1. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는
$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$: 4 가지
(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는
$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$: 5 가지
그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로
$4 + 5 = 9$ (가지)
$\therefore 9$

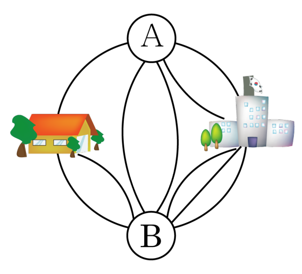
2. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로
$216 = 2^3 \times 3^3$,
$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ 에서 G.C.D.는 $2^3 \times 3^2$
따라서 공약수의 개수는 $(3+1)(2+1) = 12$

3. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



① 22 ② 34 ③ 47 ④ 54 ⑤ 66

해설

(1) 집$\rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 = 2$
(2) 집$\rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $2 \times 3 = 6$
(3) 집$\rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$
(4) 집$\rightarrow B \rightarrow A \rightarrow$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$
$\therefore\ 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

4. ${}_5P_0 = a$, ${}_5P_5 = b$라 할 때, $b-a$의 값은?

① 104 ② 111 ③ 115 ④ 119 ⑤ 120

해설

$a = {}_5P_0 = 1$

$b = {}_5P_5 = 5! = 120$

$\therefore\ b-a = 119$

5. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$ ② ${}_{n}P_4$ ③ ${}_{n}C_4$ ④ ${}_{n}P_5$ ⑤ ${}_{n}C_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_{n}P_5$

6. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지
④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 5! 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

7. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.
$4! \times 3! = 144$

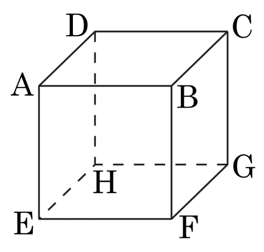
8. 다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수이려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.
따라서, $1, 2, 3, 4$ 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

9. 다음 그림의 정육면체에서 모서리를 따라 꼭짓점 A 에서 G 까지의 최단경로의 수를 구하시오.



▶ 답: ____________ 개

▷ 정답: 6 개

해설

A 에서 가는 방법은 B, D, E 의 3 가지 이고 B, D, E 에서 G 로 가는 방법은 각각 2 가지
(예를 들어 $B \to C \to G$ 또는
$B \to F \to G$, 2 가지)
$\therefore$ 따라서 최단경로는 $3 \times 2 = 6$ (가지)

해설

$A \to B$ 와 같이 가는 경우를 a ,
$A \to D$ 와 같이 가는 경우를 b ,
$A \to E$ 와 같이 가는 경우를 c 라 하면,
$A \to G$ 로 가는 최단경로의 수는 a, b, c 의 배열과 같다.
$\therefore 3! = 6$ (가지)

10. ${}_nC_4 = {}_nC_6$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$n = 4 + 6 = 10$

11. 10종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

① 120 ② 320 ③ 540 ④ 620 ⑤ 720

해설

${}_{10}C_3 = 120$

12. 남자 4명, 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36 ② 72 ③ 120 ④ 144 ⑤ 156

해설

${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$

13. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 10가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과 노랑을 제외한 5개의 색 중에 3개를 뽑는 경우이므로 ${}_5C_3 = 10$

14. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35 ② 72 ③ 108 ④ 144 ⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.

$\therefore\ {}_3C_2 \times 4! = 72$

15. 10 명의 학생이 있다. 5 명, 5 명의 두 무리로 나누는 방법은 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 126 가지

해설

$_{10}C_5 \times {_5}C_5 \times \frac{1}{2!} = 126$ (가지) $\Leftarrow$ 5 명씩 2 패

16. 어떤 등산모임에서는 다음과 같이 강원도, 충청도, 전라도 세 지역의 6개의 산을 6주에 걸쳐 주말마다 하나씩 등산할 계획을 세우고 있다.

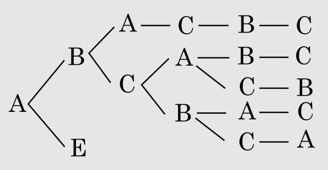
지역	산
강원도	설악산, 오대산
충청도	계룡산, 소백산
전라도	내장산, 지리산

같은 지역의 산끼리 연속적으로 등산하지 않도록 계획을 세우는 방법은 모두 몇 가지인가?

