

1. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x,y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는

$(1,4)$, $(2,3)$, $(3,2)$, $(4,1)$: 4 가지

(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는

$(2,6)$, $(3,5)$, $(4,4)$, $(5,3)$, $(6,2)$: 5 가지

그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로

$4 + 5 = 9$ (가지)

$\therefore 9$

2. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

- ① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서 G.C.D.는 } 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3 + 1)(2 + 1) = 12$$

3. $\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} &= \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!}} \\ &= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}\end{aligned}$$

$$\frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12} \text{ 을 풀면}$$

$$7n^2 - 51n + 14 = 0$$

$$(7n-2)(n-7) = 0$$

$$\therefore n = \frac{2}{7} \text{ 또는 } n = 7$$

${}_nP_3$ 에서 n 은 3 이상의 자연수이므로

$$\therefore n = 7$$

4. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

- ① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지
④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

5. ‘busan’의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.
 $3! \times 2! = 12$

6. ${}_nC_4 = {}_nC_6$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$$n = 4 + 6 = 10$$

7. 10 종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

- ① 120 ② 320 ③ 540 ④ 620 ⑤ 720

해설

$${}_{10}C_3 = 120$$

8. 남자 4명, 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36 ② 72 ③ 120 ④ 144 ⑤ 156

해설

$${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$$

9. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 4개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120 ② 240 ③ 300 ④ 360 ⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.

1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$

2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$

$\therefore 180 + 120 = 300$

10. 5 명의 학생을 2 명과 3 명의 두 그룹으로 나누는 방법의 수는?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$$

11. 10 명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

- ① 128 ② 256 ③ 512 ④ 1024 ⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

12. 100원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 3개, 10원짜리 동전 3개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 98 ② 102 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로
각 동전을 사용하는 경우의 수는 $3 + 1$ 가지이다.
그러나 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므로,
 $\therefore$ (지불 방법의 수) $= (3 + 1)(3 + 1)(3 + 1) - 1 = 63$
지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로
100원짜리 동전 3개를 50원짜리 동전 6개로 바꿔 생각한다.
즉, 50원짜리 동전 9개와 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는
경우의 수를 계산하면 된다.
 $\therefore$ (지불 금액의 수) $= (9 + 1)(3 + 1) - 1 = 39$
 $\therefore a + b = 102$

13. 500 원짜리 동전이 2 개, 100 원짜리 동전이 3 개, 50 원짜리 동전이 4 개 있다. 이 동전의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수는?

① 59 ② 72 ③ 105 ④ 132 ⑤ 164

해설

각각 지불할 수 있는 방법의 수가 3, 4, 5 가지 이므로
 $3 \times 4 \times 5 = 60$
여기서 지불하지 않는 경우를 빼준다.
 $\therefore 60 - 1 = 59$

14. 500 원 짜리 동전 2 개, 100 원 짜리 동전 6 개, 10 원 짜리 동전 3 개가 있을 때, 이 동전의 일부 또는 전부를 써서 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

500 원 짜리 동전 2 개로 0, 1, 2 개의 3 가지로 지불할 수 있으므로 500 원 짜리 동전의 지불방법의 수는 3 가지이다.
마찬가지로 생각하면 100 원 짜리는 7 가지, 10 원 짜리는 4 가지씩의 지불방법이 있다.
그런데 모두 하나도 지불하지 않는 경우는 제외해야 하므로
 $a = 3 \times 7 \times 4 - 1 = 83$ (가지)
또, 500 원 짜리 동전을 모두 100 원 짜리 동전 5 개로 생각하면,
100 원 짜리 동전 16 개, 10 원 짜리 동전 3 개를 써서 지불할 수 있는 금액의 수는
 $b = 17 \times 4 - 1 = 67$ (가지)
 $\therefore a - b = 16$

15. n 권의 책이 있다. (단, $n \geq 5$) 이 n 권 중에서 2 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42 가지였다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 7$

