

1. 분수식 $\frac{x^3}{x^2+x+1} - \frac{x^3}{x^2-x+1}$ 을 간단히 하면 $\frac{\square}{x^4+x^2+1}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

- ① x^4 ② $2x^4$ ③ $-x^4$ ④ $-2x^4$ ⑤ $-4x^4$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^3}{x^2+x+1} - \frac{x^3}{x^2-x+1} \\ &= \frac{x^3(x-1)}{x^3-1} - \frac{x^3(x+1)}{x^3+1} \\ &= \frac{x^3(x-1)(x^3+1) - x^3(x+1)(x^3-1)}{x^6-1} \\ &= \frac{x^3(x^4+x-x^3-1-x^4+x-x^3+1)}{x^6-1} \\ &= \frac{x^3(-2x^3+2x)}{x^6-1} \\ &= \frac{-2x^4(x^2-1)}{x^6-1} \\ &= \frac{-2x^4}{x^4+x^2+1} \end{aligned}$$

2. 다음 식의 분모를 0으로 하지 않는 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$\frac{4}{x^2-1} + \frac{8}{x^2-4} + \frac{12}{x^2-9} + \cdots + \frac{40}{x^2-100} \\ = k \left\{ \frac{1}{(x-1)(x+10)} + \frac{1}{(x-2)(x+9)} + \cdots + \frac{1}{(x-10)(x+1)} \right\}$$

이 항상 성립할 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 22$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 2 \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + 2 \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &\quad + \cdots + 2 \left(\frac{1}{x-10} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= 2 \left\{ \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+10} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+9} \right) \right. \\ &\quad \left. + \cdots + \left(\frac{1}{x-10} - \frac{1}{x+1} \right) \right\} \\ &= 2 \left\{ \frac{11}{(x-1)(x+10)} + \frac{11}{(x-2)(x+9)} \right. \\ &\quad \left. + \cdots + \frac{11}{(x-10)(x+1)} \right\} \\ \therefore k &= 22 \end{aligned}$$

3. $f(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ 라 한다. $f(y, x, z) + f(z, x, y) = -3$ 이고 $x + y + z \neq 0$ 일 때, $xy + yz + zx$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{y}{x} + \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y} + \frac{y}{z} = \frac{y+z}{x} + \frac{z+x}{y} + \frac{x+y}{z} \\ &= \frac{x+y+z}{x} + \frac{x+y+z}{y} + \frac{x+y+z}{z} - 1 - 1 - 1 = (x+y+z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) - 3 \end{aligned}$$

$$(\text{준식}) = -3 \text{ 에서 } (x+y+z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = 0$$

$$\therefore (x+y+z) \times \frac{xy+yz+zx}{xyz} = 0 \text{ 에서}$$

$$x+y+z \neq 0 \text{ 이므로 } xy+yz+zx = 0$$

4. $\frac{x+y}{x} = \frac{y+z}{y} = \frac{z+x}{z} = k$ 일 때, $k^{2008} + \frac{1}{k^{2008}}$ 의 값을 구하면? (단, $xyz \neq 0, x \neq y \neq z$)

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 5

해설

$$x+y=kx \cdots ①, y+x=kz \cdots ②, z+x=ky \cdots ③$$

$$①+②+③ \text{ 하면 } 2(x+y+z)=k(x+y+z)$$

$$\text{i) } x+y+z \neq 0 \text{ 이면 } k=2$$

$$① \text{ 에 대입하면 } x+y=2x, x=y \text{ 이 되므로}$$

$$x \neq y \neq z \text{ 인 조건에 모순}$$

$$\therefore x+y+z=0$$

$$\text{ii) } x+y+z=0 \text{ 이면}$$

$$x+y=-z, y+z=-x, z+x=-y$$

$$-\frac{z}{x}=k, -\frac{x}{y}=k, -\frac{y}{z}=k$$

$$\text{세 식을 변변 곱하면 } k^3=-1, (k+1)(k^2-k+1)=0$$

$$k=-1 \text{ 이면 } x=z \text{ 가 되므로 조건에 모순}$$

$$\therefore k^2-k+1=0$$

$$\begin{cases} k^3=-1 \\ k+\frac{1}{k}=1 \end{cases}$$

$$k^{2008} + \frac{1}{k^{2008}} = (k^3)^{669} \times k + \frac{1}{(k^3)^{669} \times k}$$

