

1. 두 개의 부등식 $x + 2 > 3x - 4$, $2x + 1 \leq 3x$ 를 동시에 만족하는 x 의 값의 범위는?

① $1 < x \leq 3$

② $x < 1$

③ $1 \leq x < 3$

④ $x \leq 3$

⑤ $-1 \leq x < 4$

해설

$$x + 2 > 3x - 4 \Rightarrow x < 3$$

$$2x + 1 \leq 3x \Rightarrow x \geq 1$$

따라서 두 부등식을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위는 $1 \leq x < 3$ 이다.

2. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 3(x-2) > 2x+5 \\ 3x-4 < 2x+9 \end{cases}$$

① $10 < x < 12$

② $11 < x < 14$

③ $11 < x < 13$

④ $10 < x < 13$

⑤ $9 < x < 15$

해설

i) $3(x-2) > 2x+5$

$$\Rightarrow 3x-6 > 2x+5$$

$$\Rightarrow x > 11$$

ii) $3x-4 < 2x+9$

$$\Rightarrow x < 13$$

$$\therefore 11 < x < 13$$

3. 다음 연립부등식 중에서 해가 없는 것은?

$$\textcircled{1} \begin{cases} x > 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq -5 \end{cases}$$

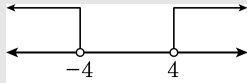
$$\textcircled{3} \begin{cases} x > 4 \\ x < -4 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x < 5 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

해설

③



4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.

② $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ 이다.

③ $a > b > 0$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

④ $a > b, c > d$ 이면 $ac > bd$ 이다.

⑤ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ 이다.

해설

④ $a > b, c > d$ 이면 $ac > bd$

반례 : a, b, c, d 가 음수인 경우는 $ac < bd$

5. 부등식 $|x| + |x-2| \leq 3$ 을 풀면 $m \leq x \leq n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$-x - x + 2 - 3 \leq 0$$

$$-2x \leq 1$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq x < 0$$

ii) $0 \leq x < 2$ 일 때

$$x - x + 2 \leq 3$$

$$\therefore 0 \leq x < 2$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2x - 2 \leq 3$$

$$2x \leq 5$$

$$\therefore 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$

$$\therefore m = -\frac{1}{2}, n = \frac{5}{2}, m + n = 2$$

6. 어부 김씨는 둘레 길이가 28 cm 인 직사각형 모양의 양식장의 넓이를 48 m^2 이상이 되도록 지으려고 한다. 이 때 양식장의 한 변의 길이를 최대 얼마로 해야 하는가?

① 5 m

② 6 m

③ 7 m

④ 8 m

⑤ 9 m

해설

양식장의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

둘레의 길이는 28 m 이므로

세로의 길이는 $(14 - x)\text{ m}$ 이다.

양식장의 넓이가 48 m^2 이상이므로

$$x(14 - x) \geq 48, 14x - x^2 - 48 \geq 0$$

$$x^2 - 14x + 48 \leq 0, (x - 6)(x - 8) \leq 0$$

$$\therefore 6 \leq x \leq 8$$

따라서 한 변의 길이를 최대 8 m 로 해야 한다.

7. 두 삼각형이 있다. 그 중 한 삼각형은 세 변의 길이가 3, 4, x 이고, 또 다른 삼각형의 세 변의 길이는 3^2 , 4^2 , x^2 이다. 이 때, 정수 x 의 값의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개 이상 무수히 많다.

해설

삼각형의 두 변의 합은 다른 한 변보다 커야
하므로 $3 + 4 > x$, $3 + x > 4$, $4 + x > 3$,
 $9 + 16 > x^2$, $9 + x^2 > 16$, $16 + x^2 > 9$ 의
6개의 부등식을 만족하는
 x 값의 범위는 $\sqrt{7} < x < 5$ 이고
 x 가 정수이므로 $x = 3$, $x = 4$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 두 실근이 모두 3보다 작기 위한 실수 k 의 범위를 구하면 $m < k \leq n$ 이다. mn 의 값을 구하면?

① 10

② 12

③ -15

④ -12

⑤ -10

해설

i) $D/4 = 4 - k \geq 0, k \leq 4$

ii) $f(3) > 0, k > 3$ 따라서,

i) ii)를 모두 만족하는 k 의 범위는 $3 < k \leq 4$

$m = 3, n = 4$ 이므로 $mn = 12$

9. 이차방정식 $x^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근은 1보다 크고, 다른 한 근은 1보다 작도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > -1$

② $a > -2$

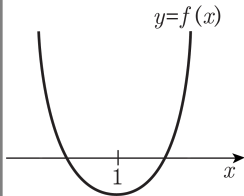
③ $a > -3$

④ $a > -4$

⑤ $a > -5$

해설

$f(x) = x^2 - (a+1)x - 3$ 이라 하면
 $f(x) = 0$ 의 한 근은 1보다 크고
다른 한 근은 1보다 작으므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
즉, $f(1) < 0$ 이므로 $-a - 3 < 0$
 $\therefore a > -3$



10. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{5x+2}{3} - \frac{3}{2}x < 2 \\ \frac{3x-1}{4} - \frac{x}{2} > -1 \end{cases}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 10 개

해설

$$10x + 4 - 9x < 12 \quad \therefore x < 8$$

$$3x - 1 - 2x > -4 \quad \therefore x > -3$$

$$\therefore -3 < x < 8$$

이므로 이를 만족하는 정수의 개수는 10개이다.