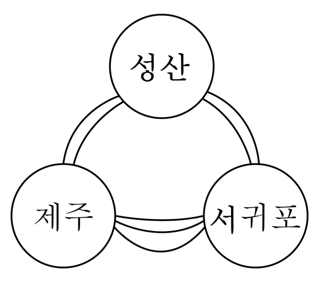
① 36 ② 48 ③ 60 ④ 120 ⑤ 240

해설

세 지역 강원도, 충청도, 전라도를 각각 A, B, C 라 하면 1주차에 *A* 지역 산을 등산하고, 2주차에 B 지역 산을 등산하는 경우는 다음 수형도와 같이 5가지가 있고, 같은 지역의 산끼리 위치를 바꾸는 방법은 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지)
한편, 1주차에 A 지역, 2주차에 C 지역의 산을 등산하는 경우도 같으므로 1주차에 A 지역의 산을 등산하는 방법의 수는
$5 \times 8 \times 2 = 80$ (가지)
또한, 1주차에 B, C 지역의 산을 등산하는 경우의 수도 같다.
따라서 구하는 방법의 수는
$80 \times 3 = 240$ (가지)



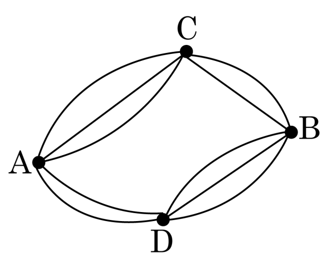
17. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 성산을 반드시 1 번만 거치는 경우의 수는?



① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 32

해설
$(2\times2)\times3+3\times(2\times2)=24$
$\therefore$ 24 가지

18. 다음 그림과 같이 A 지점에서 B 지점으로 가는 길이 있다. 갑, 을 두 사람이 A 에서 중간지점 C, D 를 각각 통과하여 B 로 가는 가짓수는 몇 가지인가? (단, 한 편이 통과한 중간지점을 다른 편이 통과할 수는 없다.)



① 72 ② 36 ③ 24 ④ 12 ⑤ 6

해설

(i) 갑이 C 를, 을이 D 를 통과하는 경우의 수 $(3\times2)\times(2\times3) = 36$

(ii) 을이 C 를, 갑이 D 를 통과하는 경우의 수도 같은 방법으로 36가지

따라서, 구하는 경우의 수는 $36 + 36 = 72$ (가지)

19. 10 원짜리 동전 5 개, 100 원짜리 동전 4 개, 1000 원짜리 지폐 1 장이 있을 때, 이들을 전부 또는 일부 사용하여 지불할 수 있는 금액은 몇 가지인지 구하여라.

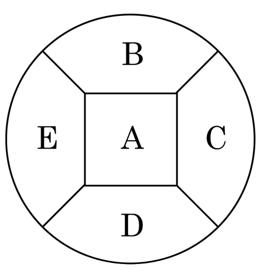
▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 59 가지

해설

10 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3, 4, 5 개 사용할 수 있고 이들 각각에 100 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3, 4 개 사용할 수 있고 여기에 1000 원짜리 지폐 0, 1 개를 각각 사용할 수 있다.
그런데 10 원짜리 동전 0 개, 100 원짜리 동전 0 개, 1000 원자리 지폐 0 개를 동시에 사용하는 것은 의미가 없으므로 구하는 경우의 수는
$6 \times 5 \times 2 - 1 = 59$ (가지)

20. 그림의 A, B, C, D, E 5 개의 영역을 5 가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



① 160　② 270　③ 360　④ 420　⑤ 540

해설

A 를 먼저 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 5 가지이다. 그 다음 B 를 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 4 가지, C 를 칠할 수 있는 방법은 3 가지이다.

