

1. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

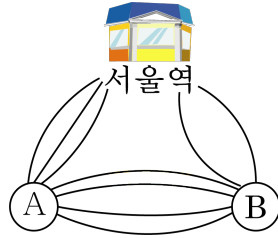
▶ 답 : 5 가지

▷ 정답 : 5 가 지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)
소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)
따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는
 $3 + 3 - 1 = 5$ 이다.
∴ 5 가지

3. 지점 A 에서 서울역으로 가는 길은 3 가지, 서울역에서 지점 B 로 가는 길은 2 가지가 있다. 또, A 에서 서울역을 거치지 않고 B 로 가는 길은 4 가지이다. 서울역을 한 번만 거쳐서 A 와 B 를 왕복하는 방법의 수를 구하시오. (단, A 에서 출발한다.)

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 48가지

해설

(i) $A \rightarrow \text{서울역} \rightarrow B \rightarrow A$
 $: 3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)

(ii) $A \rightarrow B \rightarrow \text{서울역} \rightarrow A$
 $: 4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)

(i), (ii) 이므로
 $24 + 24 = 48$ (가지)

4. $x \geq a$ 가 $x^2 - 4 < 0$ 의 필요조건이 되게 하는 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 - 4 < 0$ 에서 $-2 < x < 2$ 이므로 $x \geq a$ 가 $-2 < x < 2$ 의 필요조건이 되기 위해서는 $a \leq -2$ 이어야 한다. 따라서, a 의 최댓값은 -2 이다.

5. 부등식 $2^{50} > 5^{10n}$ 을 만족하는 자연수 n 의 갯수를 구하여라.

▶ 답 : 2 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$\frac{2^{50}}{5^{10n}} = \frac{(2^5)^{10}}{(5^n)^{10}} = \left(\frac{32}{5^n}\right)^{10}$$

이 때 $2^{50} > 5^{10n}$ 이므로 $\left(\frac{32}{5^n}\right) > 1$

$\therefore n = 1, 2$

n 의 갯수는 2 개이다.

6. 실수 x, y 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- $\textcircled{\tiny \ominus} \quad |x| + |y| \geq |x + y|$

$\textcircled{\tiny \omin�} \quad |x + y| \geq |x - y|$
- $\textcircled{\tiny \oplus} \quad |x - y| \geq |x| - |y|$

- $\textcircled{1} \quad \textcircled{\tiny \ominus}$

$\textcircled{2} \quad \textcircled{\tiny \omin�}$

$\textcircled{3} \quad \textcircled{\tiny \omin�}, \textcircled{\tiny \omin�}$

$\textcircled{4} \quad \textcircled{\tiny \omin�}, \textcircled{\tiny \oplus}$

$\textcircled{5} \quad \textcircled{\tiny \omin�}, \textcircled{\tiny \oplus}$

해설

$\textcircled{\tiny \omin�} \quad (|x| + |y|)^2 - |x + y|^2 = 2(|xy| - xy) \geq 0$
 $\therefore |x| + |y| \geq |x + y|$
 $\textcircled{\tiny \omin�} \quad (\text{반례}) \quad x = 1, y = -1 \text{ 일 때}$
 $|1 + (-1)| = 0, \quad |1 - (-1)| = 2 \text{ 이므로}$
 $|x + y| < |x - y|$
 $\textcircled{\tiny \oplus} \quad |x - y|^2 - (|x| - |y|)^2 = 2(|xy| - xy) \geq 0$
 $\therefore |x - y| \geq |x| - |y|$
따라서 옳은 것은 $\textcircled{\tiny \omin�}, \textcircled{\tiny \oplus}$ 이다.

7. $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 일 때, $g(f(x)) = x$ 가 되는 함수 $g(x)$ 는?

- ① $1-x$ ② $\frac{1}{1-x}$ ③ $\frac{x}{x-1}$ ④ $\frac{x-1}{x}$ ⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{1-x} \text{ 일 때}$$

$$g(f(x)) = x \text{ 에서 } f(x) = t \text{로 놓으면}$$

$$\frac{1}{1-x} = t \text{ 에서 } (1-x)t = 1, t - xt = 1$$

$$xt = t - 1, x = \frac{t-1}{t} \text{ 이므로 } g(t) = \frac{t-1}{t}$$

$$\therefore g(x) = \frac{x-1}{x}$$

8. 유리식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}}$ 을 간단히 하면?

