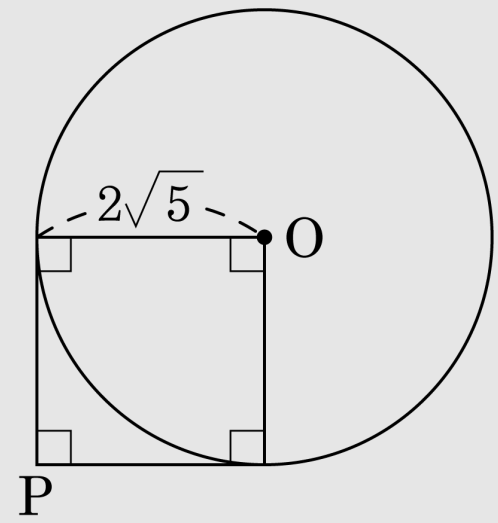
**1.** 원 $(x+1)^2+(y-6)^2=20$ 밖의 한 점 P에서 그은 접선이 수직으로 만날 때, 다음 중 점 P가 될 수 없는 점을 고르면?

① $(-7,\ 8)$ ② $(-3,\ 12)$ ③ $(1,\ 0)$

④ $(3,\ 1)$ ⑤ $(5,\ 4)$

해설

점 P에서 그은 접선이 수직으로 만나려면 그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{5}$ 인 정사각형이 되어야 한다.




이 때 점 P와 중심사이의 거리는 정사각형의 대각선 길이인 $2\sqrt{10}$ 이어야 한다. 원의 중심 $(-1,\ 6)$ 과 보기에 나와 있는 점들 사이의 거리를 구했을 때, 중심과 점 $(3,\ 1)$ 사이의 거리는 $\sqrt{(3-(-1))^2+(1-6)^2}=\sqrt{41}$

**2.** 좌표평면 위의 원점을 O 라 하고 원 $x^2+y^2-8x-6y+21=0$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OP}=d$ 라 할 때, $d$ 가 정수가 되도록 하는 점 P 의 개수를 구하면?

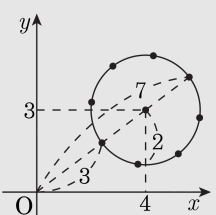
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

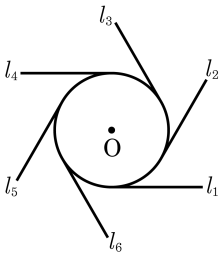
해설

원 $x^2+y^2-8x-6y+21=0$ 을
표준형으로 고치면 $(x-4)^2+(y-3)^2=2^2$
중심이 $(4,\ 3)$ 이고 반지름의 길이가 2 인 원이다.

그림으로 나타내면 다음과 같다.
원 밖의 점 $(0,\ 0)$ 에서 원의 중심 $(4,\ 3)$ 까지의
거리가 $\sqrt{4^2+3^2}=5$ 이므로 점 P 가
원 위를 움직일 때, $d$ 의 값은 직선 OP 가
원의 중심을 지날 때, 최솟값 $d=5-2=3$ 과
최대값 $d=5+2=7$ 을 가진다.
따라서 $3\le d\le 7$ 가 되고,
$d=3,\ d=4,\ d=5,\ d=6,\ d=7$ 일 때
정수가 되는 데 $d=4,\ d=5,\ d=6$ 이 되는
점 P 는 두 개씩이 있으므로
$1+2+2+2+1=8$ 모두 8 개이다.



**3.** 형중이는 수차 제작을 위해 그림과 같은 설계도를 그리고 있다. $l_1$, $l_2$, $\cdots$, $l_6$ 는 원주를 6 등분하는 점에서 원의 접선 방향으로 붙인 날개의 단면이다. 두 접선 $l_1$ 과 $l_2$ 의 연장선의 교점으로부터 원의 중심까지의 거리는 반지름의 몇 배인가?




