

1. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.

㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a - b > 0, c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.

㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b 의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.

㉢ 주어진 식에서 a, b 의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

2. $ax + b > 0$ 의 해가 $x < 2$ 일 때, $(a + b)x < 5b$ 의 해는?

① $x > 5$

② $x > 10$

③ $x < 1$

④ $x < 5$

⑤ $x < 10$

해설

$ax + b > 0$ 에서 $ax > -b$

해가 $x < 2$ 이므로

$a < 0$ ㉠

$-\frac{b}{a} = 2$ ㉡

㉡을 정리하면 $b = -2a$ ㉢

㉢에서 $b = -2a$ 를 $(a + b)x < 5b$ 에 대입하면

$(a - 2a)x < 5 \cdot (-2a)$, $-ax < -10a$

㉠에서 $a < 0$ 이므로 $x < 10$

3. 연립부등식 $\{x \mid 3 - x > -1, 3x - 1 \geq 2\}$ 의 해를 $a \leq x < b$ 라고 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① 17

② 16

③ 15

④ 14

⑤ 13

해설

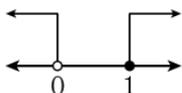
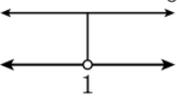
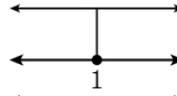
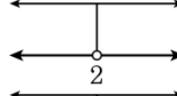
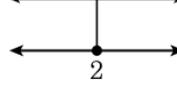
$$3 - x > -1, \quad -x > -1 - 3, \quad x < 4,$$

$$3x - 1 \geq 2, \quad 3x \geq 3, \quad x \geq 1 \text{ 이므로}$$

연립부등식의 해는 $1 \leq x < 4$,

따라서 $a^2 + b^2 = 1 + 16 = 17$ 이다.

4. 연립부등식 $\begin{cases} 8 - 3x \leq 2 \\ 3x - 3 \leq 3 \end{cases}$ 의 해를 옳게 구하고 수직선상의 그림을
바르게 그린 것은?

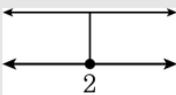
- ① 해가 없다. 
- ② 1, 
- ③ 1, 
- ④ 2, 
- ⑤ 2, 

해설

$$\begin{cases} 8 - 3x \leq 2 \\ 3x - 3 \leq 3 \end{cases} \text{ 을 정리하면,}$$

$$\begin{cases} -3x \leq -6 \\ 3x \leq 6 \end{cases} \text{ 이고}$$

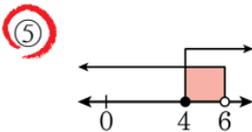
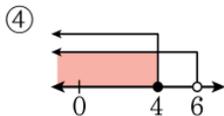
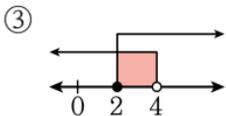
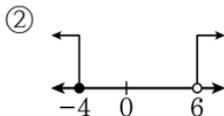
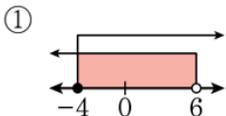
$$\text{간단히 하면 } \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \text{ 이다.}$$

수직선 위에 그리면  이 되고 해는 2 이다.

5. 연립부등식

$$\begin{cases} 2(x-3) < x \\ x+5 \leq 3(x-1) \end{cases}$$

의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?



해설

1. $2(x-3) < x, x < 6$

2. $x+5 \leq 3(x-1), x \geq 4$

공통된 해를 찾으면 $4 \leq x < 6$

6. 다음 연립부등식 중에서 해가 없는 것은?

$$\textcircled{1} \begin{cases} x > 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq -5 \end{cases}$$

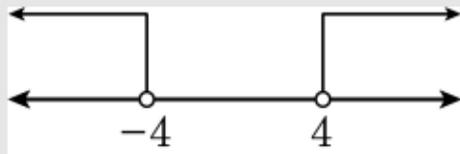
$$\textcircled{3} \begin{cases} x > 4 \\ x < -4 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x < 5 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

해설

③



7. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 2 \leq x + a \\ 2x - b \leq 3x \end{cases}$ 의 해가 4 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$$\begin{cases} 3x - 2 \leq x + a & \dots \textcircled{1} \\ 2x - b \leq 3x & \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{이라 하면}$$

$$\textcircled{1} \text{에서 } x \leq \frac{a+2}{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } x \geq -b$$

$$\therefore -b \leq x \leq \frac{a+2}{2}$$

이 부등식의 해가 4 이려면 $4 \leq x \leq 4$ 이어야 하므로

$$-b = 4 \text{ 에서 } b = -4, \frac{a+2}{2} = 4 \text{ 에서 } a = 6$$

따라서 $a - b = 6 - (-4) = 10$ 이다.

8. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$$45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$$

$$45 < 3x < 55$$

$$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$$

$$\therefore x = 16, 17, 18$$

x 는 홀수이므로 17 이다.

따라서 세 홀수는 15, 17, 19 이다.

9. 부등식 $2|x+2|+|x-1| \leq 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$$2x + 4 + x - 1 - 6 = 3x - 3 \leq 0, x \leq 1$$

$$\therefore x = 1 \cdots \text{㉠}$$

(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$2x + 4 + 1 - x - 6 = x - 1 \leq 0 \text{에서 } x \leq 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 1 \cdots \text{㉡}$$

(iii) $x < -2$ 일 때

$$-2x - 4 - x + 1 - 6 = -3x - 9 \leq 0$$

$$3x \geq -9, x \geq -3$$

$$\therefore -3 \leq x < -2 \cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢에서 $-3 \leq x \leq 1$

따라서 만족하는 정수 x 의 개수는 5개

10. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$2x - a < -7$ 또는 $2x - a > 7$

$\therefore x < \frac{a-7}{2}$ 또는 $x > \frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$

$\therefore a = 5, b = 6$

$\therefore a + b = 11$

11. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

12. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $k \leq -2$

② $-1 \leq k \leq 2$

③ $1 \leq k \leq 8$

④ $2 \leq k \leq 8$

⑤ $k \leq 8$

해설

x^2 의 계수가 미지수 k 이므로

i) $k = 0$ 일 때 $8x + 2 \geq 0$ 에서 $x \geq -\frac{1}{4}$ 이므로

모든 실수 x 에 대하여 성립하는 것은 아니다.

ii) $k \neq 0$ 일 때 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 의 해가 모든 실수이려면 $k > 0 \dots \textcircled{\text{㉠}}$

$$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 2k \leq 0, \quad k^2 - 10k + 16 \leq 0,$$

$$(k-2)(k-8) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq k \leq 8 \dots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $2 \leq k \leq 8$

i), ii)에서 $2 \leq k \leq 8$ 이다.

13. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면

$$-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$$

$$0 \leq x^2 \leq 16$$

$$\therefore -4 \leq x \leq 4$$

$k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면

$$-k < x - 2 < k$$

$$-k + 2 < x < k + 2$$

이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면

$$-k + 2 \geq -4, k + 2 \leq 4 \text{이어야 하므로}$$

$$k \leq 6, k \leq 2$$

$$\therefore 0 < k \leq 2$$

따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

14. 다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $2x^2 - 6x + 1 \leq 0$

② $x^2 - 2x - 3 < 0$

③ $x^2 - x + 1 > 0$

④ $x^2 - 6x + 9 > 0$

⑤ $4x^2 - 4x + 1 < 0$

해설

① $(x - \frac{3 - \sqrt{7}}{2})(x - \frac{3 + \sqrt{7}}{2}) \leq 0$

$$\Rightarrow \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \leq x \leq \frac{3 + \sqrt{7}}{2}$$

② $(x + 1)(x - 3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$

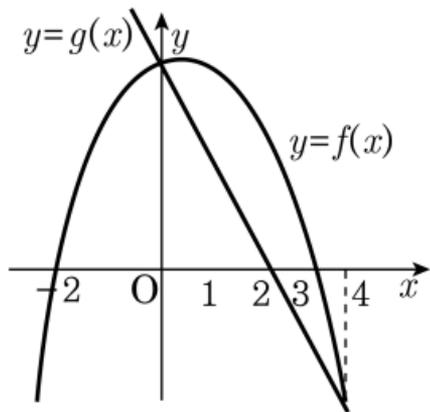
③ $(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow x$ 는 모든 실수

④ $(x - 3)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 3$ 인 모든 실수

⑤ $(2x - 1)^2 < 0 \Rightarrow$ 해는 없다

15. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해를 구하면?