① $1 - a^2$

② $(1 - a)^2$

③ 1

④ $1 + a^2$

⑤ $(1 + a)^2$

해설

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} = \frac{1}{1 - \frac{a}{a-1}} = \frac{a-1}{a-1-a} = 1-a$$

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}} = \frac{1}{1 - \frac{a}{a+1}} = \frac{a+1}{a+1-a} = 1+a$$

$$\therefore (\text{준 식}) = 1-a^2$$

9. $2 + \frac{1}{k + \frac{1}{m + \frac{1}{5}}} = \frac{803}{371}$ 일 때, 자연수 k, m 의 값에 대하여 $k + m$ 의 값은?

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

해설

$$\begin{aligned}\frac{803}{371} &= 2 + \frac{61}{371} = 2 + \frac{1}{\frac{371}{61}} = 2 + \frac{1}{6 + \frac{5}{61}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{\frac{61}{5}}} = 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{12 + \frac{1}{5}}}\end{aligned}$$

따라서 $k = 6, m = 12$

$\therefore k + m = 18$

10. $\frac{a}{4} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2}$ 이고, $\frac{a^2 - b^2 + c^2}{a^2 + b^2 - c^2} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라. (단, $abc \neq 0$, p, q 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : $p + q = 32$

해설

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{3} = \frac{c}{2} = k(k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 4k, b = 3k, c = 2k$$

$$\therefore \frac{a^2 - b^2 + c^2}{a^2 + b^2 - c^2} = \frac{11}{21}$$

$$\therefore p + q = 11 + 21 = 32$$

11. $-1 < a < 3$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{a^2+2a+1} + (\sqrt{a-2})^2 + \sqrt{a^2-6a+9}$$

① a

② $a-2$

③ 4

④ $3a+2$

⑤ $a+2$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a+1)^2} + (\sqrt{a-2})^2 + \sqrt{(a-3)^2} \\ &= |a+1| + (a-2) + |a-3| \\ &= (a+1) + (a-2) - (a-3) \\ &= a+1-2+3 = a+2 \end{aligned}$$

12. 280과 420의 공약수의 개수는?

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

해설

$$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7, 420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{최대공약수 : } 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

따라서 공약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$$

13. 다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것을 모두 고르면? (단, a, b, c 는 실수이다.)

- ㉠ $p : |a| + |b| = 0 \quad q : ab = 0$

㉡ $p : (a - b)(b - c) = 0 \quad q : (a - b)^2 + (b - c)^2 = 0$

㉢ $p : 0 < x < y \quad q : x^2 < y^2$

㉤ $p : x < y \quad q : [x] < [y]$ (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉤

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $p : |a| + |b| = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 이고 $b = 0 \quad q : ab = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 또는 $b = 0 \therefore p \Rightarrow q$ 이고 $p \nLeftarrow q$ 이므로 만족
㉡ $p : (a - b)(b - c) = 0 \quad a = b$ 또는 $b = c \quad q : a = b$ 그리고 $b = c \therefore p \nRightarrow q$ 이고 $p \Leftarrow q$ 이므로 필요조건만 만족한다.
㉢ $p \Rightarrow q$ ($\because x, y$ 모두 양수) $p \nLeftarrow q$ ($\because x, y$ 모두 음수이거나 서로 부호가 다를 때 참이 아닐 수 있다.) $\therefore$ 만족
㉤ $p \nRightarrow q$ ($\because x = 1, y = 1.5$ 일 때 $[1] = [1.5] = 1$ 일 수 있다.) $p \Leftarrow q$ 이므로 필요조건만 만족

14. $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 네 수 또는 식의 대소를 비교한 것 중 잘못된 것은?

1, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, $\sqrt{b} - \sqrt{a}$, $\sqrt{b-a}$

- ① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$ ② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$
- ③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$ ④ $\sqrt{b-a} < 1$
- ⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

주어진 네 수는 모두 양수이므로 제곱의 대소 관계를 알아보자.

(i) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 1^2 = a + 2\sqrt{ab} + b - 1$
 $= 2\sqrt{ab} > 0$

$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > 1$
 $\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > 1$

(ii) $1^2 - (\sqrt{b-a})^2 = 1 - b + a$
 $= (a+b) - b + a$
 $= 2a > 0$

$\therefore 1 > \sqrt{b-a}$

(iii) $(\sqrt{b-a})^2 - (\sqrt{b} - \sqrt{a})^2$
 $= b - a - (b - 2\sqrt{ab} + a)$
 $= 2\sqrt{ab} - 2a$
 $= 2\sqrt{a}(\sqrt{b} - \sqrt{a}) > 0$
 $\therefore \sqrt{b-a} > \sqrt{b} - \sqrt{a}$

(i), (ii), (iii) 에서 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 1 > \sqrt{b-a} > \sqrt{b} - \sqrt{a}$

15. x, y 가 실수일 때, 다음 중 절대부등식이 아닌 것을 모두 고른 것은?