해설

n 권에서 2 권을 뽑는 순열의 수는 ${}_nP_2$ 가지이므로
 ${}_nP_2 = 42$ 곧, $n(n-1) = 42 \quad \therefore (n+6)(n-7) = 0$
한편, $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

16. 남학생 5명, 여학생 n 명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수가 86400가지이다. 이 때, n 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

남학생을 하나로 보면 $n + 1$ 명을 일렬로 세우는 방법과 같다 :

$(n + 1)!$

여기에 남학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다. : $(n + 1)! \times$

$5! = 86400$

$$\therefore (n + 1)! = \frac{86400}{120} = 720 = 6!$$

$\therefore n = 5$

17. 남자 4 명, 여자 3 명을 일렬로 세울 때, 여자 3 명이 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 720 가지

해설

여자 3 명을 한 묶음으로 본다.

$$5! \times 3! = 720$$

18. 남학생 4 명, 여학생 2 명이 한 줄로 설 때, 특정한 3 명이 이웃하여 서는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 144가지

해설

묶음 안에서 특정한 3 명이 자리를 바꾸는 방법은 $3! = 6$ (가지)
3 명을 한 묶음으로 생각하여 4 명을 일렬로 세우는 경우의 수는
 $4! = 24$ (가지)이다.
∴ 구하는 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$ (가지)

19. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리는 이웃하지 않도록
서는 경우의 수는?

① 720

② 960

③ 1280

④ 1440

⑤ 1560

해설

먼저 남자 4명을 줄 세운 다음 양 끝과 남자 사이의 5자리 중 3
자리를 골라 여자들을 배치한다.

$$4! \times {}_5P_3 = 1440$$

20. 6 개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 배열할 때, 모음 a, e 가 이웃하지 않는 경우는 몇 가지가 되는지 구하여라.

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 480가지

해설

a, e 를 제외한 나머지 b, c, d, f 네 문자를 일렬로 먼저 배열하는 방법의 수는 4! 가지가 있다.

이 때, 그 네 문자 사이의 양 끝의 5 개의 자리에 a, e 를 늘어놓으면, a, e 는 이웃할 수 없다.

즉, $\square b \square c \square d \square f \square$ 의 다섯 개의 $\square$ 중에 두 개를 골라 a, e 를 배열한다.

따라서, 구하는 가짓수는 $4! \times {}_5P_2 = 24 \times 20 = 480$ (가지)

21. ‘worldcup’의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 w와 d 사이에 3개의 문자가 들어 있는 것은 몇 개인가?

① 3820 ② 4630 ③ 5760 ④ 6740 ⑤ 7260

해설

Ⓜ○○○○ⓓ○○○

w와 d사이에 나머지 6개 중 3개를 뽑아 채우고 w와 d가 자리를 바꿀 수 있는 경우를 곱한 뒤 5문자를 한 묶음으로 보고 4개를 줄세우는 경우를 구한다.

${}_6P_3 \times 2! \times 4! = 5760$

22. *various* 의 7 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 모두 자음이 오는 경우의 수는?

- ① 120 ② 360 ③ 600 ④ 720 ⑤ 1080

해설

자음 3 개중 2 개를 뽑아 일렬로 나열하는 수 : ${}_3P_2$

나머지 5 개 문자를 배열하는 수 : $5!$

$${}_3P_2 \times 5! = 720$$

23. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생이 있다. 항상 D가 C보다 앞에 오도록 일렬로 서는 방법의 수는 ?

① 12 ② 20 ③ 24 ④ 30 ⑤ 60

해설

전체를 줄세운 다음 C, D가 순서를 바꾸어 서는 경우로 나누어 주면 된다.

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

24. 1, 2, 3, 4, 5 를 써서 만들 수 있는 세 자리 정수 중에서 각 자리의 숫자가 모두 다른 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 6 개

▷ 정답 : 60 개

해설

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60(\text{개})$$

25. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 4개를 택하여 네 자리 수를 만들 때, 홀수의 개수는?