- ① $-2 < x < 4$ ② $-2 < x < 3$
③ $0 < x < 4$ ④ $2 < x < 3$
⑤ $3 < x < 4$



해설

부등식 $f(x) > g(x)$ 의 해는
함수 $f(x)$ 의 그래프가 직선 $y = g(x)$ 보다
위쪽에 있는 x 의 구간을 의미하므로
구하는 해는 $0 < x < 4$

16. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} 2(2x - 3) > x + 3 \\ 5x - 9 < 2(3x + 7) \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: $x > 3$

해설

$$\text{i) } 2(2x - 3) > x + 3$$

$$\Rightarrow 4x - 6 > x + 3$$

$$\Rightarrow x > 3$$

$$\text{ii) } 5x - 9 < 2(3x + 7)$$

$$\Rightarrow -x < 23$$

$$\Rightarrow x > -23$$

$$\therefore x > 3$$

17. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{1} \begin{cases} 3x - 2 > -2x + 3 \\ 2(x + 1) \geq 8 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} -\frac{x}{2} \leq \frac{1}{4} - x \\ -0.2x - 1 \geq -1.2x - 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} 7x - 1 > 4x + 11 \\ 3x - 3 \leq 1 - 2x \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} 2x > 6 \\ -x \geq -3 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} 2x - 3x \leq 7 \\ x + 1 > 5 \end{cases}$$

해설

$$\textcircled{1} x \geq 3$$

$$\textcircled{2} -2 \geq x \leq \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{3} x \geq 4 \text{ 또는 } x \leq \frac{4}{5} \text{ 이므로 해가 없다.}$$

$$\textcircled{4} x > 3 \text{ 또는 } x \leq 3 \text{ 이므로 해가 없다.}$$

$$\textcircled{5} x > 4$$

18. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 0.5x \leq -1.5 + 3.5x \\ 3(x - \frac{2}{5}) < -0.2 \end{cases}$ 의 해로 옳은 것은?

① $x < \frac{1}{3}$

② $x \geq \frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3} < x \leq \frac{1}{2}$

④ 해가 없다.

⑤ $2 < x \leq 3$

해설

$\begin{cases} 0.5x \leq -1.5 + 3.5x \\ 3(x - \frac{2}{5}) < -0.2 \end{cases}$ 를 간단히 하면

$\begin{cases} x \leq -3 + 7x \\ 15x - 6 < -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 7x \leq -3 \\ 15x < -1 + 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x < \frac{1}{3} \end{cases} \therefore \text{해가 없}$

다.

21. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

① $3 < x < 7$

② $-3 < x < 1$

③ $x < 2, x > 3$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이려면

$a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.

$\therefore a = -b, b < 0$

준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서

$x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

$\therefore -1 < x < 2$

22. 부등식 $x^2 - 4|x| + 3 < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 무수히 많다.

해설

$$x^2 - 4|x| + 3 < 0 \text{에서 } |x|^2 - 4|x| + 3 < 0$$

$$(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$$

$$1 < |x| < 3$$

따라서, 정수 $x = 2, -2$

23. 부등식 $3[x]^2 + [x] - 10 \leq 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \leq x < 1$

② $-3 \leq x < 2$

③ $-2 \leq x < 1$

④ $-2 \leq x < 2$

⑤ $-2 \leq x < 3$

해설

$3[x]^2 + [x] - 10 \leq 0$ 이므로

$([x] + 2)(3[x] - 5) \leq 0$

$-2 \leq [x] \leq \frac{5}{3}$

$[x]$ 는 정수이므로

$-2 \leq [x] \leq 1$

$\therefore -2 \leq x < 2$

24. 다음 <보기> 중 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x^2 > -1$

㉡ $2(x-1)^2 \geq 0$

㉢ $(x+2)^2 + 1 > 0$

㉣ $x^2 - 4x + 1 > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $x^2 \geq 0$ 이므로 $x^2 > -1$

㉡ $(x-1)^2$ 은 완전제곱식이므로
 $(x-1)^2 \geq 0$ 이다.

㉢ $(x+2)^2 \geq 0$ 이므로 $(x+2)^2 + 1 > 0$ 이다.

㉣ $x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$ 이므로
항상 0보다 크다고 할 수 없다.

