

1. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(-3, 5), B(6, -13)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $9\sqrt{5}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(6+3)^2 + (-13-5)^2} = \sqrt{405} = 9\sqrt{5}$$

2. $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 5$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.

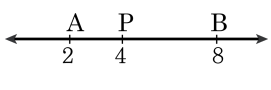
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{21}$

해설

$\overline{BM} = 4$, $\overline{AM} = x$ 이므로 중선정리에 의해
 $7^2 + 5^2 = 2(x^2 + 4^2) \therefore x = \sqrt{21}$

3. 다음 수직선 위의 세 점 A, B, P 에 대하여
선분 AP 와 선분 PB 의 길이의 비는?



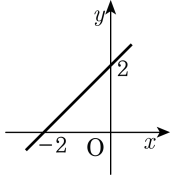
- ① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 1 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 1 : 4

해설

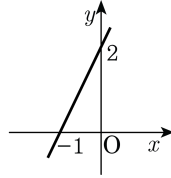
선분 AP의 길이는 $4 - 2 = 2$,
선분 PB 의 길이는 $8 - 4 = 4$ 이다.
따라서 선분 AP와 선분 PB 의 길이의 비는
 $2 : 4 = 1 : 2$ 이다.

4. 다음 중 직선 $y = 2(x + 1)$ 을 나타내는 그래프는?

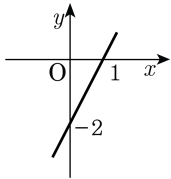
①



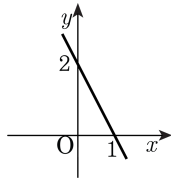
②



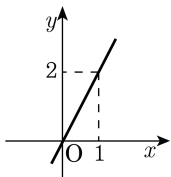
③



④



⑤



해설

$y = 2(x + 1) = 2x + 2$ 이므로, 기울기가 2 이고,
y 절편이 2 인 그래프는 ②번이다.

5. 두 점 $(a, 1)$, $(3, b)$ 가 x 절편이 4 이고, y 절편이 -2 인 직선 위에 있을 때, ab 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

x 절편이 4 이고,

y 절편이 -2 인 직선의 방정식은

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} = 1 \cdots \textcircled{1}$$

점 $(a, 1)$ 이 $\textcircled{1}$ 위에 있으므로 $\frac{a}{4} - \frac{1}{2} = 1$ 에서

$$a = 6$$

점 $(3, b)$ 가 $\textcircled{1}$ 위에 있으므로

$$\frac{3}{4} - \frac{b}{2} = 1 \text{ 에서 } b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore ab = -3$$

6. 두 점 A(1, -4), B(3, 2)를 지나는 직선과 수직인 직선의 기울기는?

- ① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ -1 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

해설

직선 AB의 기울기는 $\frac{2 - (-4)}{3 - 1} = 3$ 이므로
수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{3}$ 이다.

7. 점(1, 2)에서 직선 $x + y + 1 = 0$ 까지의 거리는?

① $4\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{2}$

④ $-\sqrt{2}$

⑤ $-2\sqrt{2}$

해설

P(x_1 , y_1)과 직선 $ax + by + c = 0$ 사이의 거리

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ 이므로,}$$

$$\therefore \frac{|1 + 2 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

8. 중심이 $(2, -1)$ 이고, 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 원의 방정식은?

① $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$

② $(x+2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$

③ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

④ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5^2$

해설

중심이 $(2, -1)$, $r : \sqrt{5}$ 인 원

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

9. 원 $x^2 + y^2 - 2kx - 4 = 0$ (k 는 임의의 실수)에 대하여 다음 중 반드시 옳은 것은?
- ① 반지름의 길이가 2 인 원이다.
 - ② 원의 중심은 y 축 위에 있다.
 - ③ 원은 두 점 $(0, -2), (0, 2)$ 를 지난다.
 - ④ 원의 중심은 직선 $y = x$ 위에 존재한다.
 - ⑤ 원은 점 $(1, 0)$ 을 지난다.

