

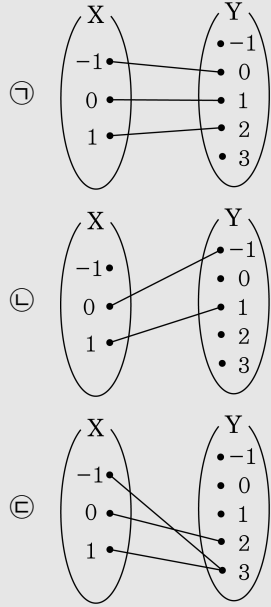
1. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 의 원소 x 에 Y 의 원소 y 가 다음 보기와 같이 대응될 때, 이 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $x \rightarrow x+1$
- ㉡ $x \rightarrow 2x-1$
- ㉢ $x \rightarrow x^2+2$

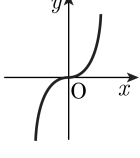
- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉢

해설

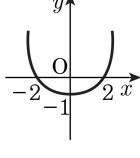


2. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

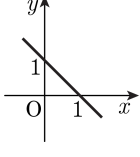
①



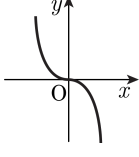
②



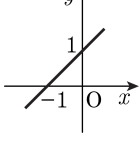
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

3. 다음 중 역함수가 존재하지 않는 것은?

① $y = x - 2$

② $y = x^2$

③ $y = x^3$

④ $y = x^2 - 2x$ (단, $x \geq 1$)

⑤ $y = |x - 1|$ (단, $x \geq 1$)

해설

일대일 대응이 아닌 것은 ②번이다.
그러므로 ②번 그래프는 역함수가 존재하지 않는다.

4. 함수 $f(x) = 2x - 5$ 의 역함수를 $y = f^{-1}(x)$ 라 할 때, $f^{-1}(-3)$ 의 값은 얼마인가?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$f(x) = y = 2x - 5$ 에서 x 와 y 를 바꾸면 $x = 2y - 5$

$x = 2y - 5$ 를 y 에 대하여 정리하면

$$y = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(-3) = 1$$

|다른풀이| $f^{-1}(-3) = a$ 로 놓으면

$$f(a) = -3 \text{ 에서 } f(a) = 2a - 5 = -3, 2a = 2$$

$$\therefore a = f^{-1}(-3) = 1$$

5. $x \neq 0$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2x}$

② $\frac{1}{6x}$

③ $\frac{5}{6x}$

④ $\frac{11}{6x}$

⑤ $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

6. 분수식 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4}$ 을 간단히 하면 $\frac{ax^2+bx+c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} \\ &= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\ &= \frac{-2}{(x-1)(x-3)} + \frac{-2}{(x-2)(x-4)} \\ &= \frac{-2(x^2-6x+8+x^2-4x+3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{-2(2x^2-10x+11)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{ax^2+bx+c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ \therefore a &= -4, b = 20, c = -22 \\ \therefore a+b+c &= -6 \end{aligned}$$

7. 유리식 $\frac{x^2-4}{x^2-1} \div \frac{x^2-x-2}{x^2+x}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{x}{x+1}$

② $\frac{x}{x-1}$

③ $\frac{x+2}{x-1}$

④ $\frac{x+2}{(x+1)(x-2)}$

⑤ $\frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-1)} \times \frac{x(x+1)}{(x-2)(x+1)} \\ &= \frac{x(x+2)}{(x+1)(x-1)}\end{aligned}$$

8. $x : y = 4 : 5$ 일 때, $\frac{x+y}{2x-y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$x : y = 4 : 5$, $x = 4k, y = 5k (k \neq 0)$ 이므로

$$\frac{x+y}{2x-y} = \frac{4k+5k}{8k-5k} = \frac{9k}{3k} = 3$$

9. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

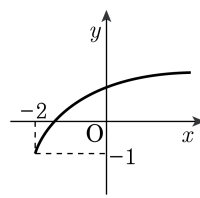
$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

점근선은 $x = -1$, $y = 3$

$$a = -1, b = 3$$

$$a + b = 2$$

10. 다음 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행 이동한 것이다. 이 그래프의 함수는?