(ⅰ) B 와 D 가 다른 색인 경우
D 에 칠할 수 있는 색은 A, B, C 에 칠한 색을 제외한 2 가지이고 E 에 칠할 수 있는 색은 A, B, D 에 칠한 색을 제외한 2 가지이므로
$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 240$ (가지)

(ⅱ) B 와 D 가 같은 색인 경우
D 에 칠할 수 있는 색은 B 와 동일하므로 1 가지이고 E 에 칠할 수 있는 색은 $A, B(=D)$ 에 칠한 색을 제외한 3 가지이므로
$5 \times 4 \times 3 \times 1 \times 3 = 180$ (가지)

따라서 (ⅰ) (ⅱ) 에서 $240 + 180 = 420$ (가지)

21. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{(나}})$ 임을 보인 것이다.

> 10개의 숫자 1, 2, 3, $\cdots$, 9,10중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
> 이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.
> 따라서 다음 등식이 성립한다.
> ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$

위의 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4, 5{}_9P_5$ ② $5{}_9P_4,\ {}_9P_5$ ③ ${}_9P_4,\ {}_8P_5$
④ ${}_8P_4,\ 4{}_9P_5$ ⑤ $4{}_9P_4,\ {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서
4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = 5{}_9P_4$
2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.
따라서 ${}_{10}P_5 = 5{}_9P_4 + {}_9P_5$

22. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 12 가지

해설

${}_4P_2 = 12$

23. $POWER$의 5개의 문자를 일렬로 배열할 때, P와 R가 이웃하는 경우의 수는?

① 36 ② 48 ③ 56 ④ 70 ⑤ 84

해설

P와 R을 하나로 보면 4개를 일렬로 배열하는 방법과 같다.
$\Rightarrow 4! = 24$
여기에 P와 R가 자리를 바꾸는 방법을 곱한다.
$\therefore 24 \times 2 = 48$

24. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지
④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 가지이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

25. 남학생 4 명, 여학생 2 명이 한 줄로 설 때, 특정한 3 명이 이웃하여 서는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 144 가지

해설
묶음 안에서 특정한 3 명이 자리를 바꾸는 방법은 $3! = 6$(가지)
3 명을 한 묶음으로 생각하여 4 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $4! = 24$ (가지) 이다.
$\therefore$ 구하는 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$ (가지)

26. 초등학생 2 명, 중학생 2 명, 고등학생 2 명을 일렬로 세울 때, 초등학생 2 명은 이웃하고, 중학생 2 명은 이웃하지 않도록 세우는 방법의 수는?

① 72 ② 84 ③ 96 ④ 120 ⑤ 144

해설

초등학생 2 명과 중학생 2 명을 각각 함께 묶어서 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는
$4! \times 2! \times 2 = 96$ (가지)
초등학생 2 명만 함께 묶어서 5 명을 일렬로 세우는 방법의 수는
$5! \times 2 = 240$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는 $240 - 96 = 144$(가지)

27. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생이 있다. 항상 D가 C보다 앞에 오도록 일렬로 서는 방법의 수는?

① 12　　② 20　　③ 24　　④ 30　　⑤ 60

해설

전체를 줄세운 다음 C, D가 순서를 바꾸어 서는 경우로 나누어 주면 된다.

$\frac{5!}{2!} = 60$

28. 0, 1, 2, 3, 4, 5 의 6 개의 숫자를 한번씩 사용하여 네 자리의 정수를 만들 때, 양 끝이 홀수인 자연수의 개수를 구하면?

▶ 답: ＿＿＿＿＿＿＿＿ 개

▷ 정답: 72 개

해설

양 끝이 홀수이므로 1, 3, 5 중 2 개를 배열하는 경우의 수는

${}_3P_2 = 6$

두 홀수를 제외한 나머지 4 개의 숫자를 배열하는 경우의 수는

${}_4P_2 = 12$

따라서 $6 \times 12 = 72$

29. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 78 가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$

30. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 이 적혀 있는 7 개의 카드 중에서 서로 다른 5 개의 카드를 뽑아 나열한다. 이 때, 위의 그림의 예와 같이 첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이 면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상이 되도록 나열하는 방법의 수는?