$\textcircled{\tiny \neg} \quad x + 1 > 0$	$\textcircled{\tiny \sqsubset} \quad x^2 + xy + y^2 \geq 0$
$\textcircled{\tiny \sqcup} \quad x + y \geq x - y $	$\textcircled{\tiny \supset} \quad x + y \geq x - y $

- ① $\textcircled{\tiny \neg}$

② $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \sqcup}$

③ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \supset}$
- ④ $\textcircled{\tiny \sqsubset}, \textcircled{\tiny \supset}$

⑤ $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \sqsubset}, \textcircled{\tiny \sqcup}$

해설

$\textcircled{\tiny \neg} \quad x > -1$ 일 때만 성립한다.
 $\textcircled{\tiny \sqsubset} \quad x^2 + xy + y^2 = \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}y^2 \geq 0$
(단, 등호는 $x = y = 0$ 일 때 성립)
 $\textcircled{\tiny \sqcup} \quad (|x| + |y|)^2 - |x - y|^2$
 $\quad = |x|^2 + 2|x||y| + |y|^2 - (x - y)^2$
 $\quad = 2(|xy| + xy) \geq 0$
 $\therefore (|x| + |y|)^2 \geq |x - y|^2$
(단, 등호는 $xy \leq 0$ 일 때 성립)
 $\textcircled{\tiny \supset} \quad$ (반례) $x = 2, y = -3$ 일 때
 $|2 + (-3)| = 1, |2 - (-3)| = 5$ 이므로
 $|x + y| < |x - y|$
따라서 절대부등식이 아닌 것은 $\textcircled{\tiny \neg}, \textcircled{\tiny \supset}$ 이다.

16. 두 집합 $X = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$, $Y = \{y \mid 1 \leq y \leq 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = ax + b$ 의 역함수가 존재할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

역함수가 존재하므로 함수 f 는 일대일대응이다.

함수 $f(x)$ 의 기울기가 양수이므로

$$f(1) = 1, f(5) = 3$$

$$f(1) = 1 \text{ 에서 } a + b = 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(5) = 3 \text{ 에서 } 5a + b = 3 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{을 연립하여 풀면 } a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

17. $x = \frac{2a}{1+a^2}$ ($a > 1$) 일 때, $P = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$ 의 값을 구하면?

- ① a ② $a+1$ ③ $a-1$ ④ a^2 ⑤ $\frac{1}{a}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{1+x} &= \sqrt{1 + \frac{2a}{1+a^2}} \\ &= \sqrt{\frac{1+2a+a^2}{1+a^2}} = \frac{\sqrt{(a+1)^2}}{\sqrt{1+a^2}} \\ &= \frac{|a+1|}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} \\ (\because \text{조건에서 } a > 1) \\ \text{또, } \sqrt{1-x} &= \frac{|a-1|}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}} \\ \therefore P &= \frac{\frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} - \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}}}{\frac{1+a}{\sqrt{1+a^2}} + \frac{-1+a}{\sqrt{1+a^2}}} \\ &= \frac{2}{2a} = \frac{1}{a}\end{aligned}$$

18. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P의 좌표를 구하면?

① (1, -2)

② (-3, -1)

③ (1, 1)

④ (-2, -2)

⑤ (1, 1), (-2, -2)

해설

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점의 x 좌표는

$f(x) = x$ 의 해와 같다. $\sqrt{x+3} - 1 = x$ 에서

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1, -2$$

$$x = 1 (\because x \geq -1)$$

$$\therefore P = (1, 1)$$

19. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 를 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때,
1 과 2 사이에 다른 숫자가 2 개 이상 들어가 있는 자연수의 개수는?