- ① $y = \sqrt{x-2} + 1$
② $y = \sqrt{x-2} - 1$
③ $y = \sqrt{x+2} + 1$
④ $y = \sqrt{x+2} - 1$
⑤ $y = -\sqrt{x-2} - 1$

해설

x 축으로 -2 만큼
 y 축으로 -1 만큼 평행이동했으므로
 x 대신 $x+2$, y 대신 $y+1$ 을 대입하면
 $y = \sqrt{x+2} - 1$

11. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

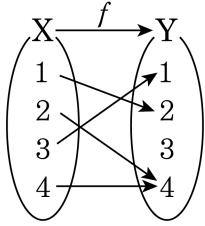
- ㉠ 함수가 아니다.

㉡ 정의역은 1, 2, 3, 4이다.

㉢ 공역은 1, 2, 3, 4이다.

㉣ 치역은 1, 2, 3, 4이다.

㉤ 일대일대응이다.



- ① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응하므로 함수이다.

㉡, ㉢ 정의역과 공역은 모두 1, 2, 3, 4이다.

㉣ 치역은 1, 2, 4이다.

㉤ $f(2) = f(4) = 4$ 이고, $Y \neq f(x)$ 이므로 일대일대응이 아니다.

12. 자연수의 집합을 N , 양의 유리수 집합을 Q^+ 라고 할 때, 함수 f 가 $f : Q^+ \rightarrow N \times N$ 으로 정의될 때, 다음 중 일대일 대응인 것은? (단, p, q 는 서로소)

① $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p, 0)$

② $f\left(\frac{p}{q}\right) = (0, q)$

③ $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p+q, 0)$

④ $f\left(\frac{p}{q}\right) = (0, pq)$

⑤ $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p, q)$

해설

① $\frac{2}{3} \neq \frac{2}{5}$ 일 때

$f\left(\frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{2}{5}\right) = (2, 0)$

②, ③, ④도 같은 방법으로
일대일 대응이 아님을 보일 수 있다.

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, $g(x) = -2$ 인 상수함수일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(x) = x$ 에서 $f(4) = 4$
 $g(x) = -2$ 에서 $g(-1) = -2$
 $\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

14. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는?

① 12 개 ② 27 개 ③ 36 개 ④ 64 개 ⑤ 81 개

해설

집합 X 의 원소 $-1, 0, 1$ 에 대응될 수 있는
집합 Y 의 원소가 각각 4개씩이므로
 $4 \times 4 \times 4 = 64$ (개)

15. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 로의 대응 f 중 $f(1) = a_1, f(2) = a_2$ 인 함수 f 의 개수는?
- ① 8 개 ② 25 개 ③ 64 개
- ④ 81 개 ⑤ 125 개

해설

$f(1) = a_1, f(2) = a_2$ 인 함수
 $f : A \rightarrow B$ 는 다음 그림에서 A 의 원소
3, 4, 5 에 B 의 원소 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 중
하나를 각각 대응시키면 된다.
따라서, 구하는 함수의 개수는 $5 \times 5 \times 5 =$
125 (개)

The diagram shows two sets, A and B, each enclosed in an oval. Set A contains the elements 1, 2, 3, 4, and 5. Set B contains the elements a₁, a₂, a₃, a₄, and a₅. Arrows labeled 'f' represent the mapping from A to B. There are two specific arrows shown: one from 1 to a₁ and one from 2 to a₂. The elements 3, 4, and 5 in set A do not have arrows pointing to them, indicating they are free to map to any of the five elements in set B.

16. 두 함수 $f(x) = -x + a$, $g(x) = ax + b$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = 2x - 4$ 일 때, ab 의 값은 얼마인가?

