

1. 분수식 $\frac{x^2}{(x-y)(x-z)} + \frac{y^2}{(y-x)(y-z)} + \frac{z^2}{(z-x)(z-y)}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} \dots \textcircled{1}$$

①에서 분자를 x 에 관하여 정리하면

$$x^2(z-y) + y^2(z-x) + z^2(y-x)$$

$$= (z-y)x^2 - (z^2 - y^2)x + yz^2 - y^2z$$

$$= (z-y)x^2 - (z+y)(z-y)x + zy(z-y)$$

$$= (z-y) \{ x^2 - (z+y)x + zy \}$$

$$= (z-y)(x-z)(x-y) = (x-y)(y-z)(z-x)$$

$$\therefore \text{(준식)} = \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 1$$

2. 0 이 아닌 실수 a, b, c 가 다음 관계를 만족한다. $a^2 + b^2 + c^2 = 1$,
 $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = -3$ 일 때, $a+b+c$ 의 값들의
합을 구하면?

- ① -1 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$
$$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} = -3 \text{ 에서}$$
$$a+b+c = k \cdots \textcircled{1} \text{ 으로 놓으면}$$
$$\frac{k-a}{a} + \frac{k-b}{b} + \frac{k-c}{c} = -3$$
$$k\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 0$$
$$\therefore k=0 \text{ 또는 } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \cdots \textcircled{2}$$

② 에서 $ab+bc+ca=0$
①에서 $k^2 = (a+b+c)^2$
 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) = 1$
 $\therefore k = \pm 1$
 $\therefore k=0$ 또는 ± 1
따라서 k 값들의 합은 0 이다.

3. $\frac{x(y+z)}{27} = \frac{y(z+x)}{32} = \frac{z(x+y)}{35}$ 에서 $\frac{x^2+y^2}{z^2}$ 의 값은? (단, x, y, z 는 모두 양수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\frac{x(y+z)}{27} = \frac{y(z+x)}{32} = \frac{z(x+y)}{35} = k(k \neq 0)$ 라 하면
 $xy + zx = 27k$, $zy + xy = 32k$, $zx + yz = 35k$ 이므로
 $2(xy + yz + zx) = 94k$, $\therefore xy + yz + zx = 47k$ 이므로
 $yz = 20k$, $zx = 15k$, $xy = 12k$
또, $x^2 \cdot y^2 \cdot z^2 = 3600k^3$ 이므로
 $x^2 \cdot 400k^2 = 3600k^3$ 에서 $x^2 = 9k$
 $225k^2 \cdot y^2 = 3600k^3$ 에서 $y^2 = 16k$
 $144k^2 \cdot z^2 = 3600k^3$ 에서 $z^2 = 25k$
 $\therefore \frac{x^2+y^2}{z^2} = \frac{9k+16k}{25k} = 1$

4. 함수 $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ 의 치역이 $\{y \mid y \leq p \text{ 또는 } q < y\}$ 일 때, $p+q$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

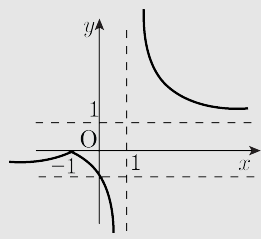
해설

i) $x < -1$

$$y = \frac{-x-1}{x-1} = -1 + \frac{-2}{x-1}$$

ii) $x \geq -1$

$$y = \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$



$\{y \mid y \leq p \text{ 또는 } q < y\}$ 이므로

$$p=0, q=1 \therefore p+q=1$$

5. 함수 $y = \frac{2x-7}{x-2}$ 의 그래프와 함수 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프는 평행이동에 의하여 겹쳐질 수 있다. 이 때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = \frac{2x-7}{x-2} = \frac{2(x-2)-3}{x-2} = -\frac{3}{x-2} + 2$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore k = -3$

6. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

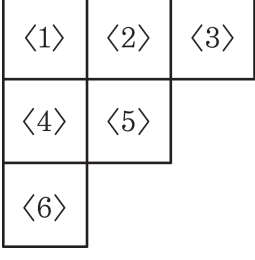
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 5가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)
소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)
따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는
 $3 + 3 - 1 = 5$ 이다.
∴ 5 가지

7. 어느 동물원에서 그림과 같이 번호가 적혀 있는 6 칸의 동물 우리에 호랑이, 사자, 늑대, 여우, 원숭이, 곰을 각각 한 마리씩 넣을 때, 호랑이와 사자는 이웃하지 않게 넣으려고 한다. 예를 들어, <1>의 경우에는 <2>와 <4>가 이웃하는 우리이고, <3>, <5>, <6>은 이웃하지 않는 우리이다. 이때, 6 마리의 동물들을 서로 다른 우리에 각각 넣는 방법의 수는?



- ① 112 ② 120 ③ 184 ④ 216 ⑤ 432

해설

(호랑이, 사자)가 이웃하지 않는 경우는 9 가지
즉, (1, 3), (1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (5, 6) 이
고
서로 바꾸는 경우의 수가 2 가지 이므로 구하는 방법의 수는
 $9 \times 2 \times 4! = 432$

8. H 고등학교 앞 분식점 메뉴에는 라면 요리가 4가지, 튀김 요리가 5가지 있다. 이때, 라면 요리 2가지, 튀김 요리 3가지를 주문하는 방법의 수를 a , 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지가 반드시 포함되도록 5가지 요리를 주문하는 방법의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 75가지

해설

라면 요리 4가지 중에서 2가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_4C_2$ 이고, 튀김 요리 5가지 중에서 3가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_5C_3$ 이므로

$$\begin{aligned} a &= {}_4C_2 \times {}_5C_3 \\ &= \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 60 \end{aligned}$$

또, 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지를 포함하여 5가지 요리를 주문하는 방법의 수는 특정한 라면 요리 1가지와 튀김 요리 2가지를 제외하고 나머지 6가지의 요리 중에서 2가지를 주문하는 방법과 같으므로

$$b = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

따라서 $a + b = 60 + 15 = 75$

9. 다음 중 지나지 않는 사분면이 같은 것끼리 짝지은 것은?

$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{1}{x-2} - 1$	$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{4}{x+2} - 1$
$\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{2}{x-3} - 1$	$\textcircled{\text{㉣}} y = \frac{-2}{x-1} + 1$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

- ㉠, ㉢는 제2사분면을 지나지 않는다.
㉡는 모든 사분면을 지난다.
㉣는 제3사분면을 지나지 않는다.

10. $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수는?

① $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 2)$

② $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 2)$

③ $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 1)$

④ $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 1)$

⑤ $y = x^2 - 3x + 2 (x \geq 3)$

해설

$$y - 2 = \sqrt{x - 1} \text{ 에서 } \sqrt{x - 1} \geq 0 \text{ 이므로 } y \geq 2$$

$$\text{또 양변을 제곱하면, } (y - 2)^2 = x - 1$$

$$\therefore x = y^2 - 4y + 5 \ (y \geq 2)$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸면 } y = x^2 - 4x + 5 \ (x \geq 2)$$

11. 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전만 사용할 수 있는 자동판매기에서 400 원짜리 음료수 3 개를 선택하려고 한다. 세 종류의 동전을 모두 사용하여 거스름돈 없이 자동판매기에 동전을 넣는 방법의 수는? (단, 동전을 넣는 순서는 고려하지 않는다.)
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

500 원을 기준으로 생각한다. 100 원을 A , 50 원을 B 라 하면,
(1) 500 원 1 개 :
 $(A, B) = (6, 2), (5, 4), (4, 6),$
 $(3, 8), (2, 10), (1, 12)$
(2) 500 원 2 개 : $(A, B) = (1, 2)$
∴ 총 7가지

12. 남자 5명, 여자 4명 중에서 남자 3명, 여자 2명을 뽑아서 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

- ① 1800 ② 3600 ③ 4800 ④ 5400 ⑤ 7200

해설

$${}_5C_3 \times {}_4C_2 \times 5! = 7200$$

13. 0, 1, 2, 3, 4, 5 의 6 개의 숫자를 사용하여 만든 6 자리의 수 중에서 5 의 배수의 개수는?