25. 모든 실수 x 에 대하여 $(k+3)x^2 + 2(k+3)x + 2 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $-3 \leq k < -1$

② $-3 < k \leq -1$

③ $-3 \leq k \leq -1$

④ $k < -3$ 또는 $k > -1$

⑤ $k \leq -3$ 또는 $k \geq -1$

해설

$(k+3)x^2 + 2(k+3)x + 2 > 0$ 에서 (i) $k+3 = 0$,
즉 $k = -3$ 일 때

$2 > 0$ 이므로 주어진
부등식은 항상 성립한다.

(ii) $k+3 \neq 0$,

즉 $k \neq -3$ 일 때

주어진 부등식이 항상 성립하려면

$$k+3 > 0 \quad \therefore k > -3 \cdots \textcircled{\ominus}$$

이차방정식 $(k+3)x^2 + 2(k+3)x + 2 = 0$ 의
판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (k+3)^2 - 2(k+3) < 0 \text{ 에서}$$

$$(k+3)(k+1) < 0$$

$$\therefore -3 < k < -1 \cdots \textcircled{\omin�}$$

$\textcircled{\ominus}, \textcircled{\omin�}$ 의 공통 범위를 구하면 $-3 < k < -1$

(i), (ii) 에서 $-3 \leq k < -1$

26. 부등식 $x^2 - 2ax + a + 2 < 0$ 의 해가 존재하지 않기 위한 실수 a 의 값의 범위는?

① $-2 \leq a \leq 1$

② $a \leq -1$ 또는 $a \geq 2$

③ $-1 \leq a \leq 2$

④ $-1 < a < 2$

⑤ $a < -1$ 또는 $a > 2$

해설

$x^2 - 2ax + a + 2 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면
모든 실수 x 에 대하여

$x^2 - 2ax + a + 2 \geq 0$ 이어야 한다.

이차방정식 $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ 의 판별식을

D 라 하면 $\frac{D}{4} = a^2 - a - 2 \leq 0$ 에서

$(a + 1)(a - 2) \leq 0$

$\therefore -1 \leq a \leq 2$

27. 두 대의 승용차 A , B 가 같은 거리를 가는데 A 는 거리의 반은 시속 $vk\text{m}$ 로 달리고, 나머지 거리는 시속 $u\text{km}$ 로 달린다고 한다, 또한 B 는 소요된 시간의 반은 시속 $u\text{km}$ 로 달리고 나머지 소요된 시간은 $v\text{km}$ 로 달린다고 한다. 승용차 A , B 의 평균 속력이 각각 $x\text{km/시}$, $y\text{km/시}$ 일 때, x 와 y 의 대소 관계를 바르게 나타내 것은?

- ① $x \leq y$ ② $x \geq y$ ③ $x = y$ ④ $x < y$ ⑤ $x > y$

해설

승용차 A 가 달린 거리를 s ,

$$\text{시간을 } t \text{라 하면 } t = \frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}$$

평균 속력은

$$\frac{s}{t} = \frac{s}{\frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}} = \frac{s}{\frac{su + sv}{2uv}} = \frac{2uv}{u + v} = x$$

승용차 B 의 평균 속력은 $\frac{1}{2}(u + v) = y$

$$y - x = \frac{1}{2}(u + v) - \frac{2uv}{u + v}$$

$$= \frac{(u + v)^2 - 4uv}{2(u + v)} \geq 0$$

따라서 $y - x \geq 0$ 이므로 $x \leq y$ 이다.

28. 좌표 평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx + 1)$ 이 곡선 $y = -(x - 2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 0

⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여 부등식

$$2(kx + 1) > -(x - 2)^2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.

㉠식을 정리하면

$$x^2 + 2(k - 2)x + 5 > 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

항상 성립하기 위하여

$$\frac{D}{4} = (k - 2)^2 - 5 < 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$$

$$\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$$

이때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나

-1 은 속하지 않는다.

29. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$

② $-3 < m < 1$

③ $-1 < m < 3$

④ $m < -1$ 또는 $m > 1$

⑤ $m < -1$ 또는 $m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$ 에서

$$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$$

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차 방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0 \text{ 에서}$$

$$(m+1)(m-3) < 0$$

$$\therefore -1 < m < 3$$

30. $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, x 에 대한 부등식 $x^2 - 6x \geq a^2 - 6a$ 가 항상 성립하기 위한 a 의 값의 범위는?

① $-4 \leq a \leq 0$

② $-2 \leq a \leq 2$

③ $0 \leq a \leq 4$

④ $2 \leq a \leq 4$

⑤ $4 \leq a \leq 6$

해설

$f(x) = x^2 - 6x - a^2 + 6a$ 라 놓고

$-2 \leq x \leq 2$ 에서

$f(x) > 0$ 일 때, a 의 값의 범위를 구한다.

