

1. 두 수 $3^x \times 7^y \times 11^z$, $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 일 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 이고
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 3의 지수가 3이므로
 $3^x \times 7^y \times 11^z$ 에서 3의 지수가 2이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 7의 지수가 5이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 7의 지수가 3이어야 한다.
또한,
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 11의 지수가 7이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 11의 지수가 5이어야 한다.
따라서 $x = 2$, $y = 3$, $z = 5$ 이다.

2. 두 수 $2^3 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수가 60 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로, $a = 1, b = 2$
 $\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

3. 몇 명의 학생들에게 바나나 45 개, 굴 56 개, 자두 77 개를 똑같이 나누어 줄 때, 바나나는 3 개가 모자라고, 굴과 자두는 각각 2 개, 5 개가 남는다. 이때, 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 6 명

해설

바나나 45 개를 나누면 3 개가 모자르다. : $(45 + 3)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

굴 56 개를 나누면 2 개가 남는다. : $(56 - 2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

자두 77 개를 나누면 5 개가 남는다. : $(77 - 5)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

이러한 수는 48, 54, 72 의 공약수이다. 그런데 77 개를 나누면 5 개가 남았으므로 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72의 최대공약수는 6 한다.

따라서 구하는 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72의 최대공약수는 6이고 6의 약수 중 5보다 큰 수는 6뿐이므로 학생 수는 6 명이다.

4. 61 을 나누면 5 가 남고 165 를 나누면 3 이 부족한 수가 아닌 것은?

- ① 4 ② 7 ③ 14 ④ 28 ⑤ 56

해설

56 과 168 의 최대공약수는 56
56 약수 중 나머지 5 보다 큰 수들은
7, 8, 14, 28, 56 이다.

5. 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남고, 6으로 나누면 5가 남는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 59

해설

4, 5, 6으로 나누면 항상 1이 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x + 1$ 은 4, 5, 6의 공배수이다.

4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 60의 배수 중 가장 작은 수는 60이다.

따라서 $x + 1 = 60$ 이므로 $x = 59$ 이다.

6. 6 으로 나누면 5 가 남고, 5 로 나누면 4 가 남고, 4 로 나누면 3 이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

① 116 ② 117 ③ 118 ④ 119 ⑤ 120

해설

구하는 수를 x 라 하면 $(x+1)$ 은 6, 5, 4 의 공배수이다.

$$6 \overline{) \begin{array}{r} 6 \\ 3 \end{array}} \quad 5 \overline{) \begin{array}{r} 5 \\ 5 \end{array}} \quad 4 \overline{) \begin{array}{r} 4 \\ 2 \end{array}}$$

$$\therefore \text{최소공배수} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는 $60 \times 2 = 120$ 이고

$$x + 1 = 120 \quad \therefore x = 119$$