$$= -(k + \frac{1}{k}) = -1$$

해설

$$\text{i) } 1 + \frac{y}{x} = 1 + \frac{z}{y} = 1 + \frac{x}{z} = k \text{ 에서}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{z}{y} = \frac{x}{z} = k-1$$

$$\therefore x=(k-1)z, y=(k-1)x, z=(k-1)y$$

$$xyz=(k-1)^3xyz$$

$$xyz \neq 0 \text{ 이므로 } (k-1)^3 = 1, (k-1)^3 - 1 = 0,$$

$$\{(k-1)-1\} \{(k-1)^2 + (k-1) + 1\} = 0$$

$$\therefore (k-2)(k^2-k+1)=0$$

$$x \neq y \neq z \text{ 이므로 } k \neq 2$$

$$\therefore k^2-k+1=0, k^3=-1$$

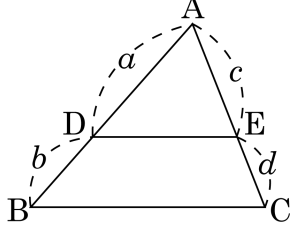
$$k + \frac{1}{k} = 1$$

$$\text{ii) } k^{2008} + \frac{1}{k^{2008}}$$

$$= (k^3)^{669} \cdot k + \frac{1}{(k^3)^{669} \cdot k}$$

$$= -(k + \frac{1}{k}) = -1$$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\overline{AD} = a$, $\overline{DB} = b$, $\overline{AE} = c$, $\overline{EC} = d$ 일 때, 다음 중 a , b , c , d 사이의 관계로 옳지 않은 것은? (단, $a \neq b$)



- ① $ad = bc$ ② $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$
 ③ $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ ④ $\frac{c+d}{a+b} = \frac{d}{a}$
 ⑤ $\frac{c+d}{a+b} = \frac{c-d}{a-b}$

해설

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$a : b = c : d \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \dots \textcircled{1}$$

① $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 이므로 $ad = bc$

② $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 이므로 $\frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1$

$$\therefore \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots \textcircled{2}$$

③ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 이므로 $\frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1$

$$\therefore \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots \textcircled{3}$$

④ $\textcircled{1} \div \textcircled{2}$ 에서 $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$

$$\therefore \frac{c+d}{a+b} = \frac{c}{a}$$

⑤ $\textcircled{3} \div \textcircled{2}$ 에서 $\frac{a-b}{a+b} = \frac{c-d}{c+d}$

$$\therefore \frac{c+d}{a+b} = \frac{c-d}{a-b}$$

6. A, B, C 세 사람은 각각 책 읽는 속도가 다르다. A가 어떤 책을 읽기 시작하고 나서 3시간 지났을 때, B가 같은 책을 읽기 시작하였다. 그로부터 5시간 후에는 A, B가 모두 총 쪽수의 $\frac{1}{3}$ 을 읽었다. C는 이 때부터 같은 책을 읽기 시작하여 B와 동시에 책을 다 읽었다. A가 다른 책을 6시간 걸려서 다 읽는다면 C가 그 책을 모두 읽는 데 걸리는 시간은?
- ① 1시간 50분 ② 2시간 10분 ③ 2시간 30분
④ 2시간 50분 ⑤ 3시간 10분

해설

B는 책의 $\frac{1}{3}$ 을 5시간 걸려서 읽었으므로 책을 다 읽는 데는 15시간이 걸린다.
A는 책의 $\frac{1}{3}$ 을 읽는 데 B보다 3시간이 더 걸리므로 책을 다 읽는 데는 $(5 + 3) \times 3 = 24$ (시간)이 걸린다.
또, B가 전체의 $\frac{2}{3}$ 를 읽는 데 걸린 시간과 C가 책 전체를 읽는 데 걸린 시간이 같으므로
C는 책을 다 읽는 데 $15 \times \frac{2}{3} = 10$ (시간)이 걸린다.
따라서 같은 책을 읽을 때, A와 C의 책 읽는 데 걸리는 시간의 비가 24 : 10이므로
C가 A가 읽은 다른 책을 읽는 데 걸리는 시간을 x 라 하면
 $24 : 10 = 6 : x$
 $\therefore x = \frac{60}{24} = \frac{5}{2}$ (시간)
따라서 2시간 30분이 걸린다.