① -2

② -3

③ -4

④ -5

⑤ -6

해설

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(ax + b)$
 $= -(ax + b) + a = -ax + a - b$ 이므로 $-ax + a - b = 2x - 4$
그런데, 이것은 x 에 대한 항등식이므로
 $a = -2, b = 2$
 $\therefore ab = -4$

17. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

18. 두 함수 $f(x) = 3x - 5$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(1) = 2$$

19. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = ax + c$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은 무엇인가?

① $a = 1$ 또는 $b = c$

② $a = 1$

③ $b = c$

④ $a = 0$ 또는 $b = c$

⑤ $a = 0$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(ax + c) \\ &= a(ax + c) + b \\ &= a^2x + ac + b\end{aligned}$$

$$\text{마찬가지로 } (g \circ f)(x) = a^2x + ab + c$$

$$\therefore ac + b = ab + c$$

$$\text{즉, } (a - 1)(b - c) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } b = c$$

20. 함수 $y = x^2 - 2x$ ($x \geq 1$) 의 역함수를 구하면?

① $y = x^2 + 2x$ ($x \geq 1$)

② $y = x^2 - 2x$ ($x \leq 1$)

③ $y = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$)

④ $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

⑤ $y = \sqrt{-x+1} + 1$ ($x \leq 1$)

해설

$$y = x^2 - 2x \text{에서 } x^2 - 2x + 1 = y + 1$$

$$(x-1)^2 = y+1, x-1 = \sqrt{y+1} \quad (\because x \geq 1)$$

$$\therefore x = \sqrt{y+1} + 1$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 쓰면 } y = \sqrt{x+1} + 1$$

이 때, 원래의 함수

$$y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1 \quad (x \geq 1) \text{의 치역}$$

$\{y | y \geq -1\}$ 이

역함수 $y = \sqrt{x+1} + 1$ 의 정의역이 되므로

구하는 역함수는 $y = \sqrt{x+1} + 1$ ($x \geq -1$)

21. 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

① $(f^{-1})^{-1} = f$

② $g \circ f \neq f \circ g$

③ $(g \circ f)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

④ $f \circ f^{-1} = I$

⑤ $(g \circ f) \circ h = g \circ (f \circ h)$

해설

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \neq g^{-1} \circ f^{-1}$$

즉, 옳지 않은 것은 ③이다.

22. 함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재하고 $f^{-1}(3) = 1$, $(f \circ f)(x) = x$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$(f \circ f)(x) = x$ 에서 $f = f^{-1}$
따라서 $f(3) = f^{-1}(3) = 1$

23. 함수 $y = |x + 1| - |x - 3|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x + 1| - |x - 3|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$$y = -(x + 1) + x - 3 = -4$$

ii) $-1 \leq x < 3$ 일 때

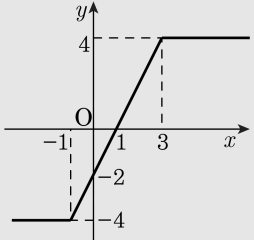
$$y = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$$

iii) $x \geq 3$ 일 때

$$y = x + 1 - (x - 3) = 4$$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로

$$M = 4, m = -4$$
$$\therefore M - m = 4 - (-4)$$
$$= 8$$



24. $a < 0$, $b < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

② $\frac{\sqrt{b}}{a} = \sqrt{\frac{b}{a^2}}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$

② $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{-a}$

③ $\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{a^2}\sqrt{b^2} = (-a)(-b) = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{-a}\sqrt{b} = \sqrt{(-1)a}\sqrt{b}$
 $= -\sqrt{-1}\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{a}\sqrt{bi}$

⑤ $\sqrt{ab} = -\sqrt{a}\sqrt{b}$

25. 유리수 a, b 가 등식 $(a + \sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$
무리수의 상등에 의하여
유리수 부분 : $(a^2 + 2) = 6, a^2 = 4$
무리수 부분 : $2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}, 2a = b$
$$\begin{cases} a = 2, b = 4, ab = 8 \\ a = -2, b = -4, ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

 $\therefore ab = 8$

26. $1 \leq x \leq 5$ 에서 함수 $y = -\sqrt{3x+1} + 4$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -\sqrt{3x+1} + 4 = -\sqrt{3\left(x + \frac{1}{3}\right)} + 4$$