2	5	7	3	6

① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

해설

첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상인 경우는 $1-7, 2-6, 3-5, 5-3$ 의 4가지이다.
이 4가지 경우에 대하여 각각 중앙에 남은 세 자리에 5개의 수 중에서
3개를 택하여 나열하는 방법의수는
$_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 60 = 240$ (가지)

31. 서로 다른 알파벳 a, b, c, d, e를 사전식으로 배열하였을 때, 58번째 단어를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $cbdea$

해설

$a\square\square\square\square$의 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$(가지)
$b\square\square\square\square$의 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$(가지)
$ca\square\square\square$의 경우의 수는
$3\times2\times1=6$(가지)
그 다음 55번째의 수 부터는
$cbade$, $cbaed$, $cbdae$, $\cdots$ 이므로
58번째 단어는 $cbdea$이다.

32. $6 \cdot {}_{n} C_2 = 5 \cdot {}_{n+1} C_2$를 만족하는 자연수 n의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 11$

해설

$6 \cdot {}_{n} C_2 = 5 \cdot {}_{n+1} C_2$에서

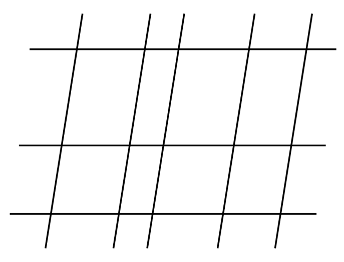
$6 \cdot \dfrac{n(n-1)}{2!} = 5 \cdot \dfrac{(n+1)n}{2!}$

$6n^2 - 6n - 5n^2 - 5n = 0$

$n^2 - 11n = 0,\ n(n-11) = 0$

$\therefore\ n = 11 (\because n \geq 2)$

33. 3 개의 평행선과 5 개의 평행선이 다음 그림과 같이 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어지는 평행사변형은 모두 몇 개 인가?



① 12 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

3 개의 평행선과 5 개의 평행선 중에서 각각 2 개씩을 뽑으면 되므로, ${}_5C_2 \times {}_3C_2 = 30$

34. 서로 다른 15 종류의 꽃이 있다. 5 개씩 세 사람에게 나누어 주는 방법은 몇 가지인가?

① ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5$

② ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!}$

③ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times 3!$

④ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!} \times 3!$

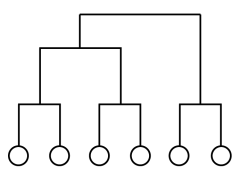
⑤ ${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5$

해설

5 개씩 3 뭉치로 나누고 다시 세 사람에게 나누어 주므로

${}_{15}C_5 \times {}_{10}C_5 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 756756$ (가지)

35. 갑, 을, 병, 정, 무, 기의 여섯 팀이 다음 그림과 같은 대진표에 의해 축구경기를 하려고 할 때, 대진표를 작성하는 경우의 수는?



① 30　② 32　③ 35　④ 38　⑤ 45

해설

6 팀 중에 먼저 2 팀을 골라 $(4, 2)$ 팀으로 나눈다.
그 경우의 수는 ${}_6C_2 = 15$ (가지)
나머지 4 팀이 한 쪽에서 시합을 하는 경우는
3 가지이므로 구하는 경우의 수는
$15 \times 3 = 45$ (가지)

36. $1, 2, 3, 4, 5$를 일렬로 배열할 때, i 번째 숫자를 a_i 라고 하자. 이러한 배열 중 $a_i \neq i$ 를 만족하는 것의 개수를 구하시오. (단, $1 \leq i \leq 5$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 44개

해설

a_1 의 가능한 경우는 $2, 3, 4, 5$ 의 4가지이다.
$a_1 = 2$ 인 경우 다음 수형도로부터 11개이다.

a_1	2										
a_2	1		3			4			5		
a_3	4	5	1	4	5	1	5		4		1
a_4	5	3	5	5	1	5	1	3	1	1	3
a_5	3	4	4	1	4	3	3	1	3	3	4

$a_1 = 3, 4, 5$ 인 경우도 마찬가지로 각각 11개가 있으므로 구하는 경우의 수는 $4 \times 11 = 44$ (개) 임을 알 수 있다.

37. 다음 그림과 같은 6 개의 정사각형으로 이루어진 직사각형이 있다. 이때, 적어도 두 개 이상의 정사각형을 색칠하는 서로 다른 방법의 수를 구하여라. (단, 직사각형은 고정되어 있다.)

