1. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A > B > 0$, $C > D > 0$이면 $AC > BD$이다.

② $A > B$, $C > D$이면 $A + C > B + D$이다.

③ $A > B > 0$이면 $A^2 > B^2$이다.

④ $A > B$이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$이다.

⑤ $A > 0 > B$이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$가 되어 주어진 문장은 틀리다.

2. $-1 < x < 3$일 때, $A = 2x - 3$의 범위는?

① $1 < A < 3$　② $-1 < A < 3$　③ $-3 < A < 5$
④ $-5 < A < 3$　⑤ $3 < A < 5$

해설
$-1 < x < 3$에서 양변에 2를 곱하고 3을 빼면
$-2 - 3 < 2x - 3 < 6 - 3$
$\therefore\ -5 < 2x - 3 < 3$

3. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $k^2x+1>2kx+k$가 성립할 때, k 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$k^2x+1>2kx+k$에서
$(k^2-2k)x>k-1$,
$k(k-2)x>k-1$
해가 모든 실수이므로
$k(k-2)=0,\ k-1<0$ 이어야 한다.
$\therefore\ k=0$

4. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \le x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \le 1$　② $1 < x \le 2$　③ $-1 \le x < 2$
④ $1 < x < 2$　⑤ $-1 < x \le 2$

해설

$\begin{cases} 3(x-2) \le x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x - x \le -2+6 \\ x > -1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x > -1 \end{cases}$

$\therefore -1 < x \le 2$

5. 다음 연립부등식을 만족하는 가장 큰 정수는?

$$\begin{cases} \frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3) \\ 0.5(x-9) < 0.2(x-3) \end{cases}$$

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 13

해설

i) $\frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3)$ 의 양변에 15 를 곱해 주면,

$\Rightarrow 6(4x-1) > 5(2x+3)$

$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$

ii) $0.5(x-9) < 0.2(x-3)$ 의 양변에 10 을 곱해 주면,

$\Rightarrow 5(x-9) < 2(x-3)$

$\Rightarrow x < 13$

$\therefore \frac{3}{2} < x < 13$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3>-x+9 \\ 5x<4x+a \end{cases}$ 를 만족하는 자연수가 2개일 때, a의 값의 범위는?

① $3<a\le 4$ ② $3<a<4$ ③ $4\le a<5$
④ $4<a\le 5$ ⑤ $5<a\le 6$

해설
$3x-3>-x+9,\ x>3$
$5x<4x+a,\quad x<a$
$\therefore\ 3<x<a$
만족하는 자연수가 2개, 즉 4, 5 이므로 $5<a\le 6$

7. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1$, $\dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5$, $b=6$

$\therefore a+b=11$

8. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$
② x는 모든 실수
③ $x \neq 3$인 모든 실수
④ $x = 3$
⑤ 해가 없다

해설

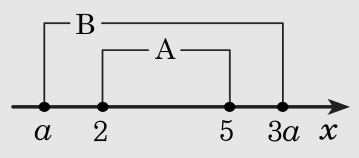
$x^2 - 6x + 9 \leq 0$
$(x-3)^2 \leq 0$
$\Rightarrow x = 3$

9. 양의 실수 a에 대하여 $-x^2+7x-10 \ge 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \le 0$을 만족할 때, a의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \le a \le 2$　② $\frac{2}{3} \le a \le 2$　③ $\frac{5}{3} \le a \le 2$
④ $\frac{5}{3} \le a \le 5$　⑤ $2 \le a \le 5$

해설

$-x^2 + 7x - 10 \ge 0$
$x^2 - 7x + 10 \le 0$
$(x-2)(x-5) \le 0$
$2 \le x \le 5$
$x^2 - 4ax + 3a^2 \le 0$
$(x-a)(x-3a) \le 0$
$a \le x \le 3a (\because a > 0)$
㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \le 2,\ 3a \ge 5$이므로 $\frac{5}{3} \le a \le 2$

10. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \le 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \ge 0 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 3$
② $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $2 \le x \le 3$
③ $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 2$
④ $-2 \le x \le 1$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 3$
⑤ $-2 \le x \le 1$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 2$

해설

$\begin{cases} x^2 - x - 6 \le 0 & \cdots ㉠ \\ 4x^2 - 8x + 3 \ge 0 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ $(x-3)(x+2) \le 0$
$-2 \le x \le 3$
㉡ $(2x-3)(2x-1) \ge 0$
$x \ge \frac{3}{2}, \quad x \le \frac{1}{2}$
㉠과 ㉡의 공통범위 :
$-2 \le x \le \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \le x \le 3$

11. 다음 일차부등식 중 두 부등식을 연립하여 풀었을 때, 해의 개수가 1 인 것은?