해설

$x^2 + y^2 - 2kx - 4 = 0$ 을 변형하면
 $(x - k)^2 + y^2 = 4 + k^2$ 이므로
 $x = 0$ 일 때, k 에 관계없이 $y^2 = 4$
 $\therefore y = \pm 2$
따라서 주어진 원은
 $(0, -2), (0, 2)$ 의 두 점을 지난다.
또한, 원의 중심은 x 축 위에 있다

10. 점 (x, y) 를 $(x-1, y+2)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(b+2, a-1)$ 가 옮겨지는 점의 좌표를 구하면?

- ① $(a+3, b-3)$ ② $(a+2, b-1)$ ③ $(b+1, a-3)$
④ $(b-2, a+1)$ ⑤ $(b+1, a+1)$

해설

$$\begin{aligned} f(x : y) &\rightarrow (x-1, y+2) \\ \therefore (b+2, a-1) &\rightarrow (b+1, a+1) \end{aligned}$$

11. 일차함수 $y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 45° 의 각을 이루고, y 절편이 5 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① 0

② 3

③ 6

④ -6

⑤ -3

해설

$y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가
 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가
 45° 이므로
 $a - 2 = \tan 45^\circ = 1$ 에서 $a = 3$
또, y 절편이 5 이므로
 $b + 2 = 5$ 에서 $b = 3$
 $\therefore a + b = 6$

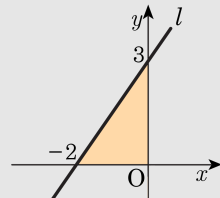
12. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

13. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,
 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{1}$
 $ac < 0$, $bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$
 $\therefore abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$
 $ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$
 $bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$
따라서 $\textcircled{1}$ 은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

14. 두 직선 $2x + y - 7 = 0$, $3x + 2y - 12 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $8x + 5y = 0$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{5}{8}x + \frac{5}{31}$ ② $y = -\frac{8}{5}x + \frac{31}{5}$ ③ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{5}$
④ $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{11}$ ⑤ $y = -\frac{5}{3}x + \frac{11}{31}$

해설

$$2x + y - 7 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$3x + 2y - 12 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} : x = 2, y = 3$$

$$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{의 교점} : (2, 3)$$

$$\text{구하는 직선의 기울기는 } -\frac{8}{5}$$

$$\left(\because y = -\frac{8}{5}x \text{ 와 평행하다. } \right)$$

$$\therefore \text{구하는 직선은 기울기 } -\frac{8}{5} \text{ 이고}$$

$$(2, 3) \text{ 을 지나므로}$$

$$y - 3 = -\frac{8}{5}(x - 2)$$

$$\therefore y = -\frac{8}{5}x + \frac{31}{5}$$

15. 두 직선 $x + y = 1$, $ax + 2y + a + 2 = 0$ 이 제 1 사분면에서 만나도록 하는 정수 a 값의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x + y = 1 \cdots \textcircled{1}$
 $ax + 2y + a + 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 2 : (a - 2)x + a + 4 = 0$
 $\Rightarrow x = \frac{a + 4}{2 - a}$
 $\Rightarrow y = 1 - x = \frac{2a + 2}{a - 2}$
 $\therefore$ 교점 : $\left(\frac{a + 4}{2 - a}, \frac{2a + 2}{a - 2} \right)$
교점이 제 1 사분면에 있으므로
 $\frac{a + 4}{2 - a} > 0, \frac{2a + 2}{a - 2} > 0$
두 식의 양변에 $(a - 2)^2$ 을 곱하면
 $(a - 2)(a + 4) < 0, 2(a + 1)(a - 2) > 0$
 $\Rightarrow -4 < a < 2, a < -1 \text{ or } a > 2$
 $\therefore -4 < a < -1$
 $\therefore$ 정수인 a 의 개수는 $-3, -2$ 즉 2개

16. 함수 $f(x) = ax + 1$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 구하면?

① $(1, 0)$

② $(1, 1)$

③ $(0, 1)$

④ $(-1, 0)$

⑤ $(0, -1)$

해설

함수 $f(x) = ax + 1$ 의 그래프는
 a 의 값에 관계없이 점(0, 1) 을 지나는 직선이다.

17. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

(0,0), (2,6), (6,3)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

18. 이차방정식 $x^2 - ay^2 - 4x + 2y + k = 0$ 이 원을 나타낼 때 두 괄호에 들어갈 알맞은 값의 합을 구하여라.

$a = (\quad \quad \quad), k < (\quad \quad \quad)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

원의 방정식이 되기 위해서는 x^2 의 계수와 y^2 의 계수가 같아야 하므로 $a = -1$
또한, 준식을 표준형으로 나타내면,
 $x^2 - 4x + y^2 + 2y + k = 0$ 에서
 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5 - k$
여기서, $5 - k > 0$ 이어야 하므로 $k < 5$

19. 중심이 직선 $y = x + 2$ 위에 있고, 점 $(4, 4)$ 를 지나며, y 축에 접하는 원 중 반지름의 크기가 작은 원의 방정식을 구하면?
- ① $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$
 - ② $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$
 - ③ $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$
 - ④ $(x - 10)^2 + (y - 12)^2 = 100$
 - ⑤ $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 100$

해설

원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = a^2$ 으로 놓으면
중심 (a, b) 가 $y = x + 2$ 위에 있으므로
 $b = a + 2$ ㉠
점 $(4, 4)$ 를 지나므로
 $(4 - a)^2 + (4 - b)^2 = a^2$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $(4 - a)^2 + (4 - a - 2)^2 = a^2$
 $a^2 - 12a + 20 = 0 \quad \therefore a = 2, 10$
 $\therefore a = 2$ 일 때 $b = 4$, $a = 10$ 일 때 $b = 12$
따라서 구하는 방정식은
 $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$,
 $(x - 10)^2 + (y - 12)^2 = 100$

20. 점 (2, 1) 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

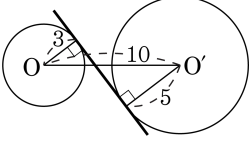
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 (2, 1) 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 (r, r) 이다.
 $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$ 이고
또한 (2, 1) 을 지나므로
 $(2-r)^2 + (1-r)^2 = r^2$,
 $(r-1)(r-5) = 0$
 $\therefore r = 1$ 또는 5
 $\therefore (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 또는 $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$
 $\therefore 1 + 5 = 6$

21. 다음 그림의 두 원 O와 O'에서 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

공통내접선의 길이는 $\sqrt{10^2 - (3 + 5)^2} = 6$

22. 다음 원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 직선 $y = x + 5$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 0 개

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리를 구해보면,

$$\frac{|5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} > 3$$

반지름보다 크므로 원과 직선은 만나지 않는다.

23. 점 A(-2, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

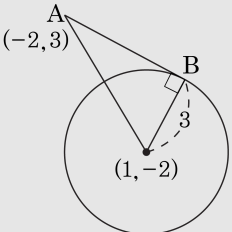
해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$

원의 중심은 (1, -2), 반지름은 3 이므로

$$AB = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



24. 직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 다시 $y = 2x - 3$ 의 그래프가 되었다. 이 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

직선 $y = 2x - 3$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한
직선의 방정식은
 $y - b = 2(x - a) - 3$
직선의 방정식을 정리하면
 $y = 2x - 2a - 3 + b$
원래 직선과 같아졌으므로
 $-2a + b - 3 = -3, 2a = b,$
 $\therefore \frac{b}{a} = 2$

25. 좌표평면 위의 점 $(-1, 3)$ 을 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동 시킨 점이 $(3, 5)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(-1, 3), (3, 5)$ 의 중점이 (a, b) 이다.

$$\Rightarrow \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = (a, b)$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$

26. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = 1$
- ② $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$
- ③ $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$
- ④ $x^2 + (y + 2)^2 = 1$
- ⑤ $(x - 2)^2 + y^2 = 1$

해설

$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에서
 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $\textcircled{㉠}$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면
 $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉡}$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면
 $x^2 + (y - 1)^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉢}$ 을 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면
 $x^2 + (y + 2)^2 = 1$