① 2 배 ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 배 ③ $3\sqrt{5}$ 배

④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 배 ⑤ 5 배

해설

그림에서 $l_1 : y = -r$ 라 놓으면

$l_2 : \ y = \sqrt{3}x + k = \sqrt{3}x - 2r$

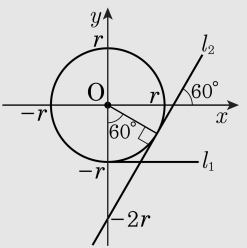
$l_2$ 의 $x$ 절편은 $\frac{2r}{\sqrt{3}}$ 이고

원의 반지름이 $\cos 30° = \frac{r}{x}$ 이므로

$x = r \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

따라서, 구하는 $l_1$ 과 $l_2$ 의 연장선의 교점으로부터

원의 중심까지의 거리는 반지름의 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 배이다.



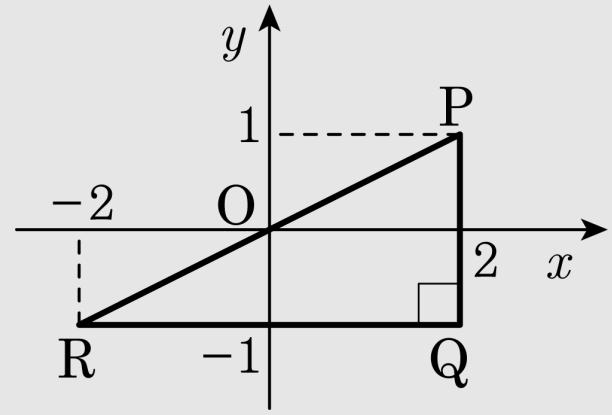
**4.** 점 P (2, 1) 을 $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 점 P, Q, R 를 세 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

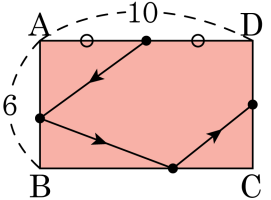
해설

점 P (2, 1) 을 $x$ 축에 대하여 대칭이동한
점 Q 는 Q (2, −1)
또, 점 P (2, 1) 을 원점에 대하여
대칭이동한 점 R 는 R (−2, −1)
따라서, 다음 그림에서 세 점
P (2, 1) , Q (2, −1) , R (−2, −1) 을
꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이는




$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$

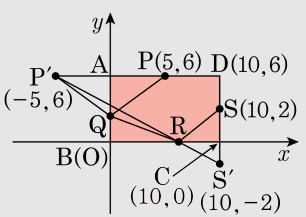
**5.** 직사각형 ABCD에서 변 AD의 중점에서 출발하여 변 AB, 변 BC를 거쳐 변 CD를 1 : 2로 내분하는 점에 이르는 최단 거리는? (단, $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 10$ )




① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

점 B가 원점이 되도록 직사각형 ABCD를
좌표평면 위에 놓고 출발점을 P,
각 변과 만나는 점을 Q, R, S 라 할 때,
점 P 를 $y$축에 대하여 대칭이동한 점을 P′ ,
점 S를 $x$축에 대하여 대칭이동한 점을 S′ 이라고 하자.




이 때, 네 점 P′ , Q , R , S′ 이 일직선 위에
있을 때 구하는 거리는 최솟값을 갖는다.
∴ P′(−5, 6), S′(10, −2) 에서
$\overline{P'S'} = \sqrt{(10-(-5))^2 + (-2-6)^2} = \sqrt{289} = 17$

**6.** 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 1, 2는 반드시 포함하고, 3은 포함하지 않는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

주어진 조건을 만족하는 집합의 개수는 $\{4, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다. 따라서, 구하는 부분집합은 $2^{5-2-1} = 2^2 = 4$(개) 이다.

**7.** $A = \{1,\ 4,\ 7,\ 8,\ 12,\ 15\}$, $B = \{3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 12,\ 13,\ 14,\ 16\}$ 이다.
$n(A \cap B \cap X) = 1$, $A \cup X = A$ 인 집합 $X$ 는 모두 몇 개인가?

