

1. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?

- ① $26 = 2 \times 13$ ② $36 = 2^3 \times 3^2$ ③ $42 = 6 \times 7$
④ $54 = 2^2 \times 3^3$ ⑤ $128 = 2^8$

해설

- ② $2^2 \times 3^2$
③ $2 \times 3 \times 7$
④ 2×3^3
⑤ 2^7

2. 108 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① $2^2, 3^2$

② 2, 3

③ 1, 3

④ 1, 2, 3

⑤ 1, 2, 2^2 , 3, 3^2 , 3^3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

3. 세 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

- ① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ③ $2^2 \times 3^3 \times 5^3$
④ $2^3 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3^2 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

4. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$

- ① 4 개
- ② 6 개
- ③ 8 개
- ④ 9 개
- ⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이므로
공약수의 개수는 9 개이다.

5. 두 수 2×3^2 , 3×5^2 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 5$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

2×3^2 , 3×5^2
최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

6. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수를 바르게 나열한 것은?

① 1, 2, 4, 8, 16

② 4, 16, 64, ...

③ 16, 32, 48

④ 4, 8, 16, 32, ...

⑤ 16, 32, 48, 64, ...

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16의 배수이다.

7. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.
따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는
 $48 = 2^4 \times 3$, $64 = 2^6$, $80 = 2^4 \times 5$ 의 최대공약수 $2^4 = 16(\text{cm})$

8. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.

9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ㉠ 83 은 소수이다.
- ㉡ 모든 합성수는 약수가 2 개이다.
- ㉢ 1 은 소수이다.
- ㉣ 15 이하의 소수의 개수는 6 개이다.
- ㉤ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.

해설

- ㉡ 모든 합성수는 약수가 3 개 이상이다.
- ㉢ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ㉤ 소수가 아닌 자연수는 1, 합성수이다.

10. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

11. 28 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$28 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$28 = 2^2 \times 7$$

$$a = 7$$

$$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$$

$$2^2 \times 7^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 7 = 14$$

12. 다음 중 63의 약수가 아닌 것을 고르면?

- ① 1 ② 3^2 ③ 7 ④ 3×7 ⑤ 7^2

해설

$$63 = 3^2 \times 7$$

13. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은?

① $8, 3^3$

② $21, 5 \times 7$

③ $45, 2^2 \times 3$

④ $100, 2^{10}$

⑤ $72, 3 \times 5 \times 7^2$

해설

① $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이고, 3^3 의 약수의 개수도 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

② $21 = 3 \times 7$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이고, 5×7 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이다.

③ $45 = 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이고, $2^2 \times 3$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

④ $100 = 2^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)이고, 2^{10} 의 약수의 개수는 $10 + 1 = 11$ (개)이다.

⑤ $72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이고, $3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수의 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

14. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면
11, 13, 17, 19 의 4 개이다.
따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

15. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 28 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 7 개

▷ 정답 : 7 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 28 의 배수 중 200 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $200 \div 28 = 7.14\cdots$ 따라서 200 보다 작은 자연수의 개수는 7 개이다.

16. 공책 48 권, 볼펜 80 개, 가위 64 개를 하나도 빠짐없이 가능한 많은 사람에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어줄 수 있는가?

① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명 ④ 16 명 ⑤ 20 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 48, 80, 64 의 최대공약수이므로 16 (명)이다.

17. 어떤 자연수로 45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중 가장 큰 수는?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남으므로 어떤 자연수는 42, 56, 84 의 공약수이다. 따라서 이 중 가장 큰 자연수는 42, 56, 84의 최대공약수인 14이다.

18. 한강선착장에서 유람선 A는 20 분마다 유람선 B는 30 분마다 출발한다고 한다. 선착장에서 두 유람선이 오전 10 시에 동시에 출발하였다. 오전 10 시 이후에 최초로 동시에 출발하는 시각을 구하여라.

▶ 답: 시

▷ 정답: 오전 11 시

해설

20 과 30 의 최소공배수는 60 이므로

10 시 이후 최초로 동시에 출발하는 시각은 (10 시) + (60 분) = 11 시

11 시

∴ 오전 11 시

19. 3, 5, 6 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인가?

① 28 개 ② 29 개 ③ 30 개 ④ 31 개 ⑤ 32 개

해설

구하는 수는 (3, 5, 6 의 공배수)+2 인 수이므로
3, 5, 6 의 최소공배수 30 이다.
30 의 배수 중 세 자리 자연수는 120, 150, $\dots$, 990 이다.
따라서 구하는 수는 122, 152, $\dots$, 992 이다.
 $122 = 30 \times 4 + 2$, $992 = 30 \times 33 + 2$
 $\therefore 33 - 3 = 30$ (개)

20. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 29는 소수가 아니다.
- ③ 37과 43은 모두 소수이다.
- ④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

- ① 1은 소수가 아니다.
- ② 29는 소수이다.
- ⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

21. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a + b + m + n$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

따라서 $a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$

$$a + b + m + n = 13$$

22. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15

② 18

③ 24

④ 25

⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

23. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x + y$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 70 ② 80 ③ 90 ④ 100 ⑤ 110

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2, \quad x = 10, \quad y = 60$$

따라서 $x + y = 70$ 이다.

24. 45에 어떤 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$45 = 3^2 \times 5$$

따라서 제곱이 되려면 5를 곱해야 한다.

25. 어떤 분수를 두 분수 $\frac{21}{8}$ 과 $\frac{35}{12}$ 에 각각 곱하였더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 곱한 수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{24}{7}$

해설

곱하는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자

$$\frac{21}{8} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \begin{cases} b \text{는 } 8 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = \frac{(8, 12 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{\text{A}}$$

ⓐ를 만족하는 가장 작은 분수는

$$\frac{b}{a} = \frac{(8, 12 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})} \dots \textcircled{\text{B}}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{24}{7}$$