주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$x = 1$ 일 때, 최댓값 $a = -\sqrt{3+1} + 4 = 2$

$x = 5$ 일 때, 최솟값 $b = -\sqrt{15+1} + 4 = 0$

$\therefore a - b = 2 - 0 = 2$

27. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

28. 자연수의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 1$ 이고 $f(x+1) = f(x) + 4\sqrt{f(x)} + 4$ 가 성립할 때, $f(6)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

$$\begin{aligned} f(x+1) &= f(x) + 4\sqrt{f(x)} + 4 = (\sqrt{f(x)} + 2)^2 \\ f(1) &= 1, f(2) = 3^2, f(3) = 5^2, \\ f(4) &= 7^2, f(5) = 9^2, f(6) = 11^2 = 121 \end{aligned}$$

29. 함수 $f(x) = 2x^2 + 1$, $g(x) = 3x^3$ 에 대하여 다음 <보기>에 있는 함수 중 그 그래프가 원점에 대하여 대칭인 것을 모두 고른 것은 ?

보기

- I. $f(g(x))$
- II. $g(g(x))$
- III. $\{g(x)\}^2$
- IV. $\frac{g(x)}{f(x)}$

- ① I, II
- ② I, IV
- ③ II, III
- ④ II, IV
- ⑤ III, IV

해설

$f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$ 에서

I. $F(x) = f(g(x))$ 로 놓으면

$$F(-x) = f(g(-x)) = f(-g(x)) = f(g(x))$$

$$\therefore F(-x) = F(x)$$

II. $F(x) = g(g(x))$ 로 놓으면

$$F(-x) = g(g(-x)) = g(-g(x)) = -g(g(x))$$

$$\therefore F(-x) = -F(x)$$

III. $F(x) = \{g(x)\}^2$ 로 놓으면

$$F(-x) = \{g(-x)\}^2$$

$$= \{-g(x)\}^2 = \{g(x)\}^2$$

$$\therefore F(-x) = F(x)$$

IV. $F(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ 로 놓으면

$$F(-x) = \frac{g(-x)}{f(-x)} = -\frac{g(x)}{f(x)}$$

$$\therefore F(-x) = -F(x)$$

따라서 원점에 대하여 대칭인 함수는 II, IV

30. 무리식 $\sqrt{2x+5} + \sqrt{15-3x}$ 가 실수값을 갖도록 하는 정수 x 의 개수는?

- ① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

$$2x + 5 \geq 0, 2x \geq -5 \quad \therefore x \geq -2.5$$

$$15 - 3x \geq 0, 15 \geq 3x \quad \therefore 5 \geq x$$

$$\therefore -2.5 \leq x \leq 5$$

$$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ 총 8개}$$

31. $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{a}{b} = p + \sqrt{q}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1 = 2. \times \times \times$$

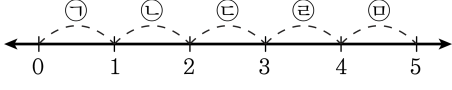
$$a = 2, b = \sqrt{3} - 1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3} + 1$$

$$\therefore p = 1, q = 3$$

$$\therefore p + q = 4$$

32. $f(a, b) = \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$ 로 정의할 때 $f(2, 1) + f(3, 2) + f(4, 3) + f(5, 4) + \dots + f(10, 9)$ 의 값이 k 라 하면, 다음 중 실수 k 에 대응하는 수는 직선 위에서 어느 위치에 있는가? (단, $a > b > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$a > b$ 일 때, $f(a, b) = \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$
 $\therefore f(2, 1) + f(3, 2) + f(4, 3) + \dots + f(10, 9)$
 $= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots$
 $\quad + (\sqrt{10} - \sqrt{9})$
 $= -1 + \sqrt{10} = k$
 그런데 $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ 에서
 $2 < -1 + \sqrt{10} < 3$ 이므로
 k 는 ㉣안에 있다.