27. 직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 다음, 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x - y - 5 = 0$

② $2x - 4y - 9 = 0$

③ $3x - 2y - 40 = 0$

④ $2x - y - 21 = 0$

⑤ $6x - 3y - 29 = 0$

해설

직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(8 - x) - 3(-6 - y) + 6 = 0$$

$$\text{즉, } 2x - 3y - 40 = 0$$

이것을 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여

대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(-y) - 3(-x) - 40 = 0$$

$$\therefore 3x - 2y - 40 = 0$$

28. 삼각형 ABC의 두 꼭짓점의 좌표가 A(-1, 4), B(0, 3) 이고, 무게중심의 좌표가 G(2, 1) 일 때, 꼭짓점 C의 좌표를 구하면?

- ① (7, -4)
- ② (3, -6)
- ③ (5, -5)
- ④ (-1, 8)
- ⑤ (1, 1)

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

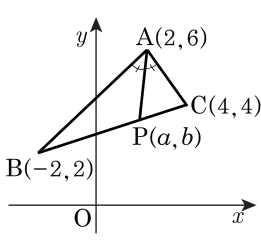
C = (x, y) 라 하면

$$\left(\frac{-1+0+x}{3}, \frac{4+3+y}{3}\right) = (2, 1)$$

$$\therefore x = 7 \quad y = -4$$

$$\therefore C = (7, -4)$$

29. 다음 그림과 같이 세 점 A(2, 6), B(-2, 2), C(4, 4) 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 P(a , b) 라 할 때, $3ab$ 의 값은?



- ① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이

변 BC 와 만나는 점을 P(a , b) 라 하면

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP}$ 가 성립한다.

이때, $\overline{AB} = \sqrt{(-2-2)^2 + (2-6)^2} = 4\sqrt{2}$,

$\overline{AC} = \sqrt{(4-2)^2 + (4-6)^2} = 2\sqrt{2}$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP} = 2 : 1$

따라서 점 P(a , b) 는 변 BC 를 2 : 1 로 내분하는 점이다.

$$\therefore a = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot (-2)}{2 + 1} = 2,$$

$$b = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 2}{2 + 1} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 3ab = 3 \cdot 2 \cdot \frac{10}{3} = 20$$

30. 두 점 A(1, 5), B(5, 3)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는?

- ① (4, 5)
- ② (3, 4)
- ③ (2, 3)
- ④ (1, 2)
- ⑤ (0, 1)

해설

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되기 위한
점 P는 점 A와 점 B의 중점이어야 한다.
따라서 P(3, 4)

해설

P(x, y)로 놓으면
$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= \{(x-1)^2 + (y-5)^2\} \\ &\quad + \{(x-5)^2 + (y-3)^2\} \\ &= 2x^2 - 12x + 2y^2 - 16y + 60 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) + 2(y^2 - 8y + 16) + 10 \\ &= 2(x-3)^2 + 2(y-4)^2 + 10\end{aligned}$$
따라서 $x = 3$, $y = 4$ 일 때 최솟값을 갖는다.

31. 세 점 A (2, 3), B(-1, 5), C(4, a) 이 일직선 위에 있을 때, a 의 값은?

① -1

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $-\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

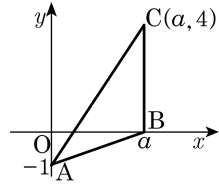
세 점이 일직선 위에 있기 위해서는

직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{3-5}{2+1} = \frac{a-5}{4+1} \text{ 에서}$$

$$\therefore a = \frac{5}{3}$$

32. 다음 그림과 같이 점 $A(0, -1)$, $B(a, 0)$, $C(a, 4)$ 를 꼭지점으로 하는 $\triangle ABC$ 가 있다. 점 B 를 지나면서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선이 존재할 때, 직선의 방정식은?