$f(x) = (x-3)^2 - a^2 + 6a - 9$ 이므로

$-2 \leq x \leq 2$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $x = 2$ 일 때,

$$f(2) = 4 - 12 - a^2 + 6a \geq 0$$

$$a^2 - 6a + 8 \leq 0 \Rightarrow (a-2)(a-4) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq a \leq 4$$

31. x 에 대한 이차부등식 $x^2 - 10x - 24 \geq 0$,
 $(x+1)(x-a^2+a) \leq 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 존재하지 않도록
 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-3 < a < 12$ ② $-3 < a < 8$ ③ $-3 < a < 4$
 ④ $-2 < a < 12$ ⑤ $-2 < a < 3$

해설

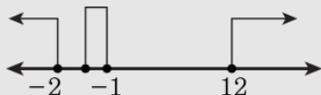
$$\begin{cases} x^2 - 10x - 24 \geq 0 & \dots(\text{가}) \\ (x+1)(x-a^2+a) \leq & \dots(\text{나}) \end{cases}$$

(가)에서

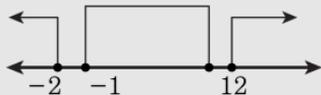
$$(x-12)(x+2) \geq 0$$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 12$ (가)와 (나)의

공통 범위가 존재하지 않으려면 다음 그림에서



$$a^2 - a > -2 \dots(\text{다})$$



$$a^2 - a < 12 \dots(\text{라})$$

(다)에서 $a^2 - a + 2 > 0$, $\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$

\therefore 모든 실수

(라)에서 $a^2 - a - 12 < 0$, $(a+3) \times (a-4) < 0$

$\therefore -3 < a < 4$

따라서 (다)와 (라)의 공통 범위를 구하면

$-3 < a < 4$

32. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로

$$x-1 > 0, x > 0, x+1 > 0$$

$$x-1 + x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots ①$$

한편, 둔각삼각형이 되려면 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$

$$x^2 - 4x < 0 \text{에서 } 0 < x < 4 \dots\dots ②$$

①과 ②에서 $2 < x < 4$

$$\therefore a = 2, b = 4$$

$$\text{따라서 } a + b = 6$$

33. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$ 이 $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 범위를 구하면 $a \leq k$ 이다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$ 라 놓으면

i) 축이 $x < 1$ 에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1, a < 2$

ii) $f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \leq -6$

$\therefore k = -6$

34. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

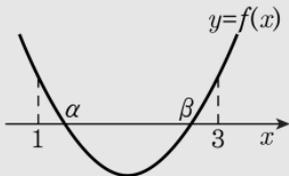
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = a^2 - 16 > 0 \text{ 에서 } (a+4)(a-4) > 0$$

$$\therefore a < -4 \text{ 또는 } a > 4$$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$$f(3) = 13 - 3a > 0 \text{ 에서 } a < \frac{13}{3}$$

$$\therefore a < \frac{13}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$$x = \frac{a}{2} \text{ 이므로 } 1 < \frac{a}{2} < 3$$

$$\therefore 2 < a < 6$$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

35. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $x^2 + 2(k-1)x + 3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하여라.

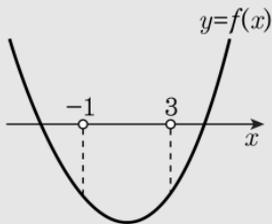
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$
 $\therefore k \leq -\frac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k 의 최댓값은 -3 이다.

36. 함수 $f(x) = ax + b$ 가 $2 \leq f(1) \leq 4$, $0 \leq f(2) \leq 3$ 을 만족할 때, $f(3)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(1) = a + b, f(2) = 2a + b$$

$$f(3) = 3a + b \text{ 이므로 } f(3) = 2f(2) - f(1)$$

$$\text{조건에서 } 2 \leq f(1) \leq 4 \quad \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$0 \leq f(2) \leq 3 \quad \cdots \cdots \text{㉡}$$

㉠에서 각 변에 -1 을 곱하면

$$-4 \leq -f(1) \leq -2 \quad \cdots \cdots \text{㉢}$$

㉡에서 각 변에 2 를 곱하면

$$0 \leq 2f(2) \leq 6 \quad \cdots \cdots \text{㉣}$$

$$\therefore -4 \leq f(3) \leq 4$$

따라서, $f(3)$ 의 최댓값은 4 , 최솟값은 -4 이다.