① 32 ② 48 ③ 72 ④ 144 ⑤ 288

해설

일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 3, 5의 3가지, 천의 자리에 올 수 있는 수는 0과 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 백의 자리에 올 수 있는 수는 천, 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 십의 자리에 올 수 있는 수는 천, 백, 일의 자리에 온 수를 제외한 3가지이다.

$\therefore 3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$ (가지)

26. 여섯 개의 수 3, 4, 5, 6, 7, 8 에서 서로 다른 두 수 p, q 를 택하여 이차방정식 $px^2 + qx = 0$ 을 만들 때, 만들 수 있는 집합 $A = \{x|px^2 + qx = 0\}$ 의 개수는?

- ① 22
- ② 23
- ③ 24
- ④ 25
- ⑤ 26

해설

6 개의 수 중에서 2 개를 택하여 p, q 에 나열하는 경우의 수를 생각한다.
 ${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$ 개.
이 중에서 $p = 3, q = 6$ 인 경우와 $p = 4, q = 8$ 인 경우의 해는 같아진다.
따라서 이와 같은 경우를 찾으면,
 $p = 6, q = 3$ 과 $p = 8, q = 4$
 $p = 3, q = 4$ 과 $p = 6, q = 8$
 $p = 4, q = 3$ 과 $p = 8, q = 6$
이므로 구하고자 하는 경우의 수는
 $30 - 4 = 26$ (개)이다.

27. 남자 5명과 여자 4명 중에서 3명의 대표를 뽑을 때, 적어도 남자 1명이 포함되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 80가지

해설

전체의 경우에서 여자만 뽑히는 경우의 수를 뺀다.

$$\therefore {}_9C_3 - {}_4C_3 = 80$$

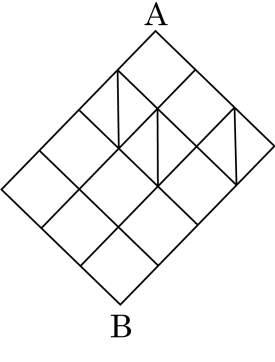
28. 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2000 = 2^4 \cdot 5^3$ 의 양의 약수는
 $2^j \cdot 5^k (0 \leq j \leq 4, 0 \leq k \leq 3)$ 의 형태이다.
그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은
 $2 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$
 $2^2 \cdot 5^k (k = 1, 3)$
 $2^3 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$
 $2^4 \cdot 5^k (k = 1, 3)$ 의 형태이므로
구하는 개수는 $4 + 2 + 4 + 2 = 12$ (개)

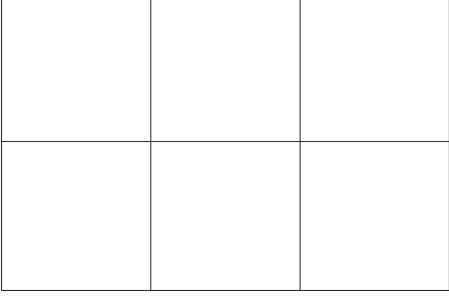
29. 다음과 같은 통로가 있다. A에 공을 넣으면 통로를 지나 B로 나오게 되어 있다. A에 하나의 공을 넣을 때, 공이 지나는 경로의 수는?



- ① 34 ② 36 ③ 41 ④ 48 ⑤ 52

해설

30. 다음 그림과 같은 6 개의 정사각형으로 이루어진 직사각형이 있다. 이때, 적어도 두 개 이상의 정사각형을 색칠하는 서로 다른 방법의 수를 구하여라. (단, 직사각형은 고정되어 있다.)