- ① $y = -\frac{4}{a}x + 4$ ② $y = -\frac{3}{a}x + 3$ ③ $y = -\frac{2}{a}x + 2$
 ④ $y = -\frac{a}{2}x + 1$ ⑤ $y = -\frac{1}{a}x + 4$

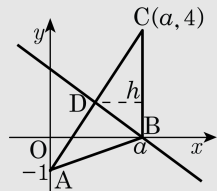
해설

$\triangle ABC$ 의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{OB} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot a = 2a$$

점 B 를 지나면서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선과 $\overline{AC}$ 와의 교점을 D ,

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC}$ 를 밑변으로 보았을 때 높이를 h 라 하면



$$(\triangle BCD \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot h = 2h$$

이 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$2h = a \quad \therefore h = \frac{a}{2}$$

따라서 점 D 의 x 좌표는 $a - \frac{a}{2} = \frac{1}{2}a$

$\therefore D$ 의 좌표는 $\left(\frac{a}{2}, \frac{3}{2}\right)$

두 점 $B(a, 0)$, $D\left(\frac{a}{2}, \frac{3}{2}\right)$ 를 지나는

$$\text{직선의 방정식은 } y - 0 = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{a}{2} - a}(x - a)$$

$$\therefore y = -\frac{3}{a}x + 3$$

33. $ax - 6y - 2 = 0$, $2x - (2a - 5)y - 1 = 0$ 일 때,
두 식을 동시에 만족하는 (x, y) 가 하나도 없도록 하는 a 의 값은?(단,
 $a > 0$)

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

두 식을 동시에 만족하는 (x, y) 가 하나도 없도록 하기 위해서는
두 직선이 서로 평행해야한다.
직선 $ax - 6y - 2 = 0$ 는
 $y = \frac{a}{6}x - \frac{1}{3}$ 이므로 기울기가 $\frac{a}{6}$ 이다.
 $2x - (2a - 5)y - 1 = 0$ 는
 $y = \frac{2}{2a - 5}x - \frac{1}{2a - 5}$ 이므로
기울기가 $\frac{2}{2a - 5}$ 이다.
 $\frac{a}{6} = \frac{2}{2a - 5}$ 이므로
 $2a^2 - 5a - 12 = 0(2a + 3)(a - 4) = 0$
 $a = -\frac{3}{2}$ 또는 $a = 4$
 $\therefore a = 4$

34. 두 점 A(-3, 4), B(1, 2) 를 잇는 선분 AB 의 수직 이등분선의 방정식은?

- ㉠ $2x - y + 5 = 0$ ㉡ $2x + y - 2 = 0$ ㉢ $2x + y - 1 = 0$
㉣ $x - 2y + 3 = 0$ ㉤ $x - 2y + 7 = 0$

해설

$$\text{선분 } \overline{AB} \text{ 의 기울기} = \frac{4-2}{-3-1} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{선분 } \overline{AB} \text{ 의 중점 : } \left(\frac{-3+1}{2}, \frac{4+2}{2} \right) = (-1, 3)$$

선분 $\overline{AB}$ 에 수직인 기울기 m 은

$$m \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = -1 \quad \therefore m = 2$$

$$\therefore y = 2 \cdot (x + 1) + 3 \rightarrow 2x - y + 5 = 0$$

35. 두 직선 $3x + 4y = 12$, $3x + 4y = 7$ 사이의 거리를 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$3x + 4y = 12$ 위의 임의의 한 점을 잡는다.
(4, 0)과 $3x + 4y = 7$ 사이의 거리를 구한다.

$$\therefore \frac{|3 \cdot 4 + 4 \cdot 0 - 7|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

36. 점 $(a, 2)$ 에서 직선 $12x - 5y - 4 = 0$ 에 이르는 거리가 2 가 되도록 하는 실수 a 의 값들의 합은?