① 16 개 ② 32 개 ③ 64 개

④ 128 개 ⑤ 256 개

해설

$A \cap B = \{7,\ 12\}$, $A \cup X = A$ 에서 $X \subset A$,
즉 집합 $X$ 는 집합 $A$ 의 부분집합 중 7, 12 중 어느 하나만 원소로 갖는 집합이므로
7, 12 중 7 만을 원소로 가질 때 $2^4 = 16$
12 만을 원소로 가질 때에도 마찬가지 이므로 $2^4 = 16$ 이다.
따라서 모두 32 개이다.

**8.** 전체집합 $U = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합이 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$ 일 때, $(A \cap B)^c$ 의 원소의 개수를 바르게 구한 것은?

① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

$A \cap B = \{1, 2\}$ 이므로
$(A \cap B)^c = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
따라서 $n(A \cap B)^c = 8$ 이다.

**9.** 전체집합 $U$의 두 부분집합 $A$, $B$에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c)$을 간단히 하면?

① $A$ ② $B$ ③ $\varnothing$ ④ $U$ ⑤ $A \cup B$

해설

$(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c) = (A \cup B) \cap (A \cup B)^c$

$= (A \cup B) - (A \cup B) = \varnothing$

**10.** 자연수 $k$ 의 양의 약수를 원소로 가지는 집합을 $A_k$ 라고 할 때 다음 포함 관계가 옳은 것은?

① $A_{12} \subset A_4$

② $A_{12} \subset (A_{36} \cap A_{24})$

③ $A_{18} \cup A_{36} = A_{18}$

④ $A_{3k} \subset A_{2k}$

⑤ $A_m \cap A_n = A_{mn}$

해설

① $A_4 \subset A_{12}$

③ $A_{18} \cup A_{36} = A_{36}$

④ $A_{3k}$ 와 $A_{2k}$ 는 서로 포함관계가 아님

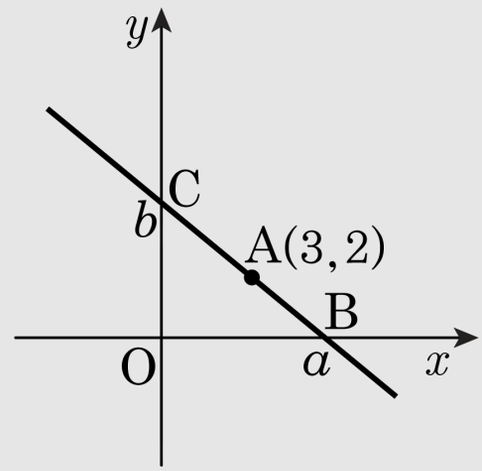
**11.** 좌표평면 위의 점 A(3, 2) 를 지나는 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1\ (a>0, b>0)$ 이 $x$ 축, $y$ 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle OBC$ 의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

$\triangle OBC$ 의 넓이를 $S$ 라 하면

$S = \frac{1}{2}ab$, A(3, 2) 는 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 위의 점이므로




$$1=\frac{3}{a}+\frac{2}{b}\geq 2\sqrt{\frac{3}{a}\times\frac{2}{b}}=2\sqrt{\frac{3}{S}}$$

양변을 제곱하면 $1\geq\frac{12}{S}$ $\therefore S\geq 12$

따라서 $\triangle OBC$ 의 넓이의 최솟값은 12 이다.

**12.** 다음은 $a, b, c, d, x, y, z, w$가 실수일 때, 부등식 $(a^2+b^2+c^2+d^2)(x^2+y^2+z^2+w^2) \geq (ax+by+cz+dw)^2$이 성립함을 증명하는 과정의 일부이다. ㉠, ㉡ 부분에 들어갈 기호가 순서대로 적당한 것은?