① 64 개

② 128 개

③ 144 개

④ 216 개

⑤ 256 개

해설

5 의 배수는 일의 자리에 0 이 오거나 5 가 온다.

(i) 일의 자리가 0 인 수의 개수는

나머지 다섯 자리에 1, 2, 3, 4, 5 를 배열하는 순열의 수와
같으므로 $5! = 120$

(ii) 일의 자리가 5 인 수의 개수는

맨 앞에는 0 이 올 수 없으므로 $4 \times 4! = 96$

(i), (ii) 에서 구하는 5 의 배수의 개수는

$$120 + 96 = 216$$

14. 12개의 프로 야구팀이 다른 모든 팀과 각각 3번씩경기를 치르는 리그 전을 벌일 때, 전체 경기 수는?

① 120 ② 144 ③ 168 ④ 198 ⑤ 200

해설

(12 개의 팀 중에서 2 개의 팀을 고르는 방법) $\times 3$
 $= {}_{12}C_2 \times 3 = 198$

15. 서로 다른 9 개의 사탕이 있을 때, 사탕을 3 개씩 세 묶음으로 나누어 갑, 을, 병에게 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 1680 가지

해설

$${}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 1680$$

16. $A = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$, $B = \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{x}}}$, $C = \frac{3}{3 + \frac{3}{3 + \frac{3}{x}}}$ 에 대하여 $x = \frac{2}{5}$

일 때의 A, B, C 의 대소 관계를 순서대로 옳게 나타낸 것은?

- ① $A > B > C$

② $A \geq B = C$

③ $A < B < C$

④ $A \leq B = C$

⑤ $A = B = C$

해설

$$A = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{2}{5}}} = \frac{1}{1 + \frac{5}{2}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{5}{2}} = \frac{1}{\frac{7}{2}} = \frac{2}{7}$$

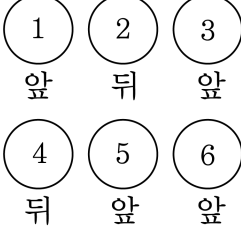
$$B = \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{x}}} = \frac{1}{\frac{8}{7}} = \frac{7}{8}$$

$$C = \frac{3}{3 + \frac{3}{3 + \frac{3}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{21}{2}}} = \frac{1}{\frac{23}{21}} = \frac{21}{23}$$

$$\therefore A = \frac{2}{7}, B = \frac{7}{8}, C = \frac{21}{23}$$

$$\therefore A < B < C$$

17. 다음 그림과 같이 1부터 6까지의 번호가 붙어 있는 동전 6개 중에서 2개를 뒤집어서 앞면과 뒷면의 개수가 변하지 않게 하려 한다. 서로 다른 방법은 모두 몇 가지 있는가?



- ① 4가지
- ② 8가지
- ③ 12가지
- ④ 16가지
- ⑤ 24가지

해설

앞면과 뒷면의 개수가 변하지 않으려면, 앞면 하나와 뒷면 하나를 뒤집어야 한다.
따라서 $4 \times 2 = 8$ 가지

18. something의 9개의 문자를 일렬로 나열할 때, e 와 i 사이에 3개의 문자가 들어 있는 경우의 수는?