7. 함수 $y = \frac{2x-1}{x+2}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

① 점근선 중 하나는 $x = -2$ 이다.

② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.

③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -5 만큼
평행이동한 그래프다.

④ 이 그래프는 x 축을 지난다.

⑤ 함수 $y = \frac{-5}{x+2}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2 만큼 평행이동한
그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-1}{x+2} = \frac{2(x+2)-5}{x+2} = \frac{-5}{x+2} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = -2$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{-5}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼,

y 축 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ③이다.

8. $|x|$ 는 x 보다 크지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $|\sqrt[3]{1}| + |\sqrt[3]{2}| + |\sqrt[3]{3}| + \cdots + |\sqrt[3]{n}| = 2n$ 일 때, n 의 값을 구하면?

- ① 29 ② 33 ③ 41 ④ 47 ⑤ 59

해설

$1 \leq n \leq 7$ 일 때, $|\sqrt[3]{n}| = 1$
 $8 \leq n \leq 26$ 일 때, $|\sqrt[3]{n}| = 2$
 $27 \leq n \leq 63$ 일 때, $|\sqrt[3]{n}| = 3$
 $n \geq 64$ 일 때, $1 \times 7 + 2(26 - 7) + 3(63 - 26) + |\sqrt[3]{64}| + |\sqrt[3]{65}| + \cdots + |\sqrt[3]{n}| > 2n$ 이므로 계산할 필요가 없다.
 $f(n) = |\sqrt[3]{1}| + |\sqrt[3]{2}| + |\sqrt[3]{3}| + \cdots + |\sqrt[3]{n}|$ 로 놓으면 $f(n)$ 에서
$$\begin{cases} n & (1 \leq n \leq 7) \\ f(7) + 2(n - 7) = 2n - 7 & (8 \leq n \leq 26) \\ f(26) + 3(n - 26) = 3n - 33 & (27 \leq n \leq 63) \end{cases}$$
따라서, $3n - 33 = 2n$ 에서 $n = 33$

9. 실수 a 가 $0 < a < 2$ 이고, 실수 x, y 가 연립방정식

$$\begin{cases} 4x - ay = 16 \\ ax - y = a^3 \end{cases} \quad \text{을 만족시킬 때,}$$

$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 4x - ay = 16 \cdots \textcircled{1} \\ ax - y = a^3 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

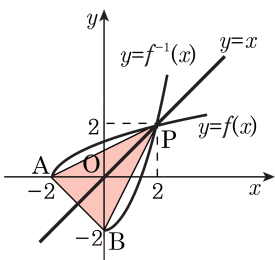
$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times a$ 하면

$$(4 - a^2)x = 16 - a^4$$

$$\therefore x = 4 + a^2, \quad y = 4a$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} &= \sqrt{(a+2)^2} + \sqrt{(a-2)^2} \\ &= 4 \quad (\because 0 < a < 2) \end{aligned}$$

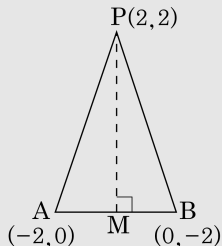
10. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+2}$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점을 A, $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프와 y 축이 만나는 점을 B라 하자. $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 교점을 P라고 할 때, 삼각형 ABP의 넓이를 구하면?



- ① 5 ② 6 ③ $4\sqrt{2}$
 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = f(x) = \sqrt{x+2}$ 의 정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $x = \sqrt{y+2}$
 y 에 관하여 정리하면 $y = x^2 - 2$
 따라서 $y = f^{-1}(x) = x^2 - 2$ 이고,
 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq -2\}$
 이때, $y = f(x)$ 와
 $y = f^{-1}(x)$ 의 교점은
 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의
 교점과 같다.