보기

㉠ $3x-1 \le 2x+5$　　㉡ $2(3x+1) \ge 5x+8$

㉢ $\frac{x-2}{4} \le \frac{4x}{3}$　　㉣ $2x-2 > 8-3x$

① ㉠과 ㉡　② ㉠과 ㉢　③ ㉡과 ㉢

④ ㉡과 ㉣　⑤ ㉡과 ㉣

해설

㉠ $3x-1 \le 2x+5$ 에서 $x \le 6$

㉡ $2(3x+1) \ge 5x+8$ 에서 $x \ge 6$

㉢ $\frac{x-2}{4} \le \frac{4x}{3}$ 에서 $-\frac{6}{13} \le x$

㉣ $2x-2 > 8-3x$ 에서 $x > 2$

따라서 ㉠과 ㉡을 연립하였을 때 $x = 6$으로 해의 개수 1 개이다.

12. 연립부등식 $-4+5x<3x-7\le 4x+1$ 을 만족하는 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

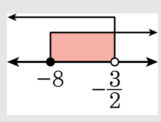
▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$-4+5x<3x-7\le 4x+1$

$\Rightarrow \begin{cases} -4+5x<3x-7 \\ 3x-7\le 4x+1 \end{cases}$



$\Rightarrow \begin{cases} x<-\frac{3}{2} \\ x\ge -8 \end{cases}$

가장 큰 정수 : -2

가장 작은 정수 : -8

$\therefore\ (-2)+(-8)=-10$

13. $\frac{5}{3}x-1 < x+\frac{1}{3}$, $0.3(x-2) \geq 0.2x-0.1$을 모두 만족하는 x의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 없다.

해설

$\frac{5}{3}x - 1 < x + \frac{1}{3}$, $5x - 3 < 3x + 1 \quad \therefore \; x < 2$

$0.3(x-2) \geq 0.2x - 0.1$,

$3(x-2) \geq 2x - 1 \quad \therefore \; x \geq 5$

$\therefore$ 만족하는 x는 없다.

14. 두 부등식 $x+2 \le 2x+3$, $3x < 5x-14$ 에 대하여 $x+2 \le 2x+3$ 를 만족하면서 $3x < 5x-14$ 를 만족하지 않는 x 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답 : 8

해설

$x+2 \le 2x+3$, $x \ge -1$ → 부등식을 만족하는 x 의 값의 범위는 $x \ge -1$

$3x < 5x-14$, $-2x < -14$, $x > 7$ → 부등식을 만족하지 않는 x 의 값의 범위는 $x \le 7$

따라서 구하는 x 의 값의 범위는 $-1 \le x \le 7$

최댓값은 7 , 최솟값은 -1 이다.

$\therefore\ a-b = 7-(-1) = 8$

15. 부등식 $2|x-3| \le x$를 만족시키는 정수 x의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

(ⅰ) $x < 3$일 때

$2(-x+3) \le x, \ -3x \le -6 \quad \therefore x \ge 2$

그런데 $x < 3$이므로 $2 \le x < 3$

(ⅱ) $x \ge 3$일 때

$2(x-3) \le x \quad \therefore x \le 6$

그런데 $x \ge 3$이므로 $3 \le x \le 6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $2 \le x \le 6$

$\therefore$ 정수의 개수는 $6-2+1=5$(개)

16. 부등식 $x^2-4|x|+3<0$을 만족하는 정수 x의 개수는?

① 0개　　② 1개　　③ 2개
④ 3개　　⑤ 무수히 많다.

해설

$x^2-4|x|+3<0$에서 $|x|^2-4|x|+3<0$
$(|x|-1)(|x|-3)<0$
$1<|x|<3$
따라서, 정수 $x=\ 2,\ -2$

17. 실수 x에 대하여 $[x]$는 x를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다. 부등식 $2[x]^2-[x]-6<0$를 만족하는 x의 범위를 바르게 구한 것은?

① $-1 \le x < 2$　　② $x \le -1$　　③ $x \ge 1$

④ $x \le 1$　　⑤ $x \le -1,\ x \ge 2$

해설

$2[x]^2-[x]-6<0$에서 좌변을 인수분해하면

$(2[x]+3)([x]-2)<0,\ -\frac{3}{2}<[x]<2$

이 때 $[x]$는 정수이므로 $[x]=-1,\ 0,\ 1$

$[x]=-1,\ 0,\ 1$이면 $-1 \le x < 2$

$\therefore\ -1 \le x < 2$

18. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x+1)=0$의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$　② 2　③ $\frac{1}{3}$　④ 3　⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을
$\alpha,\ \beta$라 하면, $\alpha+\beta=3$
한편, $f(2x+1)=0$에서
$2x+1=\alpha,\ 2x+1=\beta$이므로
$x=\frac{\alpha-1}{2},\ \frac{\beta-1}{2}$
따라서, $\frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}$
$=\frac{\alpha+\beta-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$

해설

$f(x)=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면, $\alpha+\beta=3$
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$라 하면
$f(2x+1)=k(2x+1-\alpha)(2x+1-\beta)$
$\therefore\ f(2x+1)=0$의 두 근은 $x=\frac{\alpha-1}{2},\ \frac{\beta-1}{2}$
$\therefore\ \frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}=\frac{\alpha+\beta-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$

19. 이차방정식 $x^2-(2k+4)x+2k^2+9=0$이 실근을 갖도록 k의 값 또는 범위를 정하면?

