해져야 한다면 칠하는 방법은 몇 가지인가?



- ① 24 ② 48 ③ 72 ④ 96 ⑤ 108

해설

가장 영역이 넓은 D 영역부터 칠한다면,
 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$
 $\therefore$ 48 가지

25. $0 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = \frac{2x-4}{x-4}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-4} = \frac{4}{x-4} + 2$$

$$x = 0 \text{ 일 때 최대이므로, } M = \frac{4}{0-4} + 2 = 1$$

$$x = 2 \text{ 일 때 최소이므로, } m = \frac{4}{2-4} + 2 = 0$$

$$\therefore Mm = 1 \times 0 = 0$$