11. 연립부등식 $\begin{cases} 5x - a < 11 \\ x - b < 3(x - 3) \end{cases}$ 의 해가 $1 < x < 3$ 이다. $-ax + b \geq 0$

을 만족하는 정수 중 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$5x < a + 11, x < \frac{a + 11}{5}$$

$$x - b < 3x - 9, 9 - b < 2x, \frac{9 - b}{2} < x$$

$$\frac{a + 11}{5} = 3 \quad \therefore a = 4$$

$$\frac{9 - b}{2} = 1 \quad \therefore b = 7$$

$a = 4, b = 7$ 을 $-ax + b \geq 0$ 에 대입하여 정리하면
 $-4x + 7 \geq 0$

$x \leq \frac{7}{4}$ 이므로 만족하는 정수 중 최댓값은 1 이다.

12. 임의의 실수 x 에 대하여 $\sqrt{ax^2 + ax + b}$ 가 실수일 때, 계수 a, b 가 만족하는 조건을 구하면?

① $0 \leq a \leq 4b$

② $0 < a \leq 4b$

③ $0 \leq a < 4b$

④ $0 < a < 4b$

⑤ $0 < a < 4b$

해설

모든 실수 x 에 대하여

$ax^2 + ax + b \geq 0$ 을 만족해야 하므로

i) $a = 0$ 일 때, $b \geq 0 \dots \textcircled{1}$

ii) $a > 0$ 일 때,

$$D = a^2 - 4ab \leq 0$$

$$a - 4b \leq 0 \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $0 \leq a \leq 4b$

13. 부등식 $5 - x > 2|x + 1|$ 의 해와 $ax^2 + bx + 7 > 0$ 의 해가 같도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은 ?

① -7

② -5

③ 5

④ 7

⑤ 0

해설

$5 - x > 2|x + 1|$ 을 풀면

(i) $x \geq -1$ 일 때

$$5 - x > 2x + 2, x < 1 \quad \therefore -1 \leq x < 1$$

(ii) $x < -1$ 일 때

$$5 - x > -2x - 2, x > -7 \quad \therefore -7 < x < -1$$

(i), (ii)에 따라 $-7 < x < 1$

$ax^2 + bx + 7 > 0 \Leftrightarrow -7 < x < 1$ 이므로 $a < 0$ 이고

$$ax^2 + bx + 7 = a(x + 7)(x - 1)$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -6 \quad \therefore a + b = -7$$

14. 양의 실수 a, b, c 에 대하여, x 에 관한 연립이차부등식
- $$\begin{cases} ax^2 - bx + c < 0 \\ cx^2 - bx + a < 0 \end{cases}$$
- 의 해가 존재할 때, 다음 <보기> 중 항상

옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

㉠ $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $a + c < b$

㉢ $a < 1$ 이고 $b < c$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 두 식의 판별식 값이

모두 $b^2 - 4ac$ 이고

$D > 0$ 이어야 해가 존재하므로 옳다.

㉡주어진 식에

1을 대입하면 성립한다.

15. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근은 -1 과 0 사이에 있고, 다른 근은 0 과 2 사이에 있을 때 정수 a, b 에 대하여, $a + b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x) = x^2 + ax + b$ 라고 놓을 때

$$\begin{cases} f(-1) = 1 - a + b > 0 & \dots \textcircled{1} \\ f(0) = b < 0 & \dots \textcircled{2} \\ f(2) = 4 + 2a + b > 0 & \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

① $\times 2 +$ ③ 하면 $6 + 3b > 0$

$$\therefore b > -2$$

이것과 ②에서 $-2 < b < 0$

$$\therefore b = -1 (\because b \text{는 정수})$$

이 값을 ①, ③에 대입하면

$$1 - a - 1 > 0, 4 + 2a - 1 > 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < a < 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a \text{는 정수})$$

$$\therefore a = -1, b = -1, a + b = -2$$

16. $\frac{2x-3}{4}$ 의 절대값이 2보다 크고 6보다 작을 때, 만족하는 정수 x 의 모든 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$(1) 2 < \frac{2x-3}{4} < 6 \text{ 일 때,}$$

$$8 < 2x-3 < 24,$$

$$11 < 2x < 27,$$

$$\frac{11}{2} < x < \frac{27}{2}$$

$$\therefore x = 6, 7, 8, \dots, 13$$

$$(2) -6 < \frac{2x-3}{4} < -2 \text{ 일 때,}$$

$$-24 < 2x-3 < -8,$$

$$-21 < 2x < -5,$$

$$-\frac{21}{2} < x < -\frac{5}{2}$$

$$\therefore x = -10, -9, -8, \dots, -3$$

따라서 x 의 값의 합은 24이다.