① $k<2$

② $k\le 2$

③ $k=2$를 제외한 모든 실수

④ $-4\le k\le 5$

⑤ k의 값은 존재하지 않는다.

해설

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로
$(k+2)^2-(2k^2+9)\ge 0$
$k^2-4k+5\le 0$
그런데 $k^2-4k+5=(k-2)^2+1>0$
$\therefore$ k의 값은 존재하지 않는다

20. 평지의 공원에 둘레의 길이는 $200\,\mathrm{m}$로 일정하고 넓이는 $900\,\mathrm{m}^2$ 이상인 직사각형 모양의 화단을 만들려고 한다. 이 때, 만들어지는 화단의 가로의 최대 길이는?

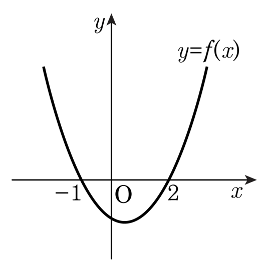
① $40\,\mathrm{m}$ ② $50\,\mathrm{m}$ ③ $90\,\mathrm{m}$

④ $100\,\mathrm{m}$ ⑤ $150\,\mathrm{m}$

해설

화단의 가로 길이를 $x\,\mathrm{m}$라고 하면
세로의 길이는 $(100-x)\,\mathrm{m}$이다.
가로, 세로의 길이는 모두 양수이므로
$x>0,\ 100-x>0$에서 $0<x<100\cdots$ ㈎
$900\,\mathrm{m}^2$ 이상이므로
$x(100-x)\ge 900$
$x^2-100x+900\le 0, (x-10)(x-90)\le 0$
$\therefore 10\le x\le 90$
이것은 ㈎를 만족하므로
가로의 최대 길이는 $90\,\mathrm{m}$이다.

21. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x-2005) \le 0$ 의 해는?



① $1999 \le x \le 2002$

② $2000 \le x \le 2003$

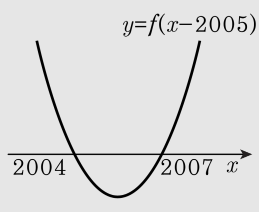
③ $2001 \le x \le 2004$

④ $2002 \le x \le 2004$

⑤ $2004 \le x \le 2007$

해설

함수 $y=f(x-2005)$ 의 그래프는
$y=f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로
2005만큼 평행이동한 것이다.
따라서 $y=f(x-2005)$ 의 그래프는
다음 그림과 같으므로 부등식
$y=f(x-2005) \le 0$ 의 해는
$2004 \le x \le 2007$



22. 임의의 실수 x 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프가 항상 직선 $y = kx + 2$ 의 위쪽에 있을 때, 정수 k 의 개수를 구하면?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

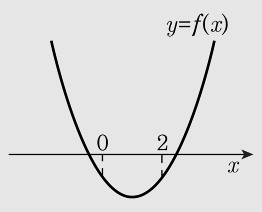
이차함수의 그래프가 항상
직선의 위쪽에 있으므로
$x^2 + 2x + 3 > kx + 2$, $x^2 + (2 - k)x + 1 > 0$
모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로
$D = (2 - k)^2 - 4 < 0$, $k(k - 4) < 0$
$\therefore \quad 0 < k < 4$
따라서 정수 k 는 1, 2, 3 의 3 개이다.

23. 부등식 $0 \le x \le 2$의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$의 영역에 포함되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

부등식 $0 \le x \le 2$의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$의 영역에 포함되어야하므로
$0 \le x \le 2$ 에서
$x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 이어야 한다.
$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 라 하면
$0 \le x \le 2$ 에서
$f(x) \le 0$ 이어야 하므로
$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같아야 한다.
$f(0) = a^2 - 4 \le 0$ 에서
$-2 \le a \le 2 \cdots$ ㉠
$f(2) = a^2 - 2a \le 0$ 에서
$0 \le a \le 2 \quad \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 의 공통 범위를 구하면 $0 \le a \le 2$
따라서, 최댓값은 $M = 2$, 최솟값은 $m = 0$ 이므로
$M - m = 2$



24. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases}$ 의 해 $(x,\ y)$가 제1사분면에 있을 상수 c의 조건은?

① $c=-1$ ② $c>-1$ ③ $c<\dfrac{3}{2}$
④ $0<c<\dfrac{3}{2}$ ⑤ $-1<c<\dfrac{3}{2}$

해설

$\begin{cases} x-y=2 \\ cx+y=3 \end{cases}$ 을 풀면 $x=\dfrac{5}{c+1}, y=\dfrac{3-2c}{c+1}$

$x>0, y>0$ 인 c의 범위를 구한다.