- ① $-\frac{1}{3}$ ② 0 ③ 1 ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

점 $(a, 2)$ 에서 직선 $12x - 5y - 4 = 0$ 에 이르는 거리가 2 이므로

$$2 = \frac{|12a - 5 \times 2 - 4|}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}} = \frac{|12a - 14|}{13}$$

$$\therefore |12a - 14| = 26 \text{ 즉, } 12a - 14 = 26$$

$$\text{또는 } 12a - 14 = -26 \therefore a = \frac{10}{3}$$

또는 $a = -1$ 따라서 실수 a 의 값의 합은

$$\frac{10}{3} + (-1) = \frac{7}{3}$$

37. 정점 A(1, 2)와 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

- ① $3x + 4y = 0$ ② $x - 2y + 5 = 0$ ③ $3x - 4y = 0$
④ $x + 2y + 5 = 0$ ⑤ $x - 2y - 5 = 0$

해설

$3x - 4y - 5 = 0$ 위의 임의의 점을 $P(a, b)$ 라 하면

$$3a - 4b - 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$\overline{AP}$ 의 중점을 (X, Y) 라 하면

$$X = \frac{1+a}{2}, Y = \frac{2+b}{2}$$

$$\therefore a = 2X - 1, b = 2Y - 2$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3(2X - 1) - 4(2Y - 2) - 5 = 0$$

$$\therefore 6X - 8Y = 0$$

$$\therefore 3x - 4y = 0$$

38. 두 원 $x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$), $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 가 외접할 때, r 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 원 $x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$), $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 의 중심
사이의 거리 $d = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$
두 원이 외접하면 $r + 2 = 5$ 이므로 $r = 3$

39. 두 원 $x^2 + y^2 - 5 = 0$, $x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$ 의 교점과 점(1,1)을 지나는 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 일 때, $A + B - C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 + y^2 - 5 = 0, x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$$

교점을 지나는 원의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 5)m + x^2 + y^2 - 3x - y - 4 = 0$$

의 꼴이고, 이 원이 점 (1,1)을지나므로

$$(1 + 1 - 5)m + 1 + 1 - 3 - 1 - 4 = 0$$

$$\therefore m = -2$$

이 값을 대입하고 정리하면

$$x^2 + y^2 + 3x + y - 6 = 0 \text{ 이다.}$$

$$\therefore A = 3, B = 1, C = -6$$

$$\text{그러므로 } A + B - C = 10$$

40. 중심이 C(1, 2)이고, 직선 L : $x + 2y = 0$ 에 접하는 원의 반지름을 r 이라 할 때 r^2 은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

중심에서 접선까지의 거리가 원의 반지름과 같으므로

$$\text{반지름은 } \frac{|1 + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

∴ 구하는 원의 방정식은

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5 \text{ 이므로}$$

$$\therefore r^2 = 5$$

41. $\triangle ABC$ 의 변 BC 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{BC} = 10$ 이면 $\overline{AM}$ 의 길이는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

그리고 빗변인 $\overline{BC}$ 의 중점인 M 은 직각삼각형의 외심이다.

$\therefore \overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5$

42. 좌표평면 위의 두 점 A(7, 4), B(8, 6) 과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값을 최소가 되게 하는 점 P의 x 좌표를 a 라 할 때, $5a$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

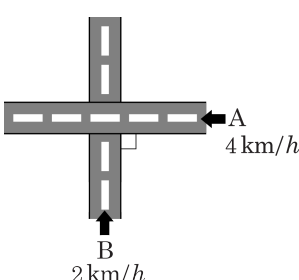
A(7, 4)를 $y = x$ 에 대칭이동한 점 C(4, 7)에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 가 최소인 점 P는

선분 BC와 직선 $y = x$ 의 교점이다.

$$y = -\frac{1}{4}x + 8 \text{와 } y = x \text{의 교점은 } \left(\frac{32}{5}, \frac{32}{5}\right)$$

$$\therefore 5a = 32$$

43. 그림과 같이 수직으로 만나는 도로가 있다. 교차점에서 A는 동쪽으로 6km, B는 남쪽으로 4km지점에 있다. 지금 A는 시속 4km의 속도로 서쪽으로, B는 시속 2km의 속도로 북쪽을 향하여 동시에 출발했을 때 A, B 사이의 거리가 가장 짧을 때는 출발 후 몇 시간 후인가?