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 57 가지

해설

전체 경우의 수는 $2^6 = 64$ (가지)이다.
여사건을 생각하면 모두 칠하지 않거나 한 개의 정사각형만 칠하는 경우이므로 $1 + 6 = 7$
따라서 구하는 경우의 수는 $64 - 7 = 57$

31. 키가 모두 다른 남학생 세 명과 여학생 세 명이 일렬로 놓인 의자에 앉으려고 한다. 남학생끼리는 키가 작은 학생이 큰 학생보다 왼쪽에 앉아야 할 때, 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

남학생 세 명이 앉는 순서는 정해져 있다.
6명이 앉는 방법의 수를 남학생 3명이 자리를 바꿔 앉는 방법의 수로 나누면

$$\frac{6!}{3!} = 120$$

32. 1, 2, 3, 4, 5, 6 을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 48개

해설

일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3의 배수인 경우는
다음 두 가지이다.

□□□3□6, □□□6□3

이때, 나머지 네 자리에 1, 2, 4, 5의 숫자를 배열하는 방법의 수는

각각 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

따라서, 구하는 자연수는 모두 $2 \times 24 = 48$ (개)이다.

33. ‘국회의사당’의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.

$$5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$$

34. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ. ${}_3nC_{n-1} = {}_3nC_{2n+1}$

ㄴ. ${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_n$

ㄷ. ${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2}$ (단, $n \geq 2$)

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

㉠ ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 이므로

$${}_3nC_{n-1} = {}_3nC_{3n-(n-1)} = {}_3nC_{2n+1} \text{ (참)}$$

㉡ ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$ 에서

$${}_nP_r = r! \times {}_nC_r$$

$${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_{3n}$$

$$= (3n)! \times {}_{4n}C_{4n-3n}$$

$$= (3n)! \times {}_{4n}C_n \text{ (참)}$$

㉢ ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ 이므로

$${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n+1} + {}_{2n}C_{n+2}$$

$$= {}_{2n}C_{2n-(n+1)} + {}_{2n}C_{2n-(n+2)}$$

$$= {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2} \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢ 이다.

35. 집합 S_1, S_2, S_3 은 다음과 같다.

$$S_1 = \{1, 2\}$$

$$S_2 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$S_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

집합 S_1 에서 한 개의 원소를 선택하여 백의 자리의 수, 집합 S_2 에서 한 개의 원소를 선택하여 십의 자리의 수, 집합 S_3 에서 한 개의 원소를 선택하여 일의 자리의 수로 하는 세 자리의 수를 만들 때, 각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 개수는?

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 수를 만들려면 백의 자리에는 집합 S_1 의 원소 2 개 중 하나를 선택하고 십의 자리에는 집합 S_2 의 원소 중 백의 자리에서 사용한 수를 제외한 3개의 수 중 하나를 선택한다.

마찬가지로 일의 자리에는 집합 S_3 의 원소 중 백의 자리와 십의 자리에서 사용한 수를 제외한 4 개의 수 중 하나를 선택한다.

따라서, 구하는 세 자리의 수의 개수는

$${}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 = 24$$

36. 대각선의 개수가 44인 볼록 n 각형의 꼭짓점의 개수는?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

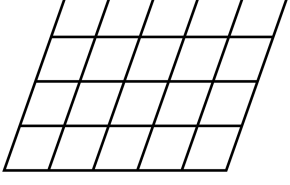
n 각형의 대각선 개수 : ${}_nC_2 - n = 44$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44$$

$$\Rightarrow n = 11$$

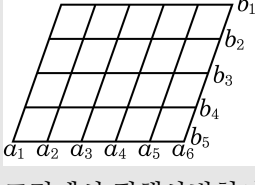
따라서 꼭짓점의 개수 : 11

37. 다음 그림과 같이 5 개의 평행선과 6 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어진 평행사변형의 개수를 구하면?