$c+1>0,\ \ 3-2c>0$

$\therefore\ -1<c<\dfrac{3}{2}$

25. x에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$이 $x < 1$에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a의 범위를 구하면 $a \le k$이다. 이 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$라 놓으면

i) 축이 $x < 1$에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1,\ a < 2$

ii) $f(1) > 0, \quad 1 - a + 9 > 0, \quad a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$\mathrm{D} = a^2 - 4 \cdot 9 \ge 0,\ \ a \ge 6,\ a \le -6$

따라서 i), ii), iii) 에 의해 $a \le -6$

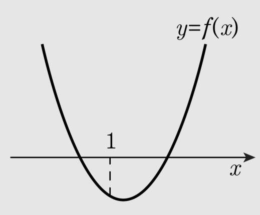
$\therefore k = -6$

26. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$　② $m > -2$　③ $-2 < m < 2$
④ $m > 2$　⑤ $m > 5$

해설

$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$
$\therefore\ m > 5$



27. 이차방정식 $x^2-(a+1)x-3=0$의 한 근이 3보다 크고, 다른 한 근은 3보다 작을 때, 실수 a의 값의 범위는?

① $a>-3$ ② $a>-1$ ③ $a>1$
④ $a<1$ ⑤ $a<3$

해설

$f(x)=x^2-(a+1)x-3$이라 하면
방정식 $f(x)=0$의 두근 사이에 3이 있으므로
$f(3)=9-3(a+1)-3<0$
$-3a+3<0$
$\therefore\ a>1$

28. x에 관한 부등식 $(a+2b)x+a-b<0$의 해가 $x>1$일 때, x에 관한 부등식 $(a-b)x+2a-b>0$을 풀면?

① $x>\frac{1}{3}$ ② $x<\frac{1}{3}$ ③ $x>-\frac{4}{3}$
④ $x<-\frac{4}{3}$ ⑤ $x>\frac{7}{3}$

해설

$a+2b<0,\ \frac{-(a-b)}{a+2b}=1$

$\therefore\ b=-2a$이므로

$(a-b)x+2a-b=a(3x+4)>0$

$a>0$을 이용하면

$\therefore\ 3x+4>0\ \therefore\ x>-\frac{4}{3}$

29. 연립부등식 $A : 5(x+2) \leq 26+x$, $B : 1-x < 3(2x+1)$, $C : 3x-5 < -(x+1)$ 에 대하여 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{2}{7} < x < 1$

해설

$A : 5(x+2) \leq 26+x \Rightarrow x \leq 4$

$B : 1-x < 3(2x+1) \Rightarrow x > -\frac{2}{7}$

$C : 3x-5 < -(x+1) \Rightarrow x < 1$

$\therefore -\frac{2}{7} < x < 1$

30. 등식 $2(x+2y)+1=-x+3y$ 이 성립한다고 할 때, $-1<2x+y<1$ 을 만족하는 정수 x, y 를 구하려고 한다. 다음 빈 칸에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

> [풀이]
> $2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면 $y=$ (㉠) 이 된다.
> $-1<2x+y<1$ 를 풀 때 y 대신 $y=$ (㉠) 를 대입하면 $-1<-x-1<1$ 이 된다.
> 부등식을 풀면 $-2<x<0$ 이 되므로 정수인 x 는 (㉡) 이 된다.
> x 값을 (㉠) 에 대입하면 $y=$ (㉢) 가 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ $-3x-1$

▷ 정답 : ㉡ -1

▷ 정답 : ㉢ 2

해설

$2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면

$2(x+2y)+1=-x+3y$
$2x+4y+1=-x+3y$
$4y-3y=-x-2x-1$
$y=-3x-1$

$-1<2x+y<1$ 에 y 대신 $y=-3x-1$ 를 대입하면
$-1<2x+(-3x-1)<1$
$-1<-x-1<1$
$0<-x<2$
$-2<x<0$

정수인 x 는 -1 이 된다.
x 값을 $y=-3x-1$ 에 대입하면 $y=2$ 이다.

31. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉡ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.

㉢ $a > b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉣ $a < b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x < -a+1 \\ x-1 > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉤ $a = b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 1개이다.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 4개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 모두 옳다.

㉣ $a < b$의 양변에 -1 을 곱하면 $-a > -b$

$-a > -b$의 양변에 같은 수 1 을 더하면 $1-a > 1-b$

$\begin{cases} x < -a+1 \\ x-1 > -b \end{cases}$ 을 정리하면 $\begin{cases} x < -a+1 \\ x > -b+1 \end{cases}$

그런데 위에서 $1-b < 1-a$ 가 성립되었기 때문에 $-b+1 < x < -a+1$ 이 성립한다.

따라서 해가 있다.

32. 부등식 $|2x-2| < k+2$를 만족하는 실수 x값이 존재하기 위한 실수 k의 값의 범위는?