- ① 1 시간 후 ② 1.2 시간 후 ③ 1.4 시간 후
 ④ 1.6 시간 후 ⑤ 2 시간 후

해설

동서를 x 축, 남북을 y 축으로 잡으면
 최초의 A, B 의 위치는 A(6, 0) , B(0, -4) 이고
 t 시간 후의 A, B 의 좌표는
 A(6 - 4 t , 0), B(0, -4 + 2 t) 이다.
 따라서 t 시간 후의 $\overline{AB}$ 의 거리는 s 는

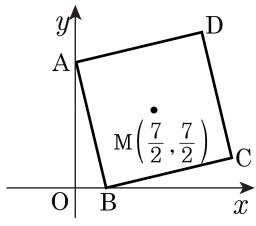
$$s = \sqrt{(6 - 4t)^2 + (-4 + 2t)^2}$$

$$= \sqrt{20t^2 - 64t + 52}$$

$$= \sqrt{20\left(t^2 - \frac{64}{20}t\right) + 52}$$

$$= \sqrt{20\left(t - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}}$$
 이므로
 $t = \frac{8}{5}$ 일 때 최소가 된다.
 $\therefore$ 출발 후 1.6 시간 후이다.

44. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD가 있다. 정사각형 ABCD의 중심 M의 좌표가 $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$ 일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

다음 그림과 같이 두 점 A, B의 좌표를 $A(0, a), B(b, 0)$ 이라 하고 점 D를 지나면서

x 축에 평행한 직선이 y 축과 만나는 점을 E라 하면 $\triangle OAB \cong \triangle EDA$

따라서 $\overline{AE} = \overline{BO} = b, \overline{DE} = \overline{AO} = a$

이므로 $D(a, a+b)$

이 때, 점 M은 선분 BD의 중점이므로

$$M\left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}\right)$$

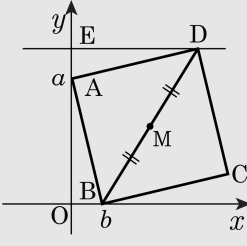
$$\text{즉, } \frac{a+b}{2} = \frac{7}{2} \text{에서 } a+b=7$$

또, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 5이므로

$\triangle OAB$ 에서 피타고라스의 정리에 의하여

$$\sqrt{a^2 + b^2} = 5, a^2 + b^2 = 25$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle OAB &= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{4}\{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)\} \\ &= \frac{1}{4}(7^2 - 25) = 6 \end{aligned}$$



45. $\triangle ABC$ 의 무게중심이 $G(1, 4)$ 이고, 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점이 각각 $(-1, 6)$, (a, b) , $(3, 4)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle ABC$ 의 무게중심 G 는

세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심과 일치한다.

따라서 $\frac{-1+a+3}{3} = 1$, $\frac{6+b+4}{3} = 4$ 이므로

$a = 1$, $b = 2$ 이고, $\therefore a + b = 3$

46. 두 점 A(-2, 1), B(4, -3)에서 같은 거리에 있고 직선 $y = 2x - 1$ 위에 있는 점 의 좌표는?

① (-3, -7) ② (-2, -5) ③ (3, 5)

④ (2, 3) ⑤ (3, 2)

해설

직선 $y = 2x - 1$ 위에 있는 점을 P(a , b)라 하면 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서
 $(a + 2)^2 + (b - 1)^2 = (a - 4)^2 + (b + 3)^2$
 $12a - 8b = 20$
 $\therefore 3a - 2b = 5 \dots\dots ①$
또, 점 P는 $y = 2x - 1$ 위에 있으므로
 $b = 2a - 1 \dots\dots ②$
①, ②를 연립하여 풀면 $a = -3$, $b = -7$

해설

두 점으로부터 같은 거리에 있으므로 구하는 점은
A(-2, 1), B(4, -3)의 수직이등분선 위에 있다.
 $\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{1+3}{-2-4} = -\frac{2}{3}$ 이므로
수직이등분선의 기울기는 $\frac{3}{2}$, A(-2, 1), B(4, -3)의 중점 (1, -1)
를 지나므로
 $\therefore y + 1 = \frac{3}{2}(x - 1) \dots\dots ①$
구하는 점 P는 $y = 2x - 1$ 과 ①의 교점이다.
연립하여 풀면 $x = -3$, $y = -7$
 $\therefore$ P(-3, -7)