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 57 가지

해설

전체 경우의 수는 $2^6 = 64$ (가지) 이다.
여사건을 생각하면 모두 칠하지 않거나 한 개의 정사각형만 칠하는 경우이므로 $1 + 6 = 7$
따라서 구하는 경우의 수는 $64 - 7 = 57$

38. 자신의 영문 이름을 이용하여 이메일 아이디를 만들려고 한다 첫 번째 자리에는 자신의 영문 이름 중 모음을, 두 번째 자리에는 자음을, 세 번째 자리에는 다시 모음을 사용하여 만들 때, 영문 이름이 Lee Soon-shin 인 사람이 만들 수 있는 아이디의 개수는? 단, 대소문자의 구분은 없고, 같은 알파벳은 2번 이상 사용하지 않는다.

① 12　② 18　③ 24　④ 30　⑤ 36

해설

두 번째 자리에 올 수 있는 자음의 가지수는 4가지이고,
모음 3가지를 첫 번째 세 번째에 배열하는 방법은 ${}_3P_2$ 이다.
$\therefore 4 \times {}_3P_2 = 24$

39. 키가 모두 다른 남학생 세 명과 여학생 세 명이 일렬로 놓인 의자에 앉으려고 한다. 남학생끼리는 키가 작은 학생이 큰 학생보다 왼쪽에 앉아야 할 때, 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

남학생 세 명이 앉는 순서는 정해져 있다.
6명이 앉는 방법의 수를 남학생 3명이 자리를 바꿔 앉는 방법의 수로 나누면

$\frac{6!}{3!} = 120$

40. 카드 4장이 있는데, 앞쪽과 뒤쪽에 각각 0과 1, 2와 3, 4와 5, 6과 7이라는 숫자가 하나씩 적혀 있다. 이들 카드 4장을 한 줄로 늘어놓아서 만들 수 있는 네 자리 정수의 개수는?

① 250 ② 270 ③ 272 ④ 336 ⑤ 384

해설

구하는 네자리 정수를 빈 칸으로 하고 카드를 뽑아다 채운다면, 천의 자리는 4장의 카드 앞, 뒷면 8가지 가운데 0을 뺀 7가지이고, 만의 자리는 카드 세 장의 앞, 뒷면이 올 수 있으므로 6가지

□	□	□	□
↑	↑	↑	↑
7	6	4	2
가	가	가	가
지	지	지	지

이와 같은 방법으로 하면 총 경우의 수는
$7 \times 6 \times 4 \times 2 = 336$ (가지)

41. p, o, w, e, r 의 5 개 문자를 일렬로 배열할 때, p, o, w 중 적어도 2 개가 이웃하는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 108 가지

해설

5 개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수는 $5! = 120$
p, o, w 중 어느 것도 이웃하지 않는 경우의 수는
p, o, w 를 일렬로 배열하고 그 사이사이에 e, r 이 오도록 배열하는 경우의 수와 같으므로
$3! \times 2 = 6 \times 2 = 12$
따라서 구하는 경우의 수는 $120 - 12 = 108$

42. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b\}$ 일 때, 함수 $f : A \to B$ 중에서 치역이 공역과 일치하는 것은 몇 개인가?

① 7개 ② 10개 ③ 12개 ④ 14개 ⑤ 24개

해설

A의 원소 $1, 2, 3, 4$를 두 개의 조로 나눈 다음,
B의 원소 a, b에 분배하는 방법을 생각해 보면
두 개의 조로 나누는 방법은 (1개, 3개)로 나누는 방법과 (2개, 2개)로 나누는 방법이 있으므로

$${}_4C_1 \times {}_3C_3 \times 2! + {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 8 + 6 = 14(\text{개})$$

43. 칠각형의 서로 다른 대각선의 교점은 최대 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

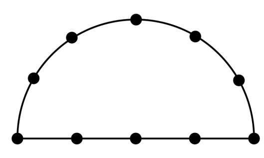
▶ 답: ________ 개

▷ 정답: 35 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4 개의 점에 의해 결정되므로 칠각형의 대각선의 교점의 최대 개수는 ${}_7C_4 = 35$

44. 다음 그림과 같이 반원 위에 10 개의 점이 있다. 이 중 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 개수는?