① $k \le -2$　　② $k > -2$　　③ $k \ge -2$

④ $k < 2$　　⑤ $k \ge 2$

해설

ⅰ) $x \ge 1$일 때,

$2x-2 < k+2,\ 2x < k+4 \quad \therefore x < \frac{1}{2}k+2$

$x \ge 1,\ x < \frac{1}{2}k+2$를 만족하는 x의 값이 존재하기 위해서는

$\frac{1}{2}k+2 > 1,\ k > -2$

ⅱ) $x < 1$일 때,

$-2x+2 < k+2,\ -2x < k,\ \therefore\ x > -\frac{1}{2}k$

$x < 1,\ x > -\frac{1}{2}k$를 만족하는 x의 값이 존재하기 위해서는

$-\frac{1}{2}k < 1 \quad \therefore k > -2$

ⅰ), ⅱ)에 의하여 $k > -2$

33. <보기> x에 대한 부등식 $ax^2+4ax+5a>0$의 설명으로 옳은 것은 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a>0$일 때 해는 모든 실수이다.
㉡ $a=0$일 때 해는 $x=0$뿐이다.
㉢ $a<0$일 때 해는 없다.

① ㉠　　② ㉠, ㉡　　③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ax^2+4ax+5a>0$에서
$a(x^2+4x+5)>0,\ a\{(x+2)^2+1\}>0$
㉠ $a>0$일 때 $(x+2)^2+1>0$ $\therefore$ 모든 실수
㉡ $a=0$일 때 $0\cdot\{(x+2)^2+1\}>0$ $\therefore$ 해는 없다.
㉢ $a<0$일 때 $(x+2)^2+1<0$ $\therefore$ 해는 없다.

34. 다음 부등식 ㉠과 부등식 ㉡의 해가 일치할 때, a, b의 값을 구하면?

$x^2 - 2x - 3 < 3|x-1| \cdots$ ㉠
$ax^2 + 2x + b > 0 \cdots$ ㉡

① $a = -1,\ b = 15$　　② $a = -2,\ b = 14$

③ $a = -3,\ b = 13$　　④ $a = -4,\ b = 12$

⑤ $a = -5,\ b = 10$

해설

㉠ 부등식에서 $x \ge 1$일 때 $x^2 - 2x - 3 < 3x - 3$
$\therefore x^2 - 5x < 0$이므로 $0 < x < 5$
$\therefore 1 \le x < 5 \cdots$ ㉠
$x < 1$일 때 $x^2 - 2x - 3 < -3x + 3$
$x^2 + x - 6 < 0$이므로 $(x-2)(x+3) < 0$
$\therefore -3 < x < 2$ 따라서 $-3 < x < 1 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $-3 < x < 5$
$\therefore a(x+3)(x-5) < 0$
$\therefore a(x^2 - 2x - 15) < 0$
$ax^2 + 2x + b > 0$와 일치해야 하므로
$a = -1,\ b = 15$

35. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $|x-2|<\sqrt{3}$의 해와 같을 때, 이차부등식 $cx^2+(b+c)x+(a+b+5c)>0$ 의 해를 구하면?

① $0<x<1$　② $1<x<2$　③ $2<x<3$
④ $3<x<4$　⑤ $4<x<5$

해설

$|x-2|<\sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3}<x-2<\sqrt{3}$
$\Leftrightarrow 2-\sqrt{3}<x<2+\sqrt{3}$
$ax^2+bx+c>0 \Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}<0(\because a<0)$
$-\frac{b}{a}=4, \frac{c}{a}=1 \Rightarrow b=-4a, c=a$
그러면 주어진 식 $cx^2+(b+c)x+(a+b+5c)>0$에서
$ax^2+(-4a+a)x+a-4a+5a>0$
$ax^2-3ax+2a>0\ (\because a<0)$
$x^2-3x+2<0$
$(x-2)(x-1)<0$
따라서 $1<x<2$

36. x가 실수일 때, 두 함수 $f(x) = x^2 + 2x - 8$, $g(x) = x^2 - 19$ 에 대하여 부등식 $(f \circ g)(x) \le 0$ 을 만족하는 양의 정수 x 는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$g(x) = k$ 라고 하면

$(f \circ g)(x) \le 0 \Rightarrow f(k) \le 0$

$\Rightarrow -4 \le k \le 2$

$\Rightarrow -4 \le g(x) \le 2$

$\Rightarrow 15 \le x^2 \le 21$

$\therefore$ 양의 정수 $x = 4$

37. 연립부등식 $\begin{cases} x^3 - 2x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x^2 - x - 6 < 0 \end{cases}$ 의 해는?

① $-2 \leq x < 3$ ② $-2 < x < 3$ ③ $2 \leq x < 3$

④ $2 < x \leq 3$ ⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$x^2 - 2x + x - 2 \geq 0$에서
$x^2(x-2) + (x-2) \geq 0$
$\therefore (x-2)(x^2+1) \geq 0$
$x^2 + 1 > 0$이므로 $x - 2 \geq 0$
$\therefore x \geq 2 \cdots$ ㈎
$x^2 - x - 6 < 0$에서 $(x-3)(x+2) < 0$
$\therefore -2 < x < 3 \cdots$ ㈏
따라서 ㈎, ㈏의 공통 범위를 구하면
$2 \leq x < 3$이다.