33. $(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$, $(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$$(1 + \sqrt{2})x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$(1 - \sqrt{2})y = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{2} + 1$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{2} + 1}{-\sqrt{2} + 1} = -3 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = -4\sqrt{2}, \quad xy = -1$$

$$\begin{aligned} x^2 + xy + y^2 &= (x + y)^2 - xy \\ &= (-4\sqrt{2})^2 - (-1) = 33 \end{aligned}$$

34. $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 일 때, $x^2 - x - 2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \text{에서 } 2x = \sqrt{5}+1$$

$2x-1 = \sqrt{5}$ 의 양변을 제곱하면

$$4x^2 - 4x + 1 = 5 \quad \therefore x^2 - x - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 - x - 2 = x^2 - x - 1 - 1 = 0 - 1 = -1$$

35. 정의역이 $\{x \mid x \leq 3\}$, 치역이 $\{y \mid y \geq 4\}$ 인 무리함수 $f(x) = \sqrt{a(x-p)} + q$ 에 대하여 $f(1) = 6$ 일 때, $a + p + q$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

정의역은 $\{x \mid a(x-p) \geq 0\} = \{x \mid x \leq 3\}$ 이므로 $a < 0$, $p = 3$
치역은 $\{y \mid y \geq 4\}$ 이므로 $q = 4$

$$\therefore f(x) = \sqrt{a(x-3)} + 4$$

이때, $f(1) = 6$ 이므로

$$\sqrt{-2a} + 4 = 6, \sqrt{-2a} = 2, -2a = 4$$

$$\therefore a = -2$$

$$\therefore a + p + q = -2 + 3 + 4 = 5$$

36. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동하면 점(1, 3)을 지난다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼
평행 이동한 함수의 그래프의 식은

$$y = \sqrt{a(x-2)}$$

이것을 다시 y 축에 대하여 대칭이동한 함수의
그래프의 식은 $y = \sqrt{a(-x-2)}$

이 때, 이 그래프가 점(1, 3)을 지나므로

$$3 = \sqrt{-3a}, -3a = 9$$

$$\therefore a = -3$$

37. 함수 $y = \sqrt{2x+2} + a$ 의 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

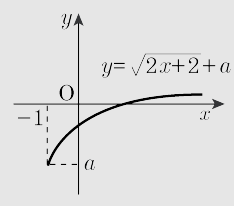
▷ 정답 : -2

해설

$$y = \sqrt{2x+2} + a = \sqrt{2(x+1)} + a$$

주어진 함수는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 이 함수의 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나려면 $x = 0$ 일 때, $y < 0$ 이어야 한다.



$$\sqrt{2} + a < 0 \text{ 이므로 } a < -\sqrt{2}$$

따라서 정수 a 의 최댓값은 -2이다.

38. $y = -\sqrt{4-2x} + 1$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.
- ③ 평행이동하면 $y = -\sqrt{2x}$ 와 겹쳐진다.
- ④ 그래프는 제 2사분면을 지나지 않는다.
- ⑤ 이 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 에서 만난다.

해설

- ③ 평행이동하면 $y = -\sqrt{-2x}$ 와 겹쳐진다.
- ④, ⑤ 꼭지점이 $(2, 1)$ 이고 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 을 지난다.

$\therefore 1, 3, 4$, 분면을 지난다.

39. 무리함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2)$, $(3, 6)$ 을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 11 개

해설

함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지날 때

$$2 = \sqrt{2k}, \quad 2k = 4$$

$$\therefore k = 2$$

또, 함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(3, 6)$ 을 지날 때

$$6 = \sqrt{3k}, \quad 3k = 36$$

$$\therefore k = 12$$

따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는

$2 \leq k \leq 12$ 이므로

정수 k 는 2, 3, 4, $\dots$, 12 의 11개다.

40. $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수는?