① 8400

② 16800

③ 33600

④ 50400

⑤ 144000

해설

3 개의 문자를 선택하여 배열하는 경우의 수 : ${}_7P_3$

e 와 i 를 배열하는 방법의 수 : 2

e 와 i 그리고 3 개의 문자를 하나로 보고 나머지 문자와 같이 배열하는 방법의 수 : $5!$

$${}_7P_3 \times 2 \times 5! = 50400$$

19. 키가 모두 다른 남학생 세 명과 여학생 세 명이 일렬로 놓인 의자에 앉으려고 한다. 남학생끼리는 키가 작은 학생이 큰 학생보다 왼쪽에 앉아야 할 때, 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

남학생 세 명이 앉는 순서는 정해져 있다.
6명이 앉는 방법의 수를 남학생 3명이 자리를 바꿔 앉는 방법의 수로 나누면

$$\frac{6!}{3!} = 120$$

20. 인터넷 동호회 A, B의 회원 6명, 6명이 모여 연합동호회를 만들려고 한다. 연합동호회의 대표를 3명 정할 때, A 동호회의 회원이 적어도 한 명 포함되는 경우의 수는?

- ① 160 ② 200 ③ 270 ④ 315 ⑤ 380

해설

적어도 동호회 A의 회원이 포함되는 경우의 수는 12명 중에서 3명을 택하는 조합의 수에서 대표 3명이 모두 동호회 B의 회원인 경우의 수를 제외하면 된다.

전체 12명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{12}C_3$,

대표 3명을 모두 동호회 B에서 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_3$ 이므로 구하는 경우의 수는

$$\begin{aligned} {}_{12}C_3 - {}_6C_3 &= \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} - \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \\ &= 220 - 20 = 200 \end{aligned}$$

21. 상수 a, b, c, d 에 대하여 등식

$$\frac{3}{x(x-2)} + \frac{3}{(x-1)(x-3)} + \frac{3}{(x-2)(x-4)} + \frac{3}{(x-3)(x-5)} + \frac{3}{(x-4)(x-6)} \\ = \frac{d(x^2-6x+3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)}$$

이 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① 20 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 30

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= -\frac{3}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} \right) \right. \\ &\quad + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-5} \right) + \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-6} \right) \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-5} - \frac{1}{x-6} \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-5} \right) + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-6} \right) \right\} \\ &= -\frac{3}{2} \left\{ \frac{-5}{x(x-5)} + \frac{-5}{(x-1)(x-6)} \right\} \\ &= \frac{15}{2} \cdot \frac{(x-1)(x-6) + x(x-5)}{x(x-5)(x-1)(x-6)} \\ &= \frac{15}{2} \cdot \frac{2x^2 - 12x + 6}{x(x-1)(x-5)(x-6)} \\ &= \frac{15(x^2 - 6x + 3)}{x(x-1)(x-5)(x-6)} \\ &= \frac{d(x^2 - 6x + 3)}{x(x-a)(x-b)(x-c)} \end{aligned}$$

$$\therefore a+b+c+d = 1+5+6+15 = 27$$

22. $abc \neq 0$ 인 실수 a, b, c 에 대하여 $\frac{|a|}{a} + \frac{\sqrt{b^2}}{b} + \frac{\sqrt{c^2}}{|c|} + \frac{\sqrt{(abc)^2}}{abc}$ 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\sqrt{b^2} = |b|$, $\sqrt{c^2} = |c|$, $\sqrt{(abc)^2} = |abc|$ 이므로
(주어진 식) = $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + 1 + \frac{|abc|}{abc}$ 에서
 a, b, c 의 양, 음에 따라 주어진 식의 값을 구해 보면
(i) $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때,
(주어진 식) = $1 + 1 + 1 + 1 = 4$
(ii) $a > 0, b > 0, c < 0$ 일 때,
(주어진 식) = $1 + 1 + 1 - 1 = 2$
(iii) $a > 0, b < 0, c > 0$ 일 때,
(주어진 식) = $1 - 1 + 1 - 1 = 0$
(iv) $a > 0, b < 0, c < 0$ 일 때,
(주어진 식) = $1 - 1 + 1 + 1 = 2$
(v) $a < 0, b > 0, c > 0$ 일 때,
(주어진 식) = $-1 + 1 + 1 - 1 = 0$
(vi) $a < 0, b > 0, c < 0$ 일 때,
(주어진 식) = $-1 + 1 + 1 + 1 = 2$
(vii) $a < 0, b < 0, c > 0$ 일 때,
(주어진 식) = $-1 - 1 + 1 + 1 = 0$
(viii) $a < 0, b < 0, c < 0$ 일 때,
(주어진 식) = $-1 - 1 + 1 - 1 = -2$
따라서 주어진 식의 값은 -2, 0, 2, 4 중 어느 하나이다.

