

1. $\frac{x}{x^2 - xy} + \frac{y}{y^2 - xy}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{x}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y-x)} = \frac{1}{x-y} + \frac{-1}{x-y} \\ &= 0\end{aligned}$$

2. 유리식 $\frac{x^2 - 1}{x^4 + x^2 + 1} + \frac{x - 2}{x^2 - x + 1} - \frac{x + 2}{x^2 + x + 1}$ 를 간단히 하면

$\frac{ax^2 + bx + c}{x^4 + x^2 + 1}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 1}{x^4 + x^2 + 1} + \frac{x - 2}{x^2 - x + 1} - \frac{x + 2}{x^2 + x + 1} \\ &= \frac{x^2 - 1 + (x - 2)(x^2 + x + 1)}{x^4 + x^2 + 1} \\ & \quad - \frac{(x + 2)(x^2 - x + 1)}{x^4 + x^2 + 1} \\ &= \frac{-x^2 - 5}{x^4 + x^2 + 1} \end{aligned}$$

따라서, $a = -1, b = 0, c = -5$ 이므로 $abc = 0$

3. $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 12} \times \frac{4x^2 + 16x}{x + 1} \div \frac{2x - 4}{x - 3}$ 을 간단히 하면?

① x

② $2x$

③ $x - 2$

④ $2x - 6$

⑤ $x + 4$

해설

식을 인수분해 한 후 약분하여 정리한다.

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 12} \times \frac{4x^2 + 16x}{x + 1} \div \frac{2x - 4}{x - 3} \\ &= \frac{(x - 2)(x + 1)}{(x + 4)(x - 3)} \times \frac{4x(x + 4)}{(x + 1)} \times \frac{(x - 3)}{2(x - 2)} = 2x \end{aligned}$$

4. $x : y = 4 : 5$ 일 때, $\frac{x+y}{2x-y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$x : y = 4 : 5$, $x = 4k, y = 5k (k \neq 0)$ 이므로

$$\frac{x+y}{2x-y} = \frac{4k+5k}{8k-5k} = \frac{9k}{3k} = 3$$

5. 다음 중 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 인 관계가 성립될 수 없는 경우는?

① $a > 0, b > 0$

② $a > 0, b < 0$

③ $a < 0, b > 0$

④ $a < 0, b < 0$

⑤ $ab < 0$

해설

$a < 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

6. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면 $a + b\sqrt{c}$ 이다.

$a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b + c = 13$

해설

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{3 + 2\sqrt{6} + 2}{3 - 2}$$

$$= 5 + 2\sqrt{6}$$

∴ $a = 5, b = 2, c = 6$ 이므로

$$a + b + c = 5 + 2 + 6 = 13$$

7. $3 - \sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a + \frac{2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $3 + \sqrt{2}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } a + \frac{2}{b} &= 1 + \frac{2}{2 - \sqrt{2}} \\ &= 1 + \frac{2(2 + \sqrt{2})}{2} \\ &= 3 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

8. 유리수 x, y 가 $(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y) = 8$ 을 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 20

② 16

③ 12

④ 10

⑤ 8

해설

$(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y) = 8$ 을 전개하여 정리하면

$$(4x + 4y - 8) - (xy + 8)\sqrt{2} = 0$$

$$\therefore 4x + 4y - 8 = 0 \Rightarrow x + y = 2$$

$$\therefore xy + 8 = 0 \Rightarrow xy = -8$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times (-8) = 20$$

9. 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x} + 1$

② $y = \sqrt{x} - 1$

③ $y = \sqrt{x-1} + 3$

④ $y = -\sqrt{-x+2} + 2$

⑤ $y = \sqrt{-2x+1} - 1$

해설

⑤ $y = \sqrt{ax+b} + c$ 에서 a 의 계수가 다르면 평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

10. n 권의 책이 있다. (단, $n \geq 5$) 이 n 권의 책을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n!$

해설

n 권에서 n 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_n P_n = n!$

11. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} \text{의 우변을 통분하여 계산하면}$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4} \end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a+b = -3$$

12. 분수식 $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{x}$

해설

$$\text{(준 식)} = 1 - \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} = 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$$

13. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

14. 함수 $y = \frac{bx-3}{x-a}$ 의 정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

정의역은 $x \neq 4$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,

$a = 4, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 4 + 2 = 6$

15. $y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 이므로

점근선 $x=1$ 에서 $y = \frac{ax+1}{x-1}$

점근선 $y=2$ 에서 $y = \frac{2x+1}{x-1}$

따라서 $a=2, b=-1$ 이므로

$\therefore a+b = 2-1 = 1$

16. 유리함수 $f(x) = \frac{ax}{3x+2}$ 와 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ -1

⑤ -2

해설

역함수의 식은 $x = \frac{ay}{3y+2}$

$$3xy + 2x = ay$$

$$\therefore y = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x}{3x-a}$$

모든 실수 x 에 대하여

$f(x) = f^{-1}(x)$ 이므로

$$\frac{ax}{3x+2} = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore a = -2$$

17. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는

$(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$: 4 가지

(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는

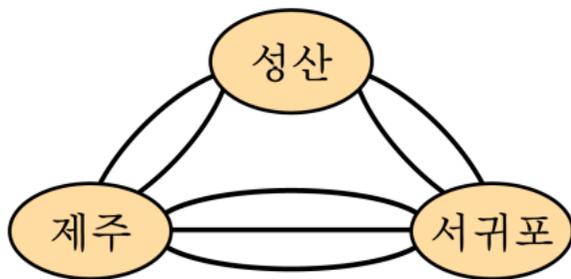
$(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$: 5 가지

그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로

$4 + 5 = 9$ (가지)

$\therefore 9$

18. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 갈 때는 성산을 거치고, 올 때는 성산을 거치지 않고 오는 방법의 수는?