- ① 150개 ② 120개 ③ 90개 ④ 60개 ⑤ 30개

해설



그림에서 평행사변형이 형성되려면
가 로 축 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ 중 에서 2 개 와 세 로 축 $(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$ 중 에서 2 개 를 연결하면 생기게 되므로
구하는 평행사변형의 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150$$

38. 아시아 4 개국과 아프리카 4 개국이 있다. 8 개국을 2 개국씩 짝지어 4 개의 그룹으로 나누려고 한다. 적어도 한 개의 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지도록 4 개의 그룹으로 나누는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 81 가지

해설

적어도 한 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지는
사건의 여사건은 아시아 국가만으로 이루어진
그룹이 하나라도 있으면 안 되므로, 아시아 1 개
국과 아프리카 1 개국으로 모든 그룹이 이루어진다.

$$\begin{aligned} & \therefore {}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!} \\ & - \{({}_4C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_3C_1 \times {}_3C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_2C_1) \\ & \times ({}_1C_1 \times {}_1C_1) \times \frac{1}{4!}\} \\ & = \frac{28 \times 15 \times 6}{4 \times 3 \times 2} - \frac{16 \times 9 \times 4}{4 \times 3 \times 2} = 105 - 24 = 81 \end{aligned}$$

39. 6 명이 타고 있는 승강기가 1 층부터 4 층까지의 4 개 층에서 선다. 각각 2 명씩 3 개 층에서 모두 내리게 되는 경우의 수는?

① 60 ② 120 ③ 180 ④ 240 ⑤ 360

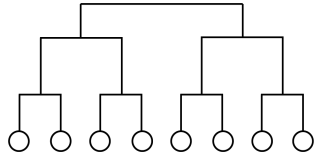
해설

6 명을 2 명씩 3 조로 나누는 방법은

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times \frac{1}{3!} = 15,$$

4 개 층 중 3 개 층에 내리므로, $15 \times {}_4P_3 = 360$ (가지)

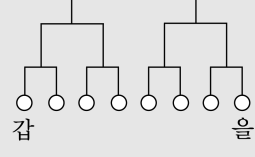
40. 대한민국, 일본, 중국, 대만에서 대표 선수 2 명씩 총 8 명이 출전한 바둑대회가 열린다. 이 대회에서는 오른쪽 그림과 같은 대진표에 의해 토너먼트 방식으로 경기를 하여 우승팀을 가리기로 할 때, 같은 나라에서 출전한 선수끼리는 결승전 이외에는 만나지 않도록 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하여라. (단, 대진표에서의 위치와는 상관없이 시합하는 상대가 같은 대진표는 같은 것으로 한다.)

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 72가지

해설

대한민국의 대표선수를 각각 갑, 을이라 하면
대진표의 위치는 상관없으므로 갑, 을 두 선수를
다음 그림과 같이 배치해도 일반성을 잃지 않는다.



나머지 3개국에서 갑과 같은 조에서 시합을 할
1명씩을 뽑는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지)
이 때, 갑과 같은 조에 속한 3명 중 갑과 첫 시합을 할 사람을
택하는 경우의 수는

${}_3C_1 = 3$ (가지)이고, 나머지 두 명은 자동으로
서로 첫 시합 상대가 된다. 한편, 을과 같은 조에
속할 나머지 3명의 선수들은 갑과 같은 조에
속한 3명을 제외한 나머지 3명으로 이 경우의
수는 1가지이다. 이 때, 을과 같은 조에 속한
3명 중 을과 첫 시합을 할 사람을 택하는 경우의
수는 ${}_3C_1 = 3$ (가지)이고, 나머지 두 명은
자동으로 서로 첫 시합 상대가 된다.
따라서, 구하는 대진표의 경우의 수는

$8 \times 3 \times 1 \times 3 = 72$ (가지)

41. 토정비결에서는 다음 조건에 맞는 3개의 수 A, B, C로 각 사람의 그 해의 운세

A	B	C
---	---	---

를 결정한다.