① 90　　② 120　　③ 140　　④ 155　　⑤ 160

해설

10 개의 점 중에서 4 개의 점을 택하는 경우의 수는 ${}_{10}C_4 = 210$

그중에서 사각형이 되지 않는 경우

(i) 직선 위의 5 개의 점 중에서 4 개의 점을 택하는 경우의 수 ${}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$

(ii) 직선 위의 점 중에서 3 개를 택하고 한 점을 원주 위의 점 중에서 택한 경우 ${}_5C_3 \times 5 = 50$

따라서, 구하는 사각형의 수는 $210 - (5 + 50) = 155$

45. 8 명이 타고 있는 승강기가 2 층으로부터 11 층까지 10 개 층에서 설 수 있다고 한다. 이때, 각각 4 명, 2 명, 2 명씩 3 개 층에서 모두 내리게 되는 방법의 수는?

① 75600 ② 84400 ③ 92400
④ 12450 ⑤ 151200

해설

8 명을 4 명, 2 명, 2 명씩 나누는 방법의 수는

${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!}$ 이고,

이와 같이 3 개층에 내리게 되는 방법의 수는

${}_{10}P_3$ 이다.

$\therefore\ {}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_{10}P_3 = 151200$

46. 토정비결에서는 다음 조건에 맞는 3개의 수 A, B, C로 각 사람의 그 해의 운세 $\boxed{A}\boxed{B}\boxed{C}$를 결정한다.

> (1) A는 태어난 해에 해당하는 수를 3으로 나눈 나머지
> (2) B는 태어난 달에 해당하는 수를 6으로 나눈 나머지
> (3) C는 태어난 날에 해당하는 수를 8로 나눈 나머지

토정비결에 있는 서로 다른 운세 $\boxed{A}\boxed{B}\boxed{C}$는 모두 몇 가지인가?
(단, 나머지가 0인 경우에는 나누는 수를 나머지로 한다)

① 64가지 ② 144가지 ③ 127가지
④ 216가지 ⑤ 254가지

해설

A는 1, 2, 3 총 3가지, B는 1부터 6까지 총 6가지, C는 1부터 8까지 총 8가지
따라서 총 가지 수는 $3 \times 6 \times 8 = 144$가지

47. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 3 개, 10 원짜리 동전 4 개를 사용하여 거스름돈 없이 지불하는 경우에 지불방법의 수를 a, 지불금액의 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 98 가지

해설

10 원, 50 원, 100 원짜리 동전을 각각 x 개, y 개, z 개 사용한다고 하면,

1) 지불방법의 수는

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

$y = 0, 1, 2, 3$

$z = 0, 1, 2$

중에서 $x = y = z = 0$ 을 제외한 지불방법의 총 가짓수 a 는,

$a = 5 \times 4 \times 3 - 1 = 59$ (가지)

2) 지불금액의 수를 구할 때 50 원짜리가 3 개이므로 이 중 2 개를 합하면 100 원짜리 하나와 같으므로 100 원짜리 동전 2 개를 50 원짜리 동전 4 개로 바꾸어 생각한다.

즉, 50 원짜리 7 개, 10 원짜리 4 개로 계산하는 금액과 동일하다.