① 6

② 8

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$$(2 \times 2) \times 3 = 12$$

∴ 12 가지

19. ${}_5P_0 = a$, ${}_5P_5 = b$ 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 104

② 111

③ 115

④ 119

⑤ 120

해설

$$a = {}_5P_0 = 1$$

$$b = {}_5P_5 = 5! = 120$$

$$\therefore b - a = 119$$

20. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$

② ${}_nP_4$

③ ${}_nC_4$

④ ${}_nP_5$

⑤ ${}_nC_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_5$

21. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지

② 120 가지

③ 180 가지

④ 240 가지

⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

22. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지

② 98가지

③ 132가지

④ 162가지

⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는 모두 3가지이다.

$$\therefore 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162 \text{ 가지}$$

24. 10 종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

① 120

② 320

③ 540

④ 620

⑤ 720

해설

$${}_{10}C_3 = 120$$

25. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 10가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과 노랑을 제외한 5개의 색 중에 3개를 뽑는 경우
이므로 ${}_5C_3 = 10$

26. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 4개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120

② 240

③ 300

④ 360

⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.

1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$

2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$

$\therefore 180 + 120 = 300$

27. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 21 개

해설

$${}_{7}C_{2} = 21$$

28. $0 < a < 1$ 이고 $x = a - \frac{1}{a}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2}$ 를 a 로 나타내면?

① $2a$

② $\frac{2}{a}$

③ $-\frac{2}{a}$

④ $-2a$

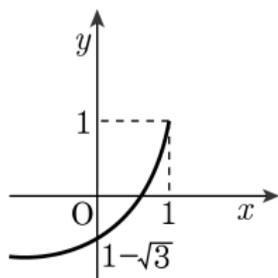
⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2} &= \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4} - \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} - \left|a - \frac{1}{a}\right| \\ &= \left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a - \frac{1}{a}\right) = 2a\end{aligned}$$

29. 무리함수 $y = -\sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4



해설

주어진 그림은 $y = -\sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 1만큼 평행이동한
 것이므로 $y - 1 = -\sqrt{a(x-1)}$

$$\text{즉 } y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$$

그런데 이 그래프가 점 $(0, 1 - \sqrt{3})$ 을 지나므로

$$1 - \sqrt{3} = -\sqrt{-a} + 1,$$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore y = -\sqrt{-3(x-1)} + 1$$

$$\therefore a + b + c = (-3) + 3 + 1 = 1$$

30. $x \geq -1$ 인 실수 x 에 대하여 $f(x) = \sqrt{x+1}$ 로 정의된 함수 f 의 역함수를 f^{-1} 이라고 할 때 모든 양수 t 에 대하여 $\frac{f^{-1}(t)}{(t+1)^2}$ 를 옳게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{t+1}$
 ④ $\frac{t-1}{t+1}$

② $\frac{t}{t+1}$
 ⑤ $\frac{2t}{t-1}$

③ $\frac{2t-2}{t+1}$

해설

$f(x) = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$)에서
 역함수 $f^{-1}(x)$ 를 구하여 $f^{-1}(t)$ 로 나타내면
 $y = \sqrt{x+1} \rightarrow y^2 = x+1 \rightarrow x = y^2 - 1$
 $\therefore f^{-1}(x) = x^2 - 1$ ($x \geq 0$)
 $\therefore f^{-1}(t) = t^2 - 1$
 $\therefore \frac{f^{-1}(t)}{(t+1)^2} = \frac{t^2 - 1}{(t+1)^2} = \frac{t-1}{t+1}$

31. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개

② 9 개

③ 12 개

④ 15 개

⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

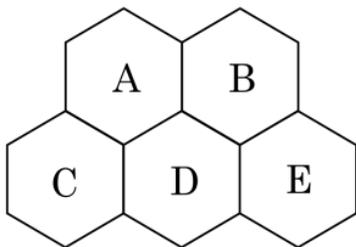
$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서}$$

$$\text{G.C.D. : } 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3 + 1) \times (2 + 1) = 12$$

32. 다음 그림의 A, B, C, D, E 에 다섯 가지의 색을 칠하여 그 경계를 구분하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 여러 번 사용할 수 있다.)



① 530

② 540

③ 550

④ 560

⑤ 570

해설

주어진 그림에서 D 는 A, B, C, E 와 모두 접하므로 D 에 칠한 색은 다른 곳에 칠하면 안 된다.

따라서 $D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E$ 의 순서로 색을 칠한다고 하면 D 는 5 가지, C 는 4 가지, A 는 3 가지, B 는 3 가지, E 는 3 가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)

33. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, A 가 가장 뒤에 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 6 가지

해설

세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.

$$3! = 6$$