① 24 ② 36 ③ 48 ④ 52 ⑤ 64

해설

5 개의 숫자로 만들 수 있는 자연수의 개수는 $5!$ (개)
1, 2 가 이웃하는 자연수의 개수는 $2 \times 4!$ (개)
1 과 2 사이에 다른 숫자가 한 개 들어가 있는 자연수의 개수는
 $3 \times 2! \times 3!$ (개)
따라서, 구하는 자연수의 개수는
 $5! - (2 \times 4! + 3 \times 2! \times 3!) = 36$ (개)

20. 집합 S_1, S_2, S_3 은 다음과 같다.

$$S_1 = \{1, 2\}$$

$$S_2 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$S_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

집합 S_1 에서 한 개의 원소를 선택하여 백의 자리의 수, 집합 S_2 에서 한 개의 원소를 선택하여 십의 자리의 수, 집합 S_3 에서 한 개의 원소를 선택하여 일의 자리의 수로 하는 세 자리의 수를 만들 때, 각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 개수는?

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 수를 만들려면 백의 자리에는 집합 S_1 의 원소 2 개 중 하나를 선택하고 십의 자리에는 집합 S_2 의 원소 중 백의 자리에서 사용한 수를 제외한 3개의 수 중 하나를 선택한다.

마찬가지로 일의 자리에는 집합 S_3 의 원소 중 백의 자리와 십의 자리에서 사용한 수를 제외한 4 개의 수 중 하나를 선택한다.

따라서, 구하는 세 자리의 수의 개수는

$${}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 = 24$$

21. 어떤 심리학자가 사람의 상태를 A, B, C, D, E 의 다섯 가지 유형으로 분류하고 다음과 같은 가설을 세웠다.

- (i) A 형인 사람은 B 형이 아니다.
(ii) C 형이 아닌 사람은 B 형이 아니다.
(iii) C 형인 사람은 D 형이 아니다.
(iv) E 형인 사람은 B 형이다.

이

가설에 의하여 성립하지 않는 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

- ☐ ㉠ A 형인 사람은 E 형이 아니다.
☐ ㉡ E 형인 사람은 C 형이 아니다.
☐ ㉢ E 형이면서도 D 형인 사람이 있다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

해설

조건 A, B, C, D, E 가 각각 상태가 A, B, C, D, E 인 사람을 나타낼 때, 가설 (i), (ii), (iii), (iv) 를 명제로 표현하면 $A \Rightarrow \sim B, \sim C \Rightarrow \sim B, C \Rightarrow \sim D, E \Rightarrow B$ 이고, 대우를 각각 구해 보면
(i)의 대우 : B 형이면 A 형이 아니다.
즉, $B \Rightarrow \sim A$
(ii)의 대우 : B 형이면 C 형이다.
즉, $B \Rightarrow C$
(iii)의 대우 : D 형이면 C 형이 아니다.
즉, $D \Rightarrow \sim C$
(iv)의 대우 : B 형이 아니면 E 형이 아니다.
즉, $\sim B \Rightarrow \sim E$
 $E \Rightarrow B$ 이고 $B \Rightarrow \sim A$ 이므로 $E \Rightarrow \sim A$,
즉, $A \Rightarrow \sim E$
 $\sim C \Rightarrow \sim B$ 이고 $\sim B \Rightarrow \sim E$ 이므로 $\sim C \Rightarrow \sim E$,
즉, $E \Rightarrow C$
 $D \Rightarrow \sim C, \sim C \Rightarrow \sim B, \sim B \Rightarrow \sim E$ 이므로 $D \Rightarrow \sim E$
따라서 보기 중에서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢ 이다.

22. 세 양수 x, y, z 가 $x + y + z = 1$ 을 만족할 때,
 $\left(2 + \frac{1}{x}\right)\left(2 + \frac{1}{y}\right)\left(2 + \frac{1}{z}\right)$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 125

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 8 + 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \\ &\quad + 2\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) + \frac{1}{xyz} \\ \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} &= \frac{x+y+z}{xyz} = \frac{1}{xyz} \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= 8 + 4\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + \frac{3}{xyz} \\ x+y+z &= 1 \text{ 이므로} \\ \frac{1}{3} &= \frac{x+y+z}{3} \geq 3\sqrt{xyz} \\ \left(\text{등호는 } x=y=z=\frac{1}{3} \text{ 일 때 성립}\right) \\ \therefore xyz &\leq \frac{1}{27} \quad \therefore \frac{1}{xyz} \geq 27 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} &\geq \frac{3}{\sqrt[3]{xyz}} \geq 9 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 에서 (준식)} &\geq 8 + 36 + 81 = 125\end{aligned}$$

23. 실수에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

- 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \neq 0$

· 임의의 실수 x, y 에 대하여

$f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 가 성립한다.