- (1) A는 태어난 해에 해당하는 수를 3으로 나눈 나머지
(2) B는 태어난 달에 해당하는 수를 6으로 나눈 나머지
(3) C는 태어난 날에 해당하는 수를 8로 나눈 나머지

토정비결에 있는 서로 다른 운세

A	B	C
---	---	---

는 모두 몇 가지인가?
(단, 나머지가 0인 경우에는 나누는 수를 나머지로 한다)

- ① 64가지

② 144가지

③ 127가지
- ④ 216가지

⑤ 254가지

해설

A는 1, 2, 3 총 3가지, B는 1부터 6까지 총 6가지, C는 1부터 8까지 총 8가지
따라서 총 가지 수는 $3 \times 6 \times 8 = 144$ 가지

42. 수험생 6 명의 수험표를 섞어서 임의로 1장씩 나누어 줄 때 6명 중 어느 2명이 자기 수험표를 받을 경우의 수를 구하면?
- ① 60가지 ② 85가지 ③ 120가지
- ④ 135가지 ⑤ 145가지

해설

A, B, C, D, E, F 의 6 명과 수험표를 a, b, c, d, e, f 라 하고 수형도를 그린다.

A	B	C	D	E	F
a—b	d	c—f—e			
		e—f—c			
		f—c—e			
	e	c—f—d			
		f—c—d			
		d—c—c			
	f	c—d—e			
		e—c—d			
		d—c			

∴ (A, B) 두 명만이 자기 수험표를 받는 경우의 수가 9 가지이고,
또 2 명이 자기 수험표를 받는 경우의 수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 가지이다.

∴ 모든 경우의 수는 $9 \times 15 = 135$ (가지)

43. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 3 개, 10 원짜리 동전 4 개를 사용하여 거스름돈 없이 지불하는 경우에 지불방법의 수를 a , 지불금 액의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 98가지

해설

10 원, 50 원, 100 원짜리 동전을 각각 x 개, y 개, z 개 사용한다고 하면,

1) 지불방법의 수는

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

$$y = 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$y = 0, 1, 2$$

$$z = 0, 1, 2$$

중에서 $x = y = z = 0$ 을 제외
 $a = 5 \times 4 \times 3 - 1 = 59$ (가지)

2) 지불금액의 수를 구할 때 50 원짜리가 3 개이므로 이 중 2 개를 합하면 100 원짜리 하나와 같으므로 100 원짜리 동전 2 개를 50 원짜리 동전 4 개로 바꾸어 생각한다.

즉, 50 원짜리 7 개, 10 원짜리 4 개로 계산하는 금액과 동일하다.

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

$$x = 0, 1, 2, 3, 4$$

$y = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$
 주어진 $x_1, x_2, \dots, x_7 = 0$ 을 제외한 기브그래이 총 카지스 k 는

중에서 $x = y = z =$

$$b = 5 \times 8 - 1 = 39$$

해석

a 를 구하기 위하여 동전 1 개, 2 개, 9 개로 각각 만들 수 있는 금액의 경우를 알아보면

도저히 1 개 $\Rightarrow$ 10 50 100

동전 1 개 $\Rightarrow$ 10, 50, 100
 동전 2 개 $\rightarrow$ 20, 60, 100, 110, 150, 200

동전 2 개 $\Rightarrow 20, 60, 100, 110, 150, 200$

동전 3 개 $\Rightarrow$ 30, 70, 110, 120, 150, 160, 200, 210, 250
 동전 4 개 $\Rightarrow$ 40, 80, 120, 130, 160, 170, 210, 220, 250, 260,

300
동전 5 개 $\Rightarrow$ 90, 130, 140, 170, 180, 220, 230, 260, 270, 310,

350

동전 6 개 $\Rightarrow$ 140 180 190 230 240 2

동선 6 개 $\Rightarrow$ 140, 180, 190
트럭 7 개 $\Rightarrow$ 100, 240, 320

동전 7 개 $\Rightarrow$ 190

동전 8 개 $\Rightarrow 290,340,380$

동전 9 개 $\Rightarrow 390$

44. 어떤 원자의 전자들은 에너지의 증감에 따라 세 가지 상태 a, b, c 로 바뀐다. 이 때, 다음 규칙이 적용된다고 하자.

규칙1: 에너지가 증가하면 b 상태의 전자는 c 상태로 올라가고, a 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 c 상태로 올라간다.
규칙2: 에너지가 감소하면 b 상태의 전자는 a 상태로 내려가고, c 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 a 상태로 내려간다.

