1. 다항식 x^3-3x-3을 다항식 x^2-2x-1로 나누었을 때의 몫이 $ax+b$이고, 나머지가 $cx+d$이었다. 이 때, $a+b+c+d$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x^3-3x-3=(x^2-2x-1)(ax+b)+cx+d$

에서 계수를 비교하면

$a=1,\ -b+d=-3,\ -a-2b+c=-3,\ b-2a=0$

에서 $a=1,\ b=2,\ d=-1,\ c=2$

$\therefore\ a+b+c+d=1+2+(-1)+2=4$

2. x에 대한 항등식 $x^2-2x+3=a+b(x-1)+cx(x-1)$에서 a, b, c의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

▷ 정답 : $c=1$

해설

계수비교법에 의하여

$x^2-2x+3=a+b(x-1)+cx(x-1)$

$=cx^2+(b-c)x+a-b$

$x^2-2x+3=cx^2+(b-c)x+a-b$에서

$c=1,\ b-c=-2,\ a-b=3$

연립하여 풀면

$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=1$

3. $(x+y)a-(x-y)b-(y-z)c-4z=0$이 $x,\ y,\ z$의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc를 구하면?

① 4　② 8　③ 16　④ 32　⑤ 64

해설

x, y, z에 대해 정리하면
$(a-b)x+(a+b-c)y+(c-4)z=0$
$x,\ y,\ z$에 대한 항등식이므로
$a=b,\ a+b-c=0,\ c=4$
$\therefore\ a=b=2,\ c=4$
$\therefore\ abc=16$

4. a, b는 정수이고, ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어질 때, b의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로
ax^3+bx^2+1
$=(x^2-x-1)(ax-1)$
$=ax^3-(1+a)x^2+(1-a)x+1$
양변의 계수를 비교하면
$-(1+a)=b, 1-a=0$
$\therefore \quad a=1, b=-2$

5. x^3 의 항의 계수가 1 인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$

$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$

6. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

① 3　② −4　③ 2　④ 8　⑤ 6

해설

$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$

$= (x-1)\left\{a(x-1) + b\right\} + c$

$$\begin{array}{r|rrrl}
1 & 3 & 2 & 1 & \\
 & & 3 & 5 & \\
\hline
1 & 3 & 5 & \boxed{6} & \leftarrow \ \mathrm{c} \\
 & & 3 & & \\
\hline
 & 3 & \boxed{8} & \leftarrow \mathrm{c} & \\
 & \uparrow & & & \\
 & \mathrm{a} & & &
\end{array}$$

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$

$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 6$

$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1)$

$\rightarrow (x-1)(3x+5) = a(x-1)^2 + b(x-1)$

$\rightarrow$ 양변을 $x-1$ 로 나누면

$3x + 5 = a(x-1) + b = ax - a + b$

$\therefore\ a = 3,\ b = 8$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

7. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2\\ &= (x^2+3x)+(2x+6)\\ &= x^2+(3x+2x)+6\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

① 교환법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 분배법칙

③ 분배법칙, 결합법칙

④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙

⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 \ \text{(분배)}\\ &= (x^2+3x)+(2x+6) \ \text{(분배)}\\ &= x^2+(3x+2x)+6 \quad \text{(결합)}\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

8. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+2 를 x^2-x+1 로 나눈 나머지가 $x+3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab=-6$

해설

검산식을 사용

$x^3+ax^2+bx+2=(x^2-x+1)\cdot A+(x+3)$

$A=(x+p)$

$x^3+ax^2+bx+2-(x+3)=(x^2-x+1)(x+p)$

$x^3+ax^2+(b-1)x-1=(x^2-x+1)(x-1)\quad \therefore p=-1$

우변을 정리하면

$\therefore\ a=-2,\ b=3$

$\therefore ab=-6$

9. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+y)(y+z)(z+x)$의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x+y+z=1$ 에서
$x+y=1-z$
$y+z=1-x$
$z+x=1-y$
$(x+y)(y+z)(z+x)=(1-z)(1-x)(1-y)$
$=1-(x+y+z)+(xy+yz+zx)-xyz$
$=1-1+2-3=-1$

10. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5　② $\sqrt{29}$　③ $\sqrt{33}$　④ 6　⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c라 하면
$2(ab+bc+ca)=52$
$4(a+b+c)=36 \rightarrow a+b+c=9$
(직육면체 대각선의 길이)
$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$
$=\sqrt{(a+b+c+)^2-2(ab+bc+ca)}$
$=\sqrt{81-52}=\sqrt{29}$

11. $(x^3-x^2-2x+1)^5 = a_0+a_1(x-1)+a_2(x-1)^2+\cdots+a_{15}(x-1)^{15}$ 일 때, $a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $x=0$을 대입하면
$1=a_0-a_1+a_2-\cdots-a_{15}\cdots$ ㉠
양변에 $x=2$를 대입하면
$1=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{15}\quad\cdots$ ㉡
㉠ + ㉡을 하면
$2=2\,(a_0+a_2+\cdots+a_{14})$ 이다.
$\therefore\ a_0+a_2+\cdots a_{14}=1$

12. 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눌 때의 나머지가 3이고, $x-2$로 나누어서 떨어진다. 이 다항식을 $(x+1)(x-2)$로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $2x+1$ ② $-x+2$ ③ $x-1$
④ 2 ⑤ 3

해설

$R(x)=ax+b$라 두면
$R(-1)=-a+b=3,\ R(2)=2a+b=0$
$a=-1,\ b=2$이므로 $R(x)=-x+2$

13. $\dfrac{2005^3+1}{2005\times2004+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

$2005 = x$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{x^3+1^3}{x(x-1)+1}\\ &= \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}\\ &= x+1\\ &= 2006\end{aligned}$$

14. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x)+g(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 나누어 떨어지고, $f(x)-g(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 나머지가 2이다. 다음 [보기]의 다항식 중에서 $x+1$ 로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

㉠ $x+f(x)$	㉡ $x-g(x)$
㉢ $x+f(x)g(x)$	

① ㉠　② ㉢　③ ㉠,㉡
④ ㉠,㉢　⑤ ㉠,㉡,㉢

해설

$f(x)+g(x)=(x+1)Q(x)$
$f(x)-g(x)=(x+1)Q'(x)+2$
$x=-1$ 을 두 식에 각각 대입하면
$f(-1)+g(-1)=0\cdots$①
$f(-1)-g(-1)=2\cdots$②
①, ②을 연립하여 풀면 $f(-1)=1, g(-1)=-1$
보기의 식 중에서 $x+1$ 로 나누어 떨어지는 것은 $x=-1$ 을 대입하면 식의 값이 0 이 된다.
㉠ $-1+f(-1)=-1+1=0$
㉡ $-1-g(-1)=-1+1=0$
㉢ $-1+f(-1)g(-1)=-1+1\times(-1)=-2$
$\therefore$ ㉠, ㉡

15. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$를 $x^2+3x-15$으로 나누면 나머지가 12이다. 또 $f(x)-g(x)$를 $x^2+3x-15$로 나누면 나머지가 -2이다.
이때, $f(x)$를 $x^2+3x-15$으로 나눈 나머지는?

① 5　　② 10　　③ 15　　④ 20　　⑤ 24

해설

$f(x)+g(x)=\left(x^2+3x-15\right)Q_1(x)+12\cdots$㉠
$f(x)-g(x)=\left(x^2+3x-15\right)Q_2(x)-2\cdots$㉡
㉠$+$㉡을 하면
$2f(x)=\left(x^2+3x-15\right)\left(Q_1(x)+Q_2(x)\right)+10$
$f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2+3x-15\right)\left(Q_1(x)+Q_2(x)\right)+5$
$\therefore$ 나머지는 5