47. 좌표평면에서 원점과 직선 $x+y-2+k(x-y)=0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 실수)

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

준식을 변형하면 $(1+k)x+(1-k)y-2=0$ 이므로

$$f(k) = \frac{|-2|}{\sqrt{(1+k)^2+(1-k)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{k^2+1}}$$

따라서, $k=0$ 일 때 $f(k)$ 의 최댓값은 $\sqrt{2}$

48. 두 정점 A(-1, 0), B(2, 0) 으로부터 거리의 비가 1 : 2 인 점 P 에 대하여 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $\triangle PAB$ 의 넓이의 최댓값은 3 이다.
- ㉡ $\angle PBA$ 의 최대 크기는 60° 이다.
- ㉢ 점 P 의 자취의 길이는 4π 이다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

두 정점 A(-1, 0), B(2, 0) 으로부터 거리의 비가 1 : 2 인 점 P 의 자취는 (0,0) 과 (-4,0) 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다. 따라서 이 원은 $(x+2)^2 + y^2 = 4$ 로 나타낼 수 있다.
삼각형 밑변의 길이가 정해져있으므로 높이가 최대일 때 삼각형의 넓이도 최대가 된다.
따라서 원의 반지름인 2 가 높이일 때의 넓이인 3 이 최댓값이다.
 $\angle PBA$ 의 최대 크기는 점 P 가 원에 접할 때이므로 $\sin(\angle PBA) = \frac{2}{2 - (-2)} = \frac{1}{2}$ 에서 $\angle PBA = 30^\circ$
점 P 의 자취의 방정식은 $(x+2)^2 + y^2 = 4$ 이므로 둘레의 길이는 4π 이다

49. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 밖의 점 P(3, 4)에서 이 원에 두 개의 접선을 그을 때 그 접점을 Q, R이라고 하자. 직선 QR의 방정식을 $ax + by = 1$ 라 할 때 $a + b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

접점의 좌표를 $Q(x_1, y_1)$, $R(x_2, y_2)$ 라고 하면
Q, R에서의 접선의 방정식은 각각
 $x_1x + y_1y = 1$, $x_2x + y_2y = 1$ 이고,
두 접선은 모두 점 P(3, 4)를 지나므로
 $3x_1 + 4y_1 = 1$, $3x_2 + 4y_2 = 1$
여기서 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 는
방정식 $3x + 4y = 1$ 의 근이며, 이 두 접점을
지나는 직선은 오직 하나뿐이므로
직선 QR의 방정식은 $3x + 4y = 1$ 이다.
 $\therefore a = 3, b = 4 \quad \therefore a + b = 7$

50. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축에 대하여 대칭이동시키는 것을 A , y 축에 대하여 대칭 이동시키는 것을 B , 원점에 대하여 대칭 이동시키는 것을 C , 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭 이동시키는 것을 D 라 하자. 직선 $2x + y + 1 = 0$ 을 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 의 순서로 대칭 이동시킨 도형의 방정식은? (단, $A \rightarrow B$ 는 A 에 의하여 대칭 이동시킨 후 다시 B 에 의하여 대칭 이동시키는 것을 뜻한다.)

- ① $2x + y + 1 = 0$ ② $2x + y - 1 = 0$ ③ $x + 2y - 1 = 0$
- ④ $x + 2y + 1 = 0$ ⑤ $x - 2y - 1 = 0$

해설

$2x + y + 1 = 0$ 을 A (x 축 대칭)하면 $2x - y + 1 = 0$
 B (y 축 대칭)하면 $-2x - y + 1 = 0$
 C (원점 대칭)하면 $2x + y + 1 = 0$ 이므로
 $A \rightarrow B \rightarrow C$, $C \rightarrow B \rightarrow A$ 에 의하여 도형은 자기 자신으로 옮겨진다.
 $2x + y + 1 = 0$ 을 D (직선 $y = x$ 대칭)하면 $2y + x + 1 = 0$
 $\therefore x + 2y + 1 = 0$