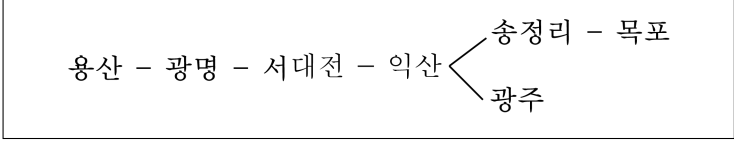
<단계1>에서 전자는 a 상태에 있다. 에너지가 증가하여 <단계2>가 되면 이 전자는 b 상태 또는 c 상태가 된다. 이때, 이 전자가 취할 수 있는 변화의 경로는 $a \rightarrow b$ 와 $a \rightarrow c$ 의 2가지이다. 다시 에너지가 감소하여 <단계3>이 되면, 이 때까지의 가능한 변화 경로는 $a \rightarrow b \rightarrow a, a \rightarrow c \rightarrow b, a \rightarrow c \rightarrow a$ 의 3가지이다. 이와 같이 순서대로 에너지가 증감을 반복할 때, <단계1>부터 <단계7>까지 이 전자의 가능한 변화 경로의 수는?

- ① 18
- ② 19
- ③ 20
- ④ 21
- ⑤ 22

해설

단계 1 : 1 가지,
단계 2 : 2 가지,
단계 3 : 3 가지,
단계 4 : 5 가지 ...
즉, 피보나치 수열을 이룬다.
따라서 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,
∴ 단계 7 : 21

45. 다음은 고속 철도 *KTX* 의 호남선 운행 노선의 일부이다.



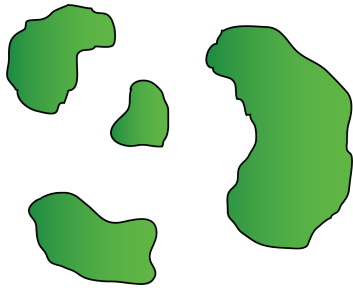
KTX 승차권의 출발역과 도착역만을 고려할 때, 위의 각 역에서 발매하는 편도 승차권의 종류는 모두 몇 가지인가? (단, 광주와 송정리를 연결하는 고속 철도는 없다.)

- ① 36
- ② 38
- ③ 40
- ④ 42
- ⑤ 44

해설

7 개의 역 중 2 개를 선택하여 배열하는 방법과 같다.
 ${}_7P_2 = 42$
그런데 송정리와 광주, 목포와 광주를 운행하는 열차는 존재하지 않으므로 $42 - 2^2 = 38$

46. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

4개의 섬을 A, B, C, D 라 하자.
(i) 한 섬에 다리를 1개 또는 2개를 건설하는 경우는
A → B → C → D
A → C → D → B
⋮
D → C → B → A
B → D → C → A
⋮
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)
A → B → C → D와 D → C → B → A,
A → C → D → B와 B → D → C → A는 같은 방법
이므로
 $\frac{24}{2} = 12$ (가지)
(ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4 가지이다.

∴ $12 + 4 = 16$ (가지)

47. 똑같은 의자 20 개가 일렬로 배열되어 있다. 여기에 구별되지 않는 똑같은 공 8 개를 올려놓으려고 할 때, 이웃하는 공 사이에 홀수 개의 빈 의자가 있도록 하는 방법의 수는?(단, 한 의자에는 한 개의 공만 올려놓는다.)
- ① 45 ② 90 ③ 725
- ④ 62985 ⑤ 125970

해설

20 개의 의자에 1 번부터 20 번까지 번호를 부여했다고 하자. 만약 공 하나가 홀수번호인 의자에 놓였다면 홀수개의 빈 의자를 지나 다음 공이 놓이게 되므로 이 의자의 번호도 홀수이다. 마찬가지로 하나의 공이 짝수번호인 의자에 놓였다면 다음 공이 놓인 의자의 번호도 짝수이다. 즉 8 개의 공은 모두 홀수 번호의 의자에 놓이거나 모두 짝수 번호의 의자에 놓이게 된다. 따라서, 구하는 경우의 수는 10 개의 홀수 번 의자중 8 개를 택 하거나, 10 개의 짝수번 의자 중 8 개를 택하는 경우의 수이다. $\therefore {}_{10}C_8 + {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 + {}_{10}C_2 = 90$

48. 다음 그림은 2008 년 9 월 달력의 일부분이다.