17. 연립부등식 $5x - 3 > a$, $4x + 3 \leq -x - 2a$ 의 해가 존재하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a < -2$

해설

주어진 부등식을

$$\begin{cases} 5x - 3 > a & \cdots \textcircled{㉠} \\ 4x + 3 \leq -x - 2a & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠}\text{에서 } x > \frac{a+3}{5}$$

$$\textcircled{㉡}\text{에서 } x \leq \frac{-2a-3}{5}$$

$$\text{해가 존재해야 하므로 } \frac{a+3}{5} < \frac{-2a-3}{5}$$

$$\therefore a < -2$$

18. 90 명이 넘는 사람들이 케이블카를 타려고 한다. 5 명씩 타면 7 명이 남고, 6 명씩 타면 케이블카가 1 개 남는다고 한다. 전체 인원 수를 구하여라.

① 91 명

② 92 명

③ 93 명

④ 94 명

⑤ 95 명

해설

케이블카의 대수를 x 대라고 하면, 전체 인원 수는 $(5x + 7)$ 명이다.

하나의 케이블카에 6 명씩 타면 케이블카가 1 대 남으므로 사람이 타고 있는 케이블카의 수는 $(x - 1)$ 개이고, 그 중 $(x - 2)$ 개는 6 명씩 모두 들어가 있고, 나머지 하나의 케이블카에는 1 명 이상 6 명 이하가 들어가게 된다.

먼저 나머지 하나의 케이블카에 1 명이 들어간 경우를 식으로 표현하면, $6(x - 2) + 1$ 이고,

하나의 케이블카에 6 명이 들어간 경우를 식으로 표현하면, $6(x - 2) + 6$ 이다.

전체 인원 수는 이 두 가지 경우 사이에 존재하므로

$6(x - 2) + 1 \leq 5x + 7 \leq 6(x - 2) + 6$ 이다.

이를 연립부등식으로 나타내면
$$\begin{cases} 6(x - 2) + 1 \leq 5x + 7 \\ 5x + 7 \leq 6(x - 2) + 6 \end{cases} \quad \text{이고}$$

간단히 하면,
$$\begin{cases} x \leq 18 \\ x \geq 13 \end{cases}$$

그러므로, x 의 범위는 $13 \leq x \leq 18$ 이다.

따라서 케이블카는 13, 14, 15, 16, 17, 18 대가 될 수 있다.

전체 인원 수는 (케이블카의 대수) $\times 5 + 7$ 이므로 72, 77, 82, 87, 92, 97, 102 명이다.

학생수는 90 명이 넘는다고 하였으므로 92, 97 명이 될 수 있다.

19. x, y, z 는 실수이고, 두 관계식 $x+y+z=2, 2x^2-yz=4$ 를 만족시킨다.
이 때 $xy+yz+zx$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

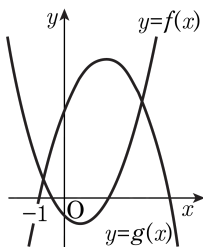
$y+z=2-x, yz=2x^2-4$ 에서
 y, z 를 두근으로 하는 이차방정식은
 $t^2 - (2-x)t + 2x^2 - 4 = 0$ 이므로

$$D = (2-x)^2 - 4(2x^2-4) \geq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{10}{7}$$

따라서 $xy+yz+zx = yz + (y+z)x$
 $= (2x^2-4) + (2-x)x$
 $= (x+1)^2 - 5$ 에서 $x = -1$ 일 때 최솟값 -5

20. 이차함의 계수가 각각 1, -1 인 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프는 다음의 그림과 같다. 부등식 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 3$ 이고 $f(2) = 1$ 일 때, $g(1)$ 의 값은?



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$y = f(x)$ 의 y 절편이 -1 이므로 $f(x) = x^2 + ax - 1$ 로 놓을 수 있다.

$$f(2) = 2a + 3 = 1 \text{ 에서 } a = -1$$

$$\therefore f(x) = x^2 - x - 1$$

$g(x) = -x^2 + bx + c$ 로 놓으면 $f(x) - g(x) \leq 0$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 3$ 이므로

$$f(x) - g(x) = 2x^2 - (1+b)x - 1 - c = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$$

$$\text{따라서, } 1+b = 4, \quad -1-c = -6 \text{ 에서}$$

$$b = 3, \quad c = 5$$

$$\therefore g(x) = -x^2 + 3x + 5$$

$$\therefore g(1) = 7$$