23. 양수 a 의 소수 부분을 b 라 할 때, $a^2 + b^2 = 8$ 을 만족하는 a 의 값을 구하면?

① $1 + \sqrt{3}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 - \sqrt{3}$

④ $1 - \sqrt{3}$

⑤ $3 + 2\sqrt{3}$

해설

(i) a 가 정수일 때,
 $b = 0$, $a^2 = 8$ $a = 2\sqrt{2}$ (모순)
(ii) $a > 0$, 정수가 아닐 때 $b \neq 0$
 a 의 정수부분을 k 라 하면
 $a = k + b$ ($0 < b < 1$)이라 하면
 $a^2 + b^2 = 8$ 에서 $b^2 = 8 - a^2$
 $0 < 8 - a^2 < 1$, $\sqrt{7} < a < \sqrt{8}$
 $\therefore k = 2$ $\therefore b = a - 2$
 $a^2 + (a - 2)^2 = 2a^2 - 4a + 4 = 8$
 $a^2 - 2a - 2 = 0$, $a = 1 \pm \sqrt{3}$
 $\therefore a = 1 + \sqrt{3}$ ($\because a > 0$)

24. $x = 2\sqrt{a-1} (a > 1)$ 일 때,
 $P = \frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}}$ 로 놓는다.
 $P = x - \frac{1}{x}$ 일 때, x 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ④ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ⑤ $-\frac{2}{\sqrt{3}}$

해설

$$x = 2\sqrt{a-1} \text{에서 } \sqrt{a-1} = \frac{x}{2}, a-1 = \frac{x^2}{4}$$

$$\therefore a = \frac{x^2}{4} + 1$$

$$x > 0 \text{이므로 } \sqrt{a+x} = \sqrt{\frac{(x+2)^2}{4}} = \frac{x+2}{2}$$

$$\sqrt{a-x} = \sqrt{\frac{(x-2)^2}{4}} = \frac{|x-2|}{2}$$

$$\therefore P = \frac{x+2+|x-2|}{x+2-|x-2|} = \begin{cases} \frac{2}{x} & (0 < x < 2) \\ \frac{x}{2} & (x \geq 2) \end{cases}$$

i) $0 < x < 2$ 일 때 $\frac{2}{x} = x - \frac{1}{x}$

$$\therefore \frac{3}{x} = x$$

$$\therefore x = \sqrt{3} \text{(적합)}$$

ii) $x \geq 2$ 일 때 $\frac{x}{2} = x - \frac{1}{x}$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{x}{2}$$

$$\therefore x = \sqrt{2} \text{(부적합)}$$

i), ii) 에서 $x = \sqrt{3}$

25. $x = \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{3}-2}$ 일 때, $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 10x - 4$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{3}-2} \text{에서} \\ \sqrt[3]{\sqrt{3}+2} &= a, \sqrt[3]{\sqrt{3}-2} = b \text{라 하면} \\ x &= a - b, ab = -1 \\ x^3 &= (a - b)^3 \\ &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \\ &= \sqrt{3} + 2 - (\sqrt{3} - 2) + 3x = 4 + 3x \\ \therefore x^3 - 3x - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 10x - 4 & \\ &= (x^3 - 3x - 4)(x + 2) + 4 \\ &= 0 + 4 = 4 \end{aligned}$$