이 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

- (i) $f(0) = 2$

(ii) $f(-x) = -f(x)$

(iii) $f(2x) = \{f(x)\}^2 - 2$

(iv) $\{f(x)\}^2 + \{f(y)\}^2$
 $= f(x+y)f(x-y) + 4$

① i , ii

② i , ii, iii

③ i , iii, iv

④ ii , iii, iv

⑤ i , ii, iii, iv

해설

(i) $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 에서
 $x = 0, y = 0$ 을 대입하면
 $f(0)f(0) = f(0+0) + f(0-0)$ 이다.
정리하면 $\{f(0)\}^2 - 2f(0) = 0$
 $f(0)(f(0) - 2) = 0$ 이므로
 $\therefore f(0) = 2$ ($\because f(x) \neq 0$)

(ii) $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 에서
 $x = 0, y = x$ 를 대입하면
 $f(0)f(x) = f(0+x) + f(0-x)$ 이다.
 $2f(x) = f(x) + f(-x)$ ($\because f(0) = 2$)
 $\therefore f(-x) = f(x)$ 이므로 ii 는 옳지 않다.

(iii) $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 에서 $y = x$ 를 대입하면
 $f(x)f(x) = f(x+x) + f(x-x)$ 이다.
 $f(2x) = \{f(x)\}^2 - f(0)$
 $\therefore f(2x) = \{f(x)\}^2 - 2$ ($\because f(0) = 2$)

(iv) $f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ 에서
 $x = x+y, y = x-y$ 를 대입하면
 $f(x+y)f(x-y) = f((x+y) + (x-y)) + f((x+y) - (x-y))$
 $f(x+y)f(x-y) = f(2x) + f(2y)$ 이다.
 $f(2x) = \{f(x)\}^2 - 2$ 을 $f(2x), f(2y)$ 에 적용하면
 $f(x+y)f(x-y) = \{f(x)\}^2 - 2 + \{f(y)\}^2 - 2$ 이다.
 $\therefore \{f(x)\}^2 + \{f(y)\}^2 = f(x+y)f(x-y) + 4$

24. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에서 A 로의 함수 f 중에서 $2x - f(x) \in A$ ($x = 1, 2, 3$) 이 성립하는 것의 개수는?

① 3 개 ② 5 개 ③ 9 개 ④ 18 개 ⑤ 24 개

해설

$$2x - f(x) \in A \text{ 이면, } x = 1 \Rightarrow 2 - f(1) \in A$$

$$\therefore f(1) = 1$$

$$x = 2 \Rightarrow 4 - f(2) \in A$$

$$\therefore f(2) = 1, f(2) = 2, f(2) = 3$$

$$x = 3 \Rightarrow 6 - f(3) \in A$$

$$\therefore f(3) = 3$$

따라서 주어진 조건을 만족하는 f 의 개수는 3 개

25. A, B, C 세 사람은 각각 책 읽는 속도가 다르다. A가 어떤 책을 읽기 시작하고 나서 3시간 지났을 때, B가 같은 책을 읽기 시작하였다. 그로부터 5시간 후에는 A, B가 모두 총 쪽수의 $\frac{1}{3}$ 을 읽었다. C는 이 때부터 같은 책을 읽기 시작하여 B와 동시에 책을 다 읽었다. A가 다른 책을 6시간 걸려서 다 읽는다면 C가 그 책을 모두 읽는 데 걸리는 시간은?
- ① 1시간 50분 ② 2시간 10분 ③ 2시간 30분
④ 2시간 50분 ⑤ 3시간 10분

해설

B는 책의 $\frac{1}{3}$ 을 5시간 걸려서 읽었으므로 책을 다 읽는 데는 15시간이 걸린다.
A는 책의 $\frac{1}{3}$ 을 읽는 데 B보다 3시간이 더 걸리므로 책을 다 읽는 데는 $(5 + 3) \times 3 = 24$ (시간)이 걸린다.
또, B가 전체의 $\frac{2}{3}$ 를 읽는 데 걸린 시간과 C가 책 전체를 읽는 데 걸린 시간이 같으므로
C는 책을 다 읽는 데 $15 \times \frac{2}{3} = 10$ (시간)이 걸린다.
따라서 같은 책을 읽을 때, A와 C의 책 읽는 데 걸리는 시간의 비가 24 : 10이므로
C가 A가 읽은 다른 책을 읽는 데 걸리는 시간을 x 라 하면
 $24 : 10 = 6 : x$
 $\therefore x = \frac{60}{24} = \frac{5}{2}$ (시간)
따라서 2시간 30분이 걸린다.