① $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 2)$

② $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 2)$

③ $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 1)$

④ $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 1)$

⑤ $y = x^2 - 3x + 2 (x \geq 3)$

해설

$y - 2 = \sqrt{x - 1}$ 에서 $\sqrt{x - 1} \geq 0$ 이므로 $y \geq 2$

또 양변을 제곱하면, $(y - 2)^2 = x - 1$

$\therefore x = y^2 - 4y + 5 (y \geq 2)$

x 와 y 를 바꾸면 $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 2)$

41. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + k (x \geq 2)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $0 < k < \frac{25}{4}$
 ② $k < \frac{25}{4}$
 ③ $6 \leq k \leq \frac{25}{4}$
- ④ $6 < k \leq \frac{25}{4}$
 ⑤ $6 \leq k < \frac{25}{4}$

해설

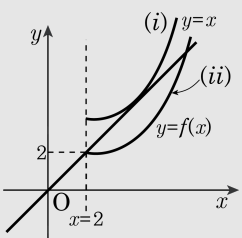
주어진 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수의 그래프의 교점은 $y = x$ 위에 있다.

따라서, 조건을 만족하려면 $f(x) = x^2 - 4x + k = (x - 2)^2 + k - 4 (x \geq 2)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 서로 다른 두 점에서 만나야 한다.

(i) $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 접할 때,
 $x^2 - 4x + k = x, x^2 - 5x + k = 0$
 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면
 $D = 5^2 - 4k = 0$
 $\therefore k = \frac{25}{4}$

(ii) $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지날 때
 $2^2 - 4 \cdot 2 + k = 2$ 이므로 $k = 6$

(i), (ii) 에서 $6 \leq k < \frac{25}{4}$

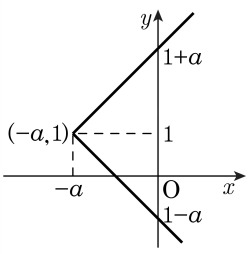


42. $|y-1|=x+a$ 의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4 일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$|y-1|=x+a$ 의
그래프는 $|y|=x$ 를
 x 축 음의 방향으로 a ,
 y 축 양의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨
그래프이므로 다음 그림과 같다.
이때, y 절편은 $|y-1|=a$ 에서 $y=1\pm a$
 $\therefore S = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = 4 \quad \therefore a = 2(a > 0)$



43. 함수 $y = a|x+1| - b|x-1| + 2$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭이기 위한 필요충분조건을 구하면?

- ① $a + b = 0$ ② $a - b = 0$ ③ $a + b = 1$
④ $a - b = 1$ ⑤ $a + b = 2$

해설

$y = f(x)$ 의 그래프가 y 축에 대하여 대칭이면 $f(x) = f(-x)$ 이다.

$f(x) = a|x+1| - b|x-1| + 2$ 라 하면

$f(-x) = a|-x+1| - b|-x-1| + 2$

$= -b|x+1| + a|x-1| + 2$

$f(x) = f(-x)$ 에서 $a = -b$

$\therefore a + b = 0$

44. $\frac{a}{b+c-a} = \frac{b}{c+a-b} = \frac{c}{a+b-c}$ 의 값들의 합은?

- ① 0 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ -1

해설

(분모의 합)

$$= (b+c-a) + (c+a-b) + (a+b-c) = a+b+c$$

i) $a+b+c \neq 0$ 일 때, 가비의 리를 이용하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{b+c-a} &= \frac{b}{c+a-b} = \frac{c}{a+b-c} \\ &= \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1\end{aligned}$$

ii) $a+b+c = 0$ 일 때,

$$b+c = -a, \quad c+a = -b, \quad a+b = -c \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{-a-a} = \frac{b}{-b-b} = \frac{c}{-c-c} = -\frac{1}{2}$$

i), ii) 에서 구하는 값은 1 또는 $-\frac{1}{2}$

$\therefore$ 분수식의 값들의 합은 $\frac{1}{2}$

45. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $ad + bc = 2ad$

② $\frac{ad}{bc} = 1$

③ $\frac{bc-1}{bc} + \frac{1}{ad} = 1$

④ $\frac{1}{bc} - \frac{1}{ad} = 0$

⑤ $a - b = \frac{1}{c - d}$

해설

①, ② $ad = bc$

③ $\frac{adbc - ad + bc}{adbc} = \frac{adbc}{adbc} = 1$

④ $\frac{1}{bc} = \frac{1}{ad}$

46. 어느 대학의 입학시험에서 영문과와 수학과의 지원자 수의 비는 3 : 4 이고, 합격자의 수의 비는 5 : 6, 불합격자의 수의 비는 5 : 8이다. 이 대학의 수학과와 경쟁률을 구하면?