37. $a < 0$ 이고 $a + b = 0$ 일 때, 부등식 $(a - b)x - a - 2b < 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{2}$

② $x > -\frac{1}{2}$

③ $x > 2$

④ $x < -2$

⑤ $x > 1$

해설

$a + b = 0$ 에서 $b = -a$ 를 부등식에 대입하면

$$(a + a)x - a + 2a < 0, \quad 2ax + a < 0, \quad 2ax < -a$$

$$\therefore x > -\frac{1}{2} (\because 2a < 0)$$

38. 연립부등식
$$\begin{cases} 1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2 \\ 3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2} \\ 0.9x \leq 6 \end{cases}$$
 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, $a - b$

의 값을 구하면?

① -9

② -5

③ -2

④ 2

⑤ 9

해설

i) $1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2$,

$0.4x \leq 5.2, x \leq 13$

ii) $3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2}$ 의 양변에 4 를 곱하면 $12 - (x-2) <$

$2(2x-3), x > 4$

iii) $0.9x \leq 6$

$\frac{9}{9}x \leq 6$

$x \leq 6$

$\therefore 4 < x \leq 6$

39. 등식 $2(x+2y)+1=-x+3y$ 이 성립한다고 할 때, $-1 < 2x+y < 1$ 을 만족하는 정수 x, y 를 구하려고 한다. 다음 빈 칸에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

[풀이]

$2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면 $y=(㉠)$ 이 된다.

$-1 < 2x+y < 1$ 를 풀 때 y 대신 $y=(㉠)$ 를 대입하면 $-1 < -x-1 < 1$ 이 된다.

부등식을 풀면 $-2 < x < 0$ 이 되므로 정수인 x 는 (㉡) 이 된다.

x 값을 (㉠) 에 대입하면 $y=(㉢)$ 가 된다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠ $-3x-1$

▷ 정답: ㉡ -1

▷ 정답: ㉢ 2

해설

$2(x+2y)+1=-x+3y$ 를 y 에 대해서 정리하면

$$2(x+2y)+1=-x+3y$$

$$2x+4y+1=-x+3y$$

$$4y-3y=-x-2x-1$$

$$y=-3x-1$$

$-1 < 2x+y < 1$ 에 y 대신 $y=-3x-1$ 를 대입하면

$$-1 < 2x+(-3x-1) < 1$$

$$-1 < -x-1 < 1$$

$$0 < -x < 2$$

$$-2 < x < 0$$

정수인 x 는 -1 이 된다.

x 값을 $y=-3x-1$ 에 대입하면 $y=2$ 이다.

40. 연립부등식 $\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases}$ 를 만족하는 정수가 3개만 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 4$

② $4 < a < 7$

③ $a \leq 7$

④ $4 < a \leq 7$

⑤ $4 \leq a \leq 7$

해설

$$\begin{cases} -3x \leq 2(1-x) \\ 4+x < -2x+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x < \frac{a-4}{3} \end{cases}$$

정수 x 는 $-2, -1, 0$ 이므로 $0 < \frac{a-4}{3} \leq 1$

$\therefore 4 < a \leq 7$

41. 1 개에 700 원 하는 콜라와 1 개에 600 원 하는 사이다를 합해서 20 개를 사려고 한다. 콜라를 사이다 보다 많이 사고 전체 금액이 13,500 원 이하가 되도록 하려고 한다. 콜라를 최소 a 개 살 수 있고, 최대 b 개 살 수 있다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 26$

해설

콜라의 개수를 x 개라고 놓으면 사이다의 개수는 $(20 - x)$ 개이다. 콜라를 사이다 보다 많이 사게 되면 $x > 20 - x$ 이다.

콜라와 사이다를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $700x + 600(20 - x)$ 이다. 또 전체 금액은 13,500 원 이하가 되어야 하기 때문에 $700x + 600(20 - x) \leq 13500$ 이다.

위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면

$$\begin{cases} x > 20 - x \\ 700x + 600(20 - x) \leq 13500 \end{cases} \quad \text{이다.} \quad \text{이를 간단히 하면}$$

$$\begin{cases} x > 10 \\ x \leq 15 \end{cases} \quad \text{이다. 따라서 } 10 < x \leq 15 \text{ 이다. 그러므로 콜라}$$

는 최소로 11개, 최대로 15개 살 수 있다. 따라서 $a = 11$, $b = 15$ 이다.