$\sqrt{x+2} = x, x+2 = x^2$
 $x^2 - x - 2 = 0,$
 $x = 2$ 또는 $x = -1$
 $\therefore x = 2, y = 2(\because x > 0)$
 $\therefore P(2, 2)$
 $\overline{AB}$ 의 중점을 M이라 하면 $M(-1, -1)$
 $\triangle ABP$ 는 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{AB} \perp \overline{PM}$ 이다.
 $\overline{AB} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$
 $\overline{PM} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$
 따라서 $\triangle ABP$ 의 넓이를 S라 하면
 $S = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{PM} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$

11. 함수 $f(x)$ 가 역함수 $g(x)$ 를 갖고 $f(1) = 1$, $g(\sqrt{x+a}-1) = x+b$ 일 때 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

g 가 f 의 역함수이므로 $g = f^{-1}$
 $f^{-1}(\sqrt{x+a}-1) = x+b$ 에서
 $\sqrt{x+a}-1 = f(x+b)$
양변에 x 대신 $x-b$ 를 대입하면
 $\sqrt{(x-b)+a}-1 = f(x-b+b)$
 $\therefore f(x) = \sqrt{x+a-b}-1$
 $f(1) = 1$ 이므로
 $f(1) = \sqrt{1+a-b}-1 = 1$
 $\sqrt{1+a-b} = 2, 1+a-b = 4$
 $\therefore a-b = 3$

12. 곡선 $y^2 - 2y + 4x - 3 = 0$ 에 x 축 위의 점 $(a, 0)$ 으로 부터 그은 두 접선이 직교하도록 a 의 값을 정하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

곡선 $y^2 - 2y + 4x - 3 = 0$ 에 접하는 직선의 기울기를 m 이라 하면,

그 접선은 점 $(a, 0)$ 을 지나므로 $y = m(x - a)$

이것을 주어진 식에 대입하여 정리하면,

$$(mx - am)^2 - 2(mx - am) + 4x - 3 = 0$$

$$m^2x^2 - 2(am^2 + m - 2)x + a^2m^2 + 2am - 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (am^2 + m - 2)^2 - m^2(a^2m^2 + 2am - 3) = 0$$

정리하면, $(1 - a)m^2 - m + 1 = 0$

m 의 두 근을 α, β 라 하면,

두 접선이 직교하기 위해서는 $\alpha\beta = -1$ 이어야 하므로

$$\alpha\beta = \frac{1}{1 - a} = -1$$

$$\therefore a = 2$$

13. 토정비결에서는 다음 조건에 맞는 3개의 수 A, B, C로 각 사람의 그 해의 운세

A	B	C
---	---	---

를 결정한다.

- (1) A는 태어난 해에 해당하는 수를 3으로 나눈 나머지
(2) B는 태어난 달에 해당하는 수를 6으로 나눈 나머지
(3) C는 태어난 날에 해당하는 수를 8로 나눈 나머지

토정비결에 있는 서로 다른 운세

A	B	C
---	---	---

는 모두 몇 가지인가?
(단, 나머지가 0인 경우에는 나누는 수를 나머지로 한다)

- ① 64가지

② 144가지

③ 127가지
- ④ 216가지

⑤ 254가지

해설

A는 1, 2, 3 총 3가지, B는 1부터 6까지 총 6가지, C는 1부터 8까지 총 8가지
따라서 총 가지 수는 $3 \times 6 \times 8 = 144$ 가지

14. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 3 개, 10 원짜리 동전 4 개를 사용하여 거스름돈 없이 지불하는 경우에 지불방법의 수를 a , 지불금 액의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 98 가지

해설

10 원, 50 원, 100 원짜리 동전을 각각 x 개, y 개, z 개 사용한다고 하면,

1) 지불방법의 수는

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

$$y = 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$y = 0, 1, 2,$$

$$z = 0, 1, 2$$

주어진 α 에 대한 기저반변인 χ 의 기저는 χ_0, χ_1, χ_2 이다.

중에서 $x = y = z = 0$ 을 제외
 $= 5 \times 4 \times 3 = 1 = 50$ (가지)

2) 지불금액의 수를 구할 때 50 원짜리가 3 개이므로 이 중 2 개를 합하면 100 원짜리 하나와 같으므로 100 원짜리 동전 2 개를 50 원짜리 동전 4 개로 바꾸어 생각한다.