[증명] 모든 실수 $t$에 대하여 다음 부등식이 성립한다.
$(at-x)^2+(bt-y)^2+(ct-z)^2+(dt-w)^2$ ㉠ $0$
이것을 $t$에 관하여 정리하면
$(a^2+b^2+c^2+d^2)t^2-2(ax+by+cz+dw)t$
$+(x^2+y^2+z^2+w^2)$ ㉠ $0$
따라서 항상 성립하기 위해서는
$(ax+by+cz+dw)^2-$
$(a^2+b^2+c^2+d^2)(x^2+y^2+z^2+w^2)$ ㉡ $0 \cdots\cdots$ (이하 생략)

① $>, <$ ② $\geq, <$ ③ $\leq, >$ ④ $\leq, \geq$ ⑤ $\geq, \leq$

해설

생략

**13.** $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$일 때, $x \in X$인 임의의 $x$에 대한 다음의 대응 중에서 함수가 아닌 것은?

① $x \to 1$

② $x \to |x|$

③ $x \to x^2 + 1$

④ $x \to 2x$

⑤ $x \to x^2 + x + 1$

해설

④ $f(-1) = -2$ 이므로 함숫값이 공역에 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

**14.** 함수 $f(x)$가 임의의 $x,\ y$ 에 대하여 $f(x+y)+f(y-x)-2f(y)=2x^2,\ f(x)=f(-x)$를 만족시킬 때, $f(1)\cdot f(2)$의 값은? (단, $f(0)=1$ )

① 1 ② 4 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

임의의 $x,\ y$ 에 대하여 $f(x+y)+f(y-x)-2f(y)=2x^2$, $f(x)=f(-x)$ 일 때

i ) $x=1,\ y=0$ 을 대입

$f(1+0)+f(0-1)-2f(0)=2\times 1\ (\because\ f(0)=1)$

$f(1)+f(-1)-2\times 1=2\times 1$

$2f(1)=4\ (\because f(1)=f(-1))\rightarrow f(1)=2$

ii ) $x=1,\ y=1$ 을 대입

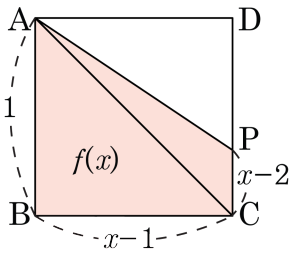
$f(1+1)+f(1-1)-2f(1)=2\times 1$

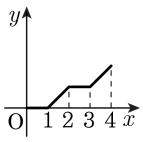
$f(2)+f(0)-2\times 2=2$

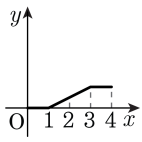
$f(2)+1-4=2\ \rightarrow\ f(2)=5$

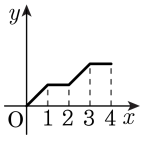
$\therefore\ f(1)\cdot f(2)=2\times 5=10$

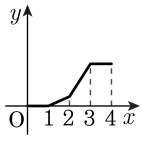
**15.** 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 변 $ABCD$ 위를 움직이는 동점 $P$가 있다. 점 $P$는 $A$ 점에서 출발, 일정한 속력으로 점 $B$를 돌아 다시 점 $A$로 돌아온다. 점 $P$가 움직인 거리를 $x$, 선분 $AP$가 지나간 부분의 넓이를 $f(x)$라 할 때, 다음 중 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형으로 옳은 것은?

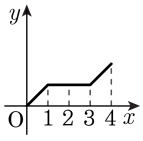



① 

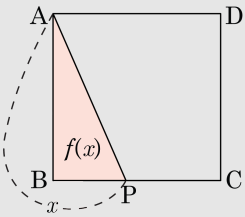

② 


③ 


④ 


⑤ 


해설




$x$ 의 크기에 따른 넓이의 변화를 살펴보면

$$f(x)=\begin{cases}0 & (0\le x\le 1)\\ \frac{1}{2}(x-1) & (1\le x\le 2)\\ \frac{1}{2}(x-1) & (2\le x\le 3)\\ 1 & (3\le x\le 4)\end{cases}$$

한편, 각 구간의 경계점에서 함수는 연속이므로 ②가 옳다.