따라서 $a + b = 11 + 15 = 26$ 이다.

42. 12%의 설탕물 300g이 있을 때, 물 x g을 증발시켜 15% 이상 20% 이하의 설탕물을 만들려고 한다. x 의 값으로 옳지 않은 것은?

① 60

② 80

③ 100

④ 120

⑤ 130

해설

12%의 소금물 300g의 소금의 양은 $\frac{12}{100} \times 300 = 36$ (g)이다.

따라서 물 x g을 뺏을 때의 농도를 나타내면 $\frac{36}{300-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하이므로, $15 \leq \frac{36}{300-x} \times 100 \leq 20$

이고,

이를 연립 방정식으로 나타내면 $\begin{cases} 15 \leq \frac{36}{300-x} \times 100 \\ \frac{36}{300-x} \times 100 \leq 20 \end{cases}$ 이다.

간단히 나타내면 $\begin{cases} x \geq 60 \\ x \leq 120 \end{cases}$ 이다.

따라서 빼줘야 하는 물의 양 x 의 범위는 $60 \leq x \leq 120$ 이다.

43. $\alpha < 0 < \beta$ 이고 이차부등식 $ax^2 + bx + c < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 이차부등식 $cx^2 + bx + a < 0$ 의 해는?

① $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$

② $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

③ $x < \frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > \frac{1}{\beta}$

④ $x < \frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$

⑤ b 의 부호에 따라 다르다.

해설

$ax^2 + bx + c < 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ ($\alpha < 0 < \beta$) 이므로

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta), \quad a > 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} < 0 \quad \therefore c < 0$$

따라서,

$$\begin{aligned} cx^2 + bx + a &= c \left(x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} \right) \\ &= c \left(x^2 - \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}x + \frac{1}{\alpha\beta} \right) \\ &= c \left\{ x^2 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right)x + \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} \right\} \\ &= c \left(x - \frac{1}{\alpha} \right) \left(x - \frac{1}{\beta} \right) < 0 \end{aligned}$$

$c < 0$ 이고 $\frac{1}{\alpha} < 0 < \frac{1}{\beta}$ 이므로 구하는 해는 $x < \frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > \frac{1}{\beta}$

44. 이차방정식 $x^2 + (a - b)x + ab = 1$ 이 a 의 어떤 실수값에 대해서도 항상 실근을 갖도록 b 의 범위를 정하면?

① $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq b \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

② $b \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}, b \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$

③ $-\frac{\sqrt{2}}{3} \leq b \leq \frac{\sqrt{2}}{3}$

④ $b \leq -\frac{\sqrt{2}}{3}, b \geq \frac{\sqrt{2}}{3}$

⑤ $b \leq -2, b \geq 2$

해설

$x^2 + (a - b)x + ab - 1 = 0$ 에서

$$D = (a - b)^2 - 4(ab - 1) \geq 0$$

이 식을 a 에 관해서 정리하면, $a^2 - 6ba + b^2 + 4 \geq 0$ 이

부등식이 a 에 관계없이 항상 성립하기 위한 조건은 $\frac{D'}{4} \leq 0$

이므로

$$\frac{D'}{4} = (3b)^2 - (b^2 + 4) \leq 0$$

$$\therefore 2b^2 - 1 \leq 0 \text{에서}$$

$$(\sqrt{2}b + 1)(\sqrt{2}b - 1) \leq 0$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \leq b \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq b \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

45. 연립부등식 $\begin{cases} x^3 - 2x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x^2 - x - 6 < 0 \end{cases}$ 의 해는?

① $-2 \leq x < 3$

② $-2 < x < 3$

③ $2 \leq x < 3$

④ $2 < x \leq 3$

⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$x^2 - 2x + x - 2 \geq 0$ 에서

$x^2(x-2) + (x-2) \geq 0$

$\therefore (x-2)(x^2+1) \geq 0$

$x^2+1 > 0$ 이므로 $x-2 \geq 0$

$\therefore x \geq 2 \cdots (가)$

$x^2 - x - 6 < 0$ 에서 $(x-3)(x+2) < 0$

$\therefore -2 < x < 3 \cdots (나)$

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면

$2 \leq x < 3$ 이다.