$x = 0, 1, 2, 3, 4$

$y = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

중에서 $x = y = z = 0$ 을 제외한 지불금액의 총 가짓수 b 는,

$b = 5 \times 8 - 1 = 39$

$\therefore a + b = 59 + 39 = 98$

해설

a 를 구하기 위하여 동전 1 개, 2 개, $\cdots\cdots$ 9 개로 각각 만들 수 있는 금액의 경우를 알아보면,

동전 1 개 $\Rightarrow$ 10, 50, 100

동전 2 개 $\Rightarrow$ 20, 60, 100, 110, 150, 200

동전 3 개 $\Rightarrow$ 30, 70, 110, 120, 150, 160, 200, 210, 250

동전 4 개 $\Rightarrow$ 40, 80, 120, 130, 160, 170, 210, 220, 250, 260, 300

동전 5 개 $\Rightarrow$ 90, 130, 140, 170, 180, 220, 230, 260, 270, 310, 350

동전 6 개 $\Rightarrow$ 140, 180, 190, 230, 240, 270, 280, 320, 360

동전 7 개 $\Rightarrow$ 190, 240, 280, 290, 330, 370

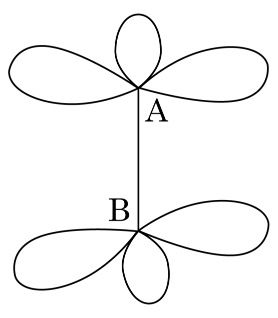
동전 8 개 $\Rightarrow$ 290, 340, 380

동전 9 개 $\Rightarrow$ 390

이상에서, 지불방법의 총 가짓수 a 는,

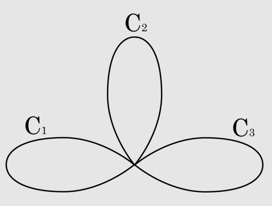
$a = 3 + 6 + 9 + 11 + 11 + 9 + 6 + 3 + 1 = 59$ (가지)

48. 다음 그림과 같이 도형을 그리는데 연필을 떼지 않고 한 번에 그리는 방법의 수는? (A 또는 B 에서 시작한다.)



① 4588 ② 4592 ③ 4600 ④ 4608 ⑤ 4612

해설



A 에서 B 로 가는 방법의 수를 생각한다.
C_1, C_2, C_3 의 순으로 그리는 방법 :
각각을 시계 방향, 반시계 방향으로 그릴 수 있으므로
$2 \times 2 \times 2 = 8$
C_1, C_2, C_3 를 선택하여 배열하는 방법의 수 : $3! = 6$
따라서 $(8 \times 6)^2 = 2304$
그런데 B 에서 A 로 그리는 방법도 있으므로
$2304 \times 2 = 4608$

49. 다음 그림은 2008 년 9 월 달력의 일부분이다.

S	*M*	*T*	*W*	*T*	*F*	*S*
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20

대원이는 9 월 1 일부터 9 월 20 일까지 일주일에 2회씩 모두 6 번을 학교에서 보충학습을 하려고 한다. 보충학습을 하는 6 일의 요일을 모두 다르게 정하는 방법의 수는? (단, 일요일에는 보충학습을 하지 않는다.)

① 30　② 45　③ 60　④ 90　⑤ 120

해설

9 월 셋째 주의 월, 화, 수, 목, 금, 토의 6 일 중에서 이틀을 정하는 방법의 수는

${}_6C_2 = \dfrac{6\times5}{2\times1} = 15$ (가지)

둘째 주에는 셋째 주에서 정한 요일을 제외하고 이틀을 정하는 방법의 수는

${}_4C_2 = \dfrac{4\times3}{2\times1} = 6$ (가지)

첫째 주에는 남은 요일로 결정되므로 이틀을 정하는 방법의 수는 1가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $15\times6\times1 = 90$ (가지)

50. 퓨전식당의 메뉴에는 4 가지 종류의 한식, 4 가지 종류의 중식, 3 가지 종류의 일식이 있다. 중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하면서 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되도록 6 가지 종류의 음식을 주문하는 방법의 수는?

① 84　② 94　③ 102　④ 106　⑤ 118

해설

중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하므로 한식 4 종류, 중식 2 종류, 일식 3 종류에서 모두 4 가지 종류의 음식을 주문하면 된다.

$\therefore {}_9\mathrm{C}_4 = \dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1} = 126$ (가지)

그런데 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되는 사건의 여사건은 한식만 주문하거나 한식과 중식만 주문하거나 중식과 일식만 주문하는 경우이다. 따라서 여사건의 종류와 그 경우의 수는 다음 표와 같다.

④한식	②중식	③일식	경우의수
4			${}_4\mathrm{C}_4 = 1$
3	1		${}_4\mathrm{C}_3 \times {}_2\mathrm{C}_1 = 8$
2	2		${}_4\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_2 = 6$
	1	3	${}_2\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_3 = 2$
	2	2	${}_2\mathrm{C}_2 \times {}_3\mathrm{C}_2 = 3$

따라서 구하는 경우의 수는 $126 - (1 + 8 + 6 + 2 + 3) = 106$ (가지)