38. 부등식 $x^2-4x+3>0$과 $2x^2+(a-8)x-4a<0$을 동시에 만족하는 정수인 x의 값이 0뿐 일 때, 실수 a의 값의 범위는?

① $0 \le a \le 2$　② $0 \le a < 2$　③ $0 < a \le 2$
④ $-1 < a \le 0$　⑤ $-1 \le a < 0$

해설

$x^2-4x+3=(x-1)(x-3)>0$

$\therefore\ x>3$ 또는 $x<1 \cdots$ ①

$2x^2+(a-8)x-4a$

$=(2x+a)(x-4)<0$

한편, 만족하는 해가 0뿐이므로

$-\frac{a}{2}<4$

$\therefore\ -\frac{a}{2}<x<4 \cdots$ ②

①과 ②에 의하여 $-1 \le -\frac{a}{2} < 0$

$\therefore\ 0<a\le 2$

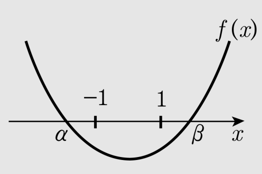
39. 방정식 $x^2+px+2p+1=0$ 의 두 근 중 한 근은 -1 보다 작고 다른 한 근은 1 보다 클 때, 실수 p 의 값의 범위는 ?

① $p>-2$ ② $p>-1$ ③ $p<-2$

④ $p<-1$ ⑤ $p<1$

해설

$f(x)=x^2+px+2p+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면



(i) $f(-1)=p+2<0 \quad \therefore p<-2 \cdots$ ①

(ii) $f(1)=3p+2<0 \quad \therefore p<-\frac{2}{3} \cdots$ ②

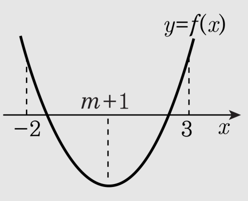
①, ② 에서 $p<-2$

40. 이차방정식 $x^2-2(m+1)x+m+3=0$의 두 실근이 -2와 3사이에 있을 때, 정수 m의 개수를 구하여라.

▶ 답: ____ 개

▷ 정답: 2 개

해설



$f(x)=x^2-2(m+1)x+m+3$ 으로 놓으면

(i) $\dfrac{D}{4}=(m+1)^2-(m+3)\geq 0$ 에서

$(m-1)(m+2)\geq 0$

$\therefore m\leq -2$ 또는 $m\geq 1$ $\cdots\cdots$ ㉠

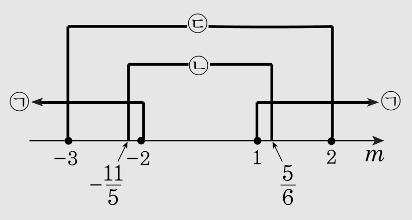
(ii) $f(-2)=5m+11>0$ 에서

$m>-\dfrac{11}{5}$,

$f(3)=6-5m>0$ 에서 $m<\dfrac{6}{5}$

$\therefore -\dfrac{11}{5}<m<\dfrac{6}{5}$ $\cdots\cdots$ ㉡

(iii) 대칭축의 위치



$-2<m+1<3$

$\therefore -3<m<2$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $-\dfrac{11}{5}<m\leq -2$ 또는 $1\leq m<\dfrac{6}{5}$

따라서, 정수 m은 -2, 1두 개다.

41. $a-2b-8 < (a+2b)x < 5a+4b+2$ 를 만족하는 x 의 범위가 $-\frac{5}{2} < x < \frac{3}{2}$ 이 되도록 하는 정수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

주어진 부등식의 각 변을 $a+2b$ 로 나눌 때,

1) $a+2b>0$ 이면

$$\frac{a-2b-8}{a+2b} < x < \frac{5a+4b+2}{a+2b}$$

범위가 $-\frac{5}{2} < x < \frac{3}{2}$ 과 같으므로,

$$\frac{a-2b-8}{a+2b} = -\frac{5}{2}, \ \frac{5a+4b+2}{a+2b} = \frac{3}{2}$$

두 식을 연립하여 풀면

$a=-2$, $b=5$ 이고 $a+2b>0$ 을 만족하고 정수이므로 적합하다.

2) $a+2b<0$ 이면

$$\frac{5a+4b+2}{a+2b} < x < \frac{a-2b-8}{a+2b}$$

범위가 $-\frac{5}{2} < x < \frac{3}{2}$ 와 같으므로,

$$\frac{5a+4b+2}{a+2b} = -\frac{5}{2}, \ \frac{a-2b-8}{a+2b} = \frac{3}{2}$$

두 식을 연립하여 풀면

$a = \frac{62}{33}$, $b = -\frac{59}{33}$ 이고 a, b 의 값은 정수가 아니므로 적합하지 않다.

