

1. 다항식  $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식  $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이  $ax + b$ 이고, 나머지가  $cx + d$ 이었다. 이 때,  $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

에서  $a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

2.  $x$ 에 대한 항등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$ 에서  $a, b, c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 2$

▷ 정답:  $b = -1$

▷ 정답:  $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$$

$$= cx^2 + (b - c)x + a - b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b - c)x + a - b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

3.  $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$  이  $x, y, z$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱  $abc$ 를 구하면?

- ① 4      ② 8      ③ 16      ④ 32      ⑤ 64

해설

$x, y, z$ 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

$x, y, z$ 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

4.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

5.  $x^3$  의 항의 계수가 1 인 삼차 다항식  $P(x)$  가  $P(1) = P(2) = P(3) = 0$  을 만족할 때,  $P(4)$  의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

6. 등식  $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$  o]  $x$ 에 관한 항등식일 때, 상수  $b$ 의 값은?

① 3

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c \\ = (x - 1) \{a(x - 1) + b\} + c$$

$$\begin{array}{r|ccc} 1 & 3 & 2 & 1 \\ & & 3 & 5 \\ \hline 1 & 3 & 5 & 6 & \leftarrow c \\ & & 3 & & \\ \hline & 3 & 8 & & \leftarrow c \\ & \uparrow & & & \\ & a & & & \end{array}$$

해설

$x = 1$  을 대입하면  $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + 6$$

$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$$

$$\rightarrow (x - 1)(3x + 5) = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$$

→ 양변을  $x - 1$ 로 나누면

$$3x + 5 = a(x - 1) + b = ax - a + b$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

7. 다음은 연산법칙을 이용하여  $(x + 3)(x + 2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x + 3)(x + 2) &= (x + 3)x + (x + 3) \times 2 \\&= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \\&= x^2 + (3x + 2x) + 6 \\&= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x + 3)(x + 2) &= (x + 3)x + (x + 3) \times 2 \quad (\text{분배}) \\&= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \quad (\text{분배}) \\&= x^2 + (3x + 2x) + 6 \quad (\text{결합}) \\&= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

8.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를  $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가  $x + 3$ 이 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

9.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x + y + z = 1 \text{에서}$$

$$x + y = 1 - z$$

$$y + z = 1 - x$$

$$z + x = 1 - y$$

$$(x+y)(y+z)(z+x) = (1-z)(1-x)(1-y)$$

$$= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

10. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5

②  $\sqrt{29}$

③  $\sqrt{33}$

④ 6

⑤  $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를  $a, b, c$  라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

11.  $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \cdots + a_{15}(x-1)^{15}$  일 때,  $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_{15} \cdots \textcircled{1}$$

양변에  $x = 2$ 를 대입하면

$$1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$  을 하면

$$2 = 2(a_0 + a_2 + \cdots + a_{14}) \text{이다.}$$

$$\therefore a_0 + a_2 + \cdots + a_{14} = 1$$

12. 다항식  $f(x)$ 를  $x + 1$ 로 나눌 때의 나머지가 3이고,  $x - 2$ 로 나누어서 떨어진다. 이 다항식을  $(x+1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

①  $2x + 1$

②  $-x + 2$

③  $x - 1$

④ 2

⑤ 3

해설

$$R(x) = ax + b \text{ 라 두면}$$

$$R(-1) = -a + b = 3, R(2) = 2a + b = 0$$

$$a = -1, b = 2 \text{ 이므로 } R(x) = -x + 2$$

13.  $\frac{2005^3 + 1}{2005 \times 2004 + 1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2006

해설

$2005 = x$  로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{x^3 + 1^3}{x(x - 1) + 1} \\&= \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\&= x + 1 \\&= 2006\end{aligned}$$

14. 두 다항식  $f(x), g(x)$ 에 대하여  $f(x) + g(x)$ 를  $x+1$ 로 나누면 나누어 떨어지고,  $f(x) - g(x)$ 를  $x+1$ 로 나누면 나머지가 2이다. 다음 [보기]의 다항식 중에서  $x+1$ 로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

Ⓐ  $x + f(x)$

Ⓑ  $x - g(x)$

Ⓒ  $x + f(x)g(x)$

① Ⓐ

② Ⓑ

③ Ⓐ, Ⓑ

④ Ⓐ, Ⓒ

⑤ Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ

### 해설

$$f(x) + g(x) = (x+1)Q(x)$$

$$f(x) - g(x) = (x+1)Q'(x) + 2$$

$x = -1$  을 두 식에 각각 대입하면

$$f(-1) + g(-1) = 0 \cdots ①$$

$$f(-1) - g(-1) = 2 \cdots ②$$

①, ②을 연립하여 풀면  $f(-1) = 1, g(-1) = -1$

보기의 식 중에서  $x+1$ 로 나누어 떨어지는 것은  $x = -1$  을 대입하면 식의 값이 0 이 된다.

$$\textcircled{A} -1 + f(-1) = -1 + 1 = 0$$

$$\textcircled{B} -1 - g(-1) = -1 + 1 = 0$$

$$\textcircled{C} -1 + f(-1)g(-1) = -1 + 1 \times (-1) = -2$$

$$\therefore \textcircled{A}, \textcircled{B}$$

15. 두 다항식  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여  $f(x) + g(x)$ 를  $x^2 + 3x - 15$ 으로 나누면 나머지가 12이다. 또  $f(x) - g(x)$ 를  $x^2 + 3x - 15$ 로 나누면 나머지가 -2이다.

이때,  $f(x)$ 를  $x^2 + 3x - 15$ 으로 나눈 나머지는?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 24

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_1(x) + 12 \cdots ㉠$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_2(x) - 2 \cdots ㉡$$

㉠ + ㉡ 을 하면

$$2f(x) = (x^2 + 3x - 15)(Q_1(x) + Q_2(x)) + 10$$

$$f(x) = \frac{1}{2} (x^2 + 3x - 15)(Q_1(x) + Q_2(x)) + 5$$

∴ 나머지는 5