47. 가위로 어떤 볼록사각형의 대각선을 따라 잘랐더니 세 변의 길이가 각각 4, 5, y 인 삼각형 A 와 12, y , x 인 삼각형 B 가 만들어졌다. 삼각형 A 의 변의 길이 중 y 가 가장 길고, 삼각형 B 의 변의 길이 중 y 가 가장 짧을 때, x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 < x < 21$

해설

삼각형 A 에서 $y < 4 + 5$, 즉 $y < 9$

삼각형 B 에서

1) x 가 가장 긴 변인 경우 : $x < y + 12$

그런데 $y < 9$ 이므로 $x < y + 12 < 9 + 12$

$\therefore x < 21$

2) 12 가 가장 긴 변인 경우 : $12 < x + y$

그런데 $y < 9$ 이므로 $12 < x + y < x + 9$

$\therefore x > 3$

따라서 1), 2)에 의해서 $3 < x < 21$ 이다.

48. $[x] = 1$, $[y] = 2$, $[z] = -1$ 일 때 $[x + 2y - z]$ 의 최대값과 최소값의 합은?

(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

$[x] = 1$, $[y] = 2$, $[z] = -1$ 에서

$1 \leq x < 2$, $2 \leq y < 3$, $-1 \leq z < 0$

$1 \leq x < 2$

$4 \leq 2y < 6$

+) $0 < -z \leq 1$

$5 < x + 2y - z < 9$

$\therefore [x + 2y - z] = 5, 6, 7, 8$

최대값과 최소값의 합은 $5 + 8 = 13$

49. 이차방정식 $x^2 + 2ax + b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 이차부등식 $(4a + b + 4)x^2 + 2(a + 2)x + 1 < 0$ 을 풀면? (단, $\alpha > \beta > 2$)

① $\frac{1}{\beta - 2} < x < \frac{1}{\alpha - 2}$

② $\frac{1}{\alpha - 2} < x < \frac{1}{\beta - 2}$

③ $x < \alpha - 2, x > \beta - 2$

④ $x < \beta - 2, x > \alpha - 2$

⑤ $\beta - 2 < x < \alpha - 2$

해설

근과 계수와의 관계로부터 $\alpha + \beta = -2a$, $\alpha\beta = b$ 이므로

$$4a + b + 4 = -2(\alpha + \beta) + \alpha\beta + 4 = (\alpha - 2)(\beta - 2),$$

$$2(a + 2) = 2a + 4 = -(\alpha + \beta) + 4 = -(\alpha + \beta - 4)$$

따라서, 주어진 이차부등식은

$$(\alpha - 2)(\beta - 2)x^2 - (\alpha + \beta - 4)x + 1 < 0$$

$$\therefore \{(\alpha - 2)x - 1\}\{(\beta - 2)x - 1\} < 0$$

$$\alpha > \beta > 2 \text{이므로 } \frac{1}{\alpha - 2} < x < \frac{1}{\beta - 2}$$

50. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + ax + b < 0 \\ x^3 + x \geq 0 \end{cases}$ 의 해가

$0 \leq x < 2$ 이고 실수 a, b 가 $|a| + |b| = 3$ 을 만족할 때, a, b 의 값에 대하여 $2a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^3 + x = x(x^2 + 1) \geq 0$ 에서

$x^2 + 1 > 0$ 이므로 $x \geq 0$

따라서 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + ax + b < 0 \dots \textcircled{1} \\ x \geq 0 \dots \textcircled{2} \end{cases}$ 의 해가

$0 \leq x < 2$ 이기 위해서는 부등식 ①의 해가

$a < x < 2(a < 0)$ 이어야 한다.

따라서, $x^2 + ax + b = (x - a)(x - 2) = x^2 - (a + 2)x + 2a$

$\therefore \begin{cases} a = -a - 2 \\ b = 2a \end{cases} \dots \textcircled{3}$

$|a| + |b| = 3$ 이므로,

$|-a - 2| + |2a| = 3$

i) $a < -2$ 일 때,

$-a - 2 - 2a = 3$

$\therefore a = -\frac{5}{3}$

그러나 $a < -2$ 이므로 부적당

ii) $-2 \leq a < 0$ 일 때,

$a + 2 - 2a = 3$

$\therefore a = -1$

③에서 $a = -1, b = -2$

$\therefore 2a + b = -4$