즉, 50 원짜리 7 개, 10 원짜리 4 개로 계산하는 금액과 동일하다.

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

$$y = 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7$$

즉 예시 $y = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 은 제이한 기브스 그래의 총 기지스 노드

중에서 $x = y = z =$

$$b = 5 \times 8 - 1 = 39$$

해석

a 를 구하기 위하여 동전 1 개, 2 개, 9 개로 각각 만들 수 있는 금액의 경우를 알아보면

도저 1 개 $\Rightarrow$ 10 50 100

동전 1 개 $\Rightarrow$ 10, 50, 100
 동전 2 개 $\Rightarrow$ 10, 50, 100, 100, 50, 10, 100, 100, 50, 10

동전 2 개 $\Rightarrow$ 20, 60, 100, 110, 150, 200

동전 3 개 $\Rightarrow$ 30, 70, 110, 120, 150, 160, 200, 210, 250
 동전 4 개 $\Rightarrow$ 40, 80, 120, 130, 160, 170, 210, 220, 250, 260.

동적 5 개 $\Rightarrow$ 90, 130, 140, 170, 180, 220, 230, 260, 270, 310

총선 5 개 $\Rightarrow$ 90, 130, 140, 170, 180, 220, 230, 260, 270,
350

350

동전 6 개 $\Rightarrow$ 140, 180, 190, 230, 240, 2

도서 7 개 $\rightarrow$ 190, 240, 280

동선 7개 $\Rightarrow$ 190

동전 8 개 $\Rightarrow 290,340,380$

동전 9 개 $\Rightarrow$ 390

15. 어떤 원자의 전자들은 에너지의 증감에 따라 세 가지 상태 a, b, c 로 바뀐다. 이 때, 다음 규칙이 적용된다고 하자.

규칙1: 에너지가 증가하면 b 상태의 전자는 c 상태로 올라가고, a 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 c 상태로 올라간다.
규칙2: 에너지가 감소하면 b 상태의 전자는 a 상태로 내려가고, c 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 a 상태로 내려간다.

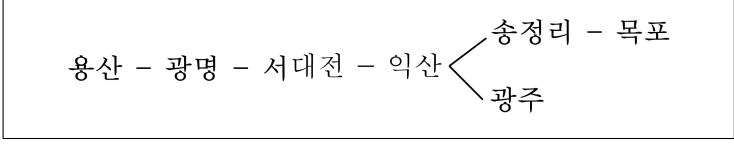
<단계1>에서 전자는 a 상태에 있다. 에너지가 증가하여 <단계2>가 되면 이 전자는 b 상태 또는 c 상태가 된다. 이때, 이 전자가 취할 수 있는 변화의 경로는 $a \rightarrow b$ 와 $a \rightarrow c$ 의 2가지이다. 다시 에너지가 감소하여 <단계3>이 되면, 이 때까지의 가능한 변화 경로는 $a \rightarrow b \rightarrow a, a \rightarrow c \rightarrow b, a \rightarrow c \rightarrow a$ 의 3가지이다. 이와 같이 순서대로 에너지가 증감을 반복할 때, <단계1>부터 <단계7>까지 이 전자의 가능한 변화 경로의 수는?

- ① 18
- ② 19
- ③ 20
- ④ 21
- ⑤ 22

해설

단계 1 : 1 가지,
단계 2 : 2 가지,
단계 3 : 3 가지,
단계 4 : 5 가지 ...
즉, 피보나치 수열을 이룬다.
따라서 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,
∴ 단계 7 : 21

16. 다음은 고속 철도 *KTX* 의 호남선 운행 노선의 일부이다.



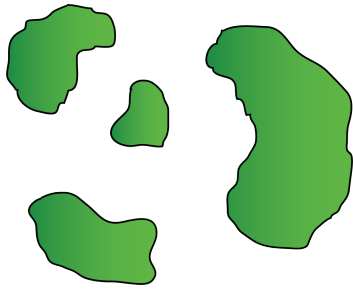
KTX 승차권의 출발역과 도착역만을 고려할 때, 위의 각 역에서 발매하는 편도 승차권의 종류는 모두 몇 가지인가? (단, 광주와 송정리를 연결하는 고속 철도는 없다.)