따라서 $a=-2$, $b=5$ 이므로 $a \times b = -10$ 이다.

42. 양의 유리수 a 에 대하여 $(n-1)^2 \le a \le n^2$ 을 만족하는 정수 n 을 $[a]$ 로 나타내기로 한다. 즉, $2^2 \le 6 \le 3^2$ 이면 $[6] = 3$ 이 된다. $[x] = 5$, $[y] = 9$ 일 때, $[y-x]$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 9

해설

$[x] = 5$ 이므로 $4^2 \le x \le 5^2$ $\quad\therefore\ 16 \le x \le 25$

$[y] = 9$ 이므로 $8^2 \le y \le 9^2$ $\quad\therefore\ 64 \le y \le 81$

$y-x$ 의 범위를 구하면 $39 \le y-x \le 65$

즉, $6^2 \le y-x \le 9^2$ 이므로 $[y-x]$ 가 될 수 있는 값은 7, 8, 9 이다.

43. 한 자리 자연수 a 에 대하여 a 는 b 의 $\frac{1}{3}$ 보다 작고, b 는 c 의 $\frac{1}{4}$ 보다 작고, c 는 d 의 $\frac{1}{5}$ 보다 작을 때, d 의 최솟값을 구하여라. (단, b, c, d 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

$1 \le a \le 9$ ⋯㉠

$a < \frac{1}{3}b$ ⋯㉡

$b < \frac{1}{4}c$ ⋯㉢

$c < \frac{1}{5}d$ ⋯㉣

㉠ 에서 $3 \le 3a \le 27$

㉡ 에서 $b > 3a$ $\quad \therefore\ b > 3,\ 4b > 12$

㉢ 에서 $c > 4b$ $\quad \therefore\ c > 12,\ 5c > 60$

㉣ 에서 $d > 5c$ $\quad \therefore\ d > 60$

따라서 자연수 d 의 최솟값은 61 이다.

44. 원가에 x% 의 이익률로 정가를 정한 상품을 10% 의 할인율로 할인 판매하였을 때, 이익률이 5% 이상 10% 이하가 되게 하려고 한다. x 가 될 수 있는 최소한의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

원가를 a 원이라 하면 정가는 $a\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원이고

정가의 10% 를 할인한 가격은 $a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times 0.9$원이다. 이익률이 5% 이상 10% 이하가 되려면

$1.05a \le a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times 0.9 \le 1.1a$

$\therefore \frac{50}{3} \le x \le \frac{200}{9}$

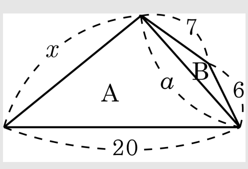
x 가 될 수 있는 최소한의 자연수는 17 이다.

45. 길이가 각각 6, 7, 20, x 인 선분을 끝점끼리 이어 붙여 볼록한 사각형을 만들 수 있는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $7 < x < 33$

해설



위의 그림과 같이 보조선을 그어 그 길이를 a 라 하자.
삼각형 B 에서 $a < 7 + 6$, 즉 $a < 13$
삼각형 A 에서
1) x 가 가장 긴 변인 경우 : $x < a + 20$
그런데 $a < 13$ 이므로 $x < a + 20 < 13 + 20$
$\therefore\ x < 33$
2) 20 이 가장 긴 변인 경우 : $20 < a + x$
그런데 $a < 13$ 이므로 $20 < a + x < 13 + x$
$\therefore\ x > 7$
따라서 1), 2) 에 의해서 $7 < x < 33$ 이다.

46. 8% 의 소금물 200g 에 4% 의 소금물을 넣어서 5% 이상 6% 이하의 소금물을 만들려고 한다. 이 때 넣어야 하는 4% 의 소금물은 몇 g 인지 그 범위를 구하여라.

▶ 답: ________ g 이상

▶ 답: ________ g 이하

▷ 정답: 200 g 이상

▷ 정답: 600 g 이하

해설

4% 의 소금물을 xg 만큼 넣었다고 하면 전체 소금물의 양은 $(200+x)$ g 이다.
5% 의 소금물 $(200+x)$ g 에 녹아 있는 소금의 양은 $(200+x)\times\frac{5}{100}$
6% 의 소금물 $200+x$g 에 녹아 있는 소금의 양은 $(200+x)\times\frac{6}{100}$
즉, $(200+x)\times\frac{5}{100}\le 200\times\frac{8}{100}+x\times\frac{4}{100}\le(200+x)\times\frac{6}{100}$ 이므로
$5(200+x)\le 1600+4x\le 6(200+x)$
연립부등식을 풀면
$200\le x\le 600$ 이므로
4% 의 소금물은 200g 이상 600g 이하로 넣어야 한다.