<i>S</i>	<i>M</i>	<i>T</i>	<i>W</i>	<i>T</i>	<i>F</i>	<i>S</i>
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20

대원은 9 월 1 일부터 9 월 20 일까지 일주일에 2회씩 모두 6 번을 학교에서 보충학습을 하려고 한다. 보충학습을 하는 6 일의 요일을 모두 다르게 정하는 방법의 수는? (단, 일요일에는 보충학습을 하지 않는다.)

- ① 30
- ② 45
- ③ 60
- ④ 90
- ⑤ 120

해설

9 월 셋째 주의 월, 화, 수, 목, 금, 토의 6 일 중에서 이틀을 정하는 방법의 수는

${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ (가지)

둘째 주에는 셋째 주에서 정한 요일을 제외하고 이틀을 정하는 방법의 수는

${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (가지)

첫째 주에는 남은 요일로 결정되므로 이틀을 정하는 방법의 수는 1가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $15 \times 6 \times 1 = 90$ (가지)

49. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 A 에서 A 로의 함수 f 의 개수는?

- ㉠ 함수 f 는 일대일대응이다.

㉡ $f(1) = 5$ 이다.

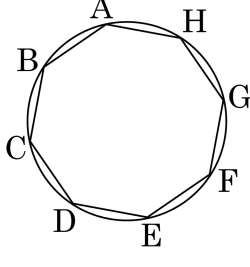
㉢ $a \geq 2$ 이면 $f(a) \leq a$ 이다.

- ① 4
- ② 8
- ③ 16
- ④ 32
- ⑤ 64

해설

조건 ㉢에 의해 $f(2) \leq 2$ 이므로 $f(2)$ 를 정하는 방법의 수는 ${}_2C_1$
조건 ㉠, ㉢에 의해 $f(3) \leq 3, f(3) \neq f(2)$ 이므로 $f(3)$ 를 정하는
방법의 수는 ${}_2C_1$
같은 방법으로 $f(4)$ 를 정하는 방법의 수도 ${}_2C_1$ 이고, $f(5)$ 를
정하는 방법의 수는 1
 $\therefore {}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_2C_1 = 8$

50. 원에 내접하는 팔각형에서 세 개의 꼭짓점을 이을 때 만들어지는 삼각형을 다음과 같이 구하고자 한다.



팔각형과 한 변을 공유하는 삼각형의 개수는 a 개, 팔각형과 두 변을 공유하는 삼각형의 개수는 b 개, 따라서 팔각형과 한 변도 공유하지 않는 삼각형의 개수는 c 개이다. 위의 과정에서 $a + b - c$ 의 값은?

- ① 24
- ② 26
- ③ 28
- ④ 30
- ⑤ 32

해설

한 변을 공유하는 경우는 한 변마다 꼭짓점이 4 개씩 있으므로,

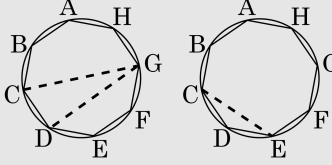
$$4 \times 8 = 32(\text{개}) \Rightarrow a = 32$$

두 변을 공유하는 경우는 꼭짓점 한 개에 한 개씩

$$\text{모두 } 8(\text{개}) \Rightarrow b = 8$$

따라서 변을 공유하지 않는 삼각형은

$${}_8C_3 - 32 - 8 = 16 \Rightarrow c = 16$$



$$\therefore a + b - c = 32 + 8 - 16 = 24$$