- ① 36
- ② 38
- ③ 40
- ④ 42
- ⑤ 44

해설

7 개의 역 중 2 개를 선택하여 배열하는 방법과 같다.
 ${}_7P_2 = 42$
그런데 송정리와 광주, 목포와 광주를 운행하는 열차는 존재하지 않으므로 $42 - 2^2 = 38$

17. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.

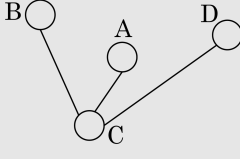


▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

4개의 섬을 A, B, C, D라 하자.
(i) 한 섬에 다리를 1개 또는 2개를 건설하는 경우는
A → B → C → D
A → C → D → B
⋮
D → C → B → A
B → D → C → A
⋮
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)
A → B → C → D와 D → C → B → A,
A → C → D → B와 B → D → C → A는 같은 방법
이므로
 $\frac{24}{2} = 12$ (가지)
(ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4 가지이다.



$\therefore 12 + 4 = 16$ (가지)

18. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 A 에서 A 로의 함수 f 의 개수는?

- ㉠ 함수 f 는 일대일대응이다.

㉡ $f(1) = 5$ 이다.

㉢ $a \geq 2$ 이면 $f(a) \leq a$ 이다.

- ① 4
- ② 8
- ③ 16
- ④ 32
- ⑤ 64

해설

조건 ㉢에 의해 $f(2) \leq 2$ 이므로 $f(2)$ 를 정하는 방법의 수는 ${}_2C_1$
조건 ㉠, ㉢에 의해 $f(3) \leq 3, f(3) \neq f(2)$ 이므로 $f(3)$ 를 정하는
방법의 수는 ${}_2C_1$
같은 방법으로 $f(4)$ 를 정하는 방법의 수도 ${}_2C_1$ 이고, $f(5)$ 를
정하는 방법의 수는 1
 $\therefore {}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 = 8$

19. 좌표평면 위의 6 개의 평행한 직선 $x = m$ ($m = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) 와 5 개의 평행한 직선 $y = n$ ($n = 0, 1, 2, 3, 4$) 로 만들어지는 직사각형 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하지 않는 직사각형의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 102개

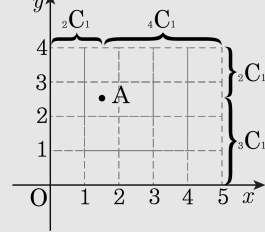
해설

6 개의 평행한 직선 $x = m$ ($m = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) 와
5 개의 평행한 직선 $y = n$ ($n = 0, 1, 2, 3, 4$) 로
만들어지는 직사각형의 총 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6 \times 5}{2} \times \frac{5 \times 4}{2} = 150 \text{ (개)}$$

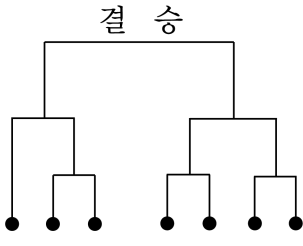
이 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하는 직사각형의

개수는 $({}_2C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_3C_1) = 8 \times 6 = 48$ (개)



따라서, 구하는 직사각형의 개수는 $150 - 48 = 102$ (개)

20. 7 개의 팀이 아래 그림과 같이 한 개 팀에게 부전승을 허용하여 토너먼트 방식으로 경기를 하려고 한다. 시합을 하는 방법의 수는?



- ① 315 ② 378 ③ 396 ④ 412 ⑤ 446

해설

7 개의 팀을 4 팀, 3 팀으로 나누는 경우의 수는

$${}_7C_4 \times {}_3C_3 = 35 \text{ (가지)}$$

아래 왼쪽 조를 완성하는 방법의 수는

$${}_3C_2 \times {}_1C_1 = 3 \text{ (가지)}$$

아래 오른쪽 조를 완성하는 방법의 수는

$${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 방법의 수는 $35 \times 3 \times 3 = 315$ (가지)