① 10 : 3 ② 5 : 3 ③ 4 : 1 ④ 5 : 2 ⑤ 4 : 3

해설

영문과 합격자 수를 5α 라 하면,
수학과 합격자 수는 6α

영문과 불합격자 수를 5β 라 하면,
수학과 합격자 수는 8β

$$\therefore (5\alpha + 5\beta) : (6\alpha + 8\beta) = 3 : 4$$

$$\Rightarrow 18\alpha + 24\beta = 20\alpha + 20\beta$$

$$\therefore \alpha = 2\beta$$

$$\therefore \text{수학과 경쟁률} = \frac{\text{지원자 수}}{\text{합격자 수}} = \frac{6\alpha + 8\beta}{6\alpha}$$

$$= \frac{10\alpha}{6\alpha} = \frac{5}{3}$$

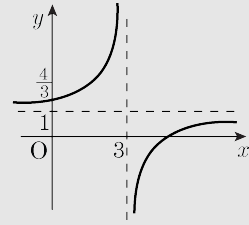
$$\Rightarrow 5 : 3$$

47. 분수함수 $y = \frac{x-4}{x-3}$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을
바르게 구한 것은?

- ① $\left\{y \mid -\frac{4}{3} < y < 1\right\}$
- ② $\left\{y \mid \frac{4}{3} \leq y < -1\right\}$
- ③ $-1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체
- ④ $1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체
- ⑤ $-\frac{4}{3} \leq y \leq 1$ 을 제외한 실수 전체

해설

$$y = \frac{x-4}{x-3} = \frac{x-3-1}{x-3} = 1 + \frac{-1}{x-3}$$



$x = 0$ 일 때, $y = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$ 이므로,

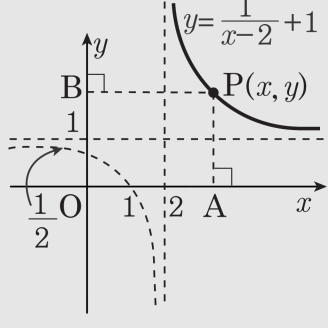
치역은 $1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체

48. 분수함수 $y = \frac{1}{x-2} + 1 (x > 2)$ 의 그래프 위의 한 점 $P(x, y)$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하자. 이 때, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



위 그림에서 $\overline{PA} = y = \frac{1}{x-2} + 1$ $\overline{PB} = x(x > 2)$

$$\therefore \overline{PA} + \overline{PB} = x + \frac{1}{x-2} + 1 = x - 2 + \frac{1}{x-2} + 3$$

$$\geq 2\sqrt{(x-2) \cdot \frac{1}{x-2}} + 3 = 5$$

(단, 등호는 $x-2 = \frac{1}{x-2}$ 일 때 성립)

49. 함수 $y = -\frac{2}{x} + 2$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 만나지 않을 때, 정수 k 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$-\frac{2}{x} + 2 = 2x + k$ 에서 $-2 + 2x = 2x^2 + kx$
 $2x^2 + (k - 2)x + 2 = 0$ 이 이차방정식의 판별식을
 D 라 하면 $D = (k - 2)^2 - 16 < 0$ 에서
 $k^2 - 4k - 12 < 0, (k + 2)(k - 6) < 0$
 $\therefore -2 < k < 6$
따라서 이를 만족하는 정수 k 의 값은
 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 7개이다.

50. $x^2 \neq 1$ 이고 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때 $f(-x)$ 는?

① $\frac{1}{f(x)}$

② $-f(x)$

③ $\frac{1}{f(-x)}$

④ $-f(-x)$

⑤ $f(x)$

해설

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \text{ 에서}$$

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$