47. 100 개의 연필을 학생들에게 나누어 주었더니 5 개씩 나눠주면 연필이 남고, 8 개씩 나눠 주면 연필이 모자란다. 이때, 학생의 수로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 라고 놓자.
모든 학생이 5 개씩 가지고 있을 때 전체 연필수는 $5x$ 이고, 모든 학생이 8 개씩 가지고 있을 때 전체 연필수는 $8x$ 이다. 그러나 연필수는 모든 학생이 5 개씩 가질 때 보다 많고, 모든 학생이 8 개씩 가질 때 보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $5x < 100 < 8x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 5x < 100 \\ 8x > 100 \end{cases}$ 이고, 간단히 하면, $\begin{cases} x < 20 \\ x > \frac{25}{2} \end{cases}$ 이다. 이를 다시 나타내면 $\frac{25}{2} < x < 20$ 이다.

$\frac{25}{2} = 12.5$ 이므로, 학생의 수는 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 명이 가능하다.

48. 소포를 보내려고 하는데 한 상자의 제한무게가 10kg 이라고 한다. 상품 A, B, C 의 개수가 모두 합해서 26 개이고, 중량이 각각 0.5kg, 1.2kg, 0.2kg 일 때, 한 상자에 담으면 제한무게에 딱 맞게 채워진다고 한다. 상품 C 의 개수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답: 　　　　　　　　개

▷ 정답: 13 개

해설

상품 A, B, C 의 개수를 각각 x, y, z 개라 하면

$x+y+z=26$

$0.5x+1.2y+0.2z=10$

두 식을 연립하여 x 와 y 를 각각 z 로 나타내면

$x=\frac{2(106-5z)}{7}$, $y=\frac{3(z-10)}{7}$

그런데 $x \geq 1$, $y \geq 1$, $z \geq 1$ 이고,

x, y, z 는 자연수이므로

$\frac{2(106-5z)}{7} \geq 1$, $\frac{3(z-10)}{7} \geq 1$ 에서

z 는 $\frac{37}{3} \leq z \leq \frac{41}{2}$ 인 자연수이다.

따라서 상품 C 의 개수의 최솟값은 13 이다.

49. 부등식 $\frac{1}{3} <= \frac{x^2 - ax + a^2}{x^2 + x + 1} \le 3$ 이 x 의 값에 관계없이 성립하기 위한 실수 a 의 값의 범위를 D 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\{a \mid -1 < a < 1\} \subset D$
② $\{a \mid a = -1,\ 1\} \subset D$
③ $\left\{a \mid -\frac{3}{5} \le a \le 1\right\} \subset D$
④ $\left\{a \mid a \le -\frac{3}{5}\right\} \subset D$
⑤ $\{a \mid a > 1\} \subset D$

해설

$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ 이므로
$3(x^2 + x + 1)$ 을 주어진 부등식에 곱하면
$x^2 + x + 1 \le 3(x^2 - ax + a^2) \le 9(x^2 + x + 1)$
정리하면, $2x^2 - (3a + 1)x + 3a^2 - 1 \ge 0 \cdots\cdots$ ㉠
$2x^2 + (a + 3)x + 3 - a^2 \ge 0 \cdots\cdots$ ㉡
모든 x 에 대하여 ㉠이 성립하려면
$D = (3a + 1)^2 - 8(3a^2 - 1) \le 0,$
$(5a + 3)(a - 1) \ge 0$
$\therefore\ a \le -\frac{3}{5},\ a \ge 1 \cdots\cdots$ ㉢
모든 x 에 대하여 ㉡이 성립하려면
$D = (a + 3)^2 - 8(3 - a^2) \le 0,$
$(3a + 5)(a - 1) \le 0$
$\therefore\ -\frac{5}{3} \le a \le 1 \cdots\cdots$ ㉣
㉢, ㉣의 공통범위를 구하면
$-\frac{5}{3} \le a \le -\frac{3}{5},\ a = 1$

50. 분수함수 $y=\dfrac{x^2-3x+4}{x^2+3x+4}$는 $x=a$일 때 최댓값 α를 갖고, $x=b$일 때 최솟값 β를 갖는다. 이 때, $a+b+\alpha\beta$의 값은?

① $\dfrac{3}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ $\dfrac{5}{2}$ ⑤ $\dfrac{3}{4}$

해설

$y=\dfrac{x^2-3x+4}{x^2+3x+4}$에서

$(y-1)x^2+(3y+3)x+4(y-1)=0$

i) $y=1$일 때, $x=0$(실수)

ii) $y\neq 1$일 때, $D=9(y+1)^2-16(y-1)^2\geq 0$

$(7y-1)(y-7)\leq 0 \quad \therefore\ \dfrac{1}{7}\leq y\leq 7$

i), ii) 에서

최댓값 $\alpha=7$, 이 때 $x=-2=a$

최솟값 $\beta=\dfrac{1}{7}$, 이 때 $x=2=b$

$\therefore\ a+b+\alpha\beta=1$