

1. 다음 중에서 y 가 x 에 대한 일차함수인 것을 모두 찾으려면?

① $y = 2x^3 - 2x$

② $y = x(x + 2)$

③ $y = \frac{4}{x^2}$

④ $y = (x + 1)(x - 2)$

⑤ $y = (x - 1)^2 - (x - 2)^2$

해설

① $y = 2x^3 - 2x$ 는 삼차함수이다.

③ $y = \frac{4}{x^2}$ 는 분수함수이다.

⑤ $y = (x - 1)^2 - (x - 2)^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

2. 다음 이차함수에 대하여 []에 대한 함숫값이 잘못 짝지어진 것은?

① $y = -2x^2 \quad [-1] \Rightarrow y = -2$

② $y = (x - 3)^2 \quad [2] \Rightarrow y = 1$

③ $y = (x + 2)(x - 3) \quad [2] \Rightarrow y = 4$

④ $y = x^2 - 3 \quad [1] \Rightarrow y = -2$

⑤ $y = (x + 1)^2 - 4 \quad [-1] \Rightarrow y = -4$

해설

③ $y = -4$

3. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(2, a)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① 0

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

(1) $y = 5x^2$ 이 $(2, a)$ 를 지나므로,

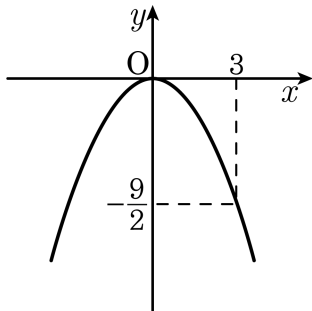
$$a = 5 \times 2^2 = 20$$

(2) $y = 5x^2$ 과 x 축에 대칭인 그래프는

$$y = -5x^2 \text{ 이므로, } b = -5$$

$$\therefore a + b = 20 - 5 = 15$$

4. 다음 그림의 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식 $y = a'x^2$ 에서 a' 의 값은?



① 1

② $\frac{1}{2}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ -1

⑤ 2

해설

$y = ax^2$ 에 $\left(3, -\frac{9}{2}\right)$ 를 대입하면 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

5. 다음 보기 중 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 완전히 포개어지는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -(x-2)^2$

㉡ $y = 4x^2 + 3$

㉢ $y = -x^2 + 7$

㉣ $y = -2(x-1)^2$

㉤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

이차항의 계수가 같은 이차함수를 찾는다.

6. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼, y 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동하면 점 $(6, k)$ 을 지난다고 할 때, k 의 값은?

① 1

② -1

③ 3

④ -3

⑤ 5

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x - p)^2 + q$ 이므로 함수의 식은 $y = 3(x - 5)^2 - 6$ 이다. 점 $(6, k)$ 를 지나므로 대입하면 $k = 3(6 - 5)^2 - 6$ 이므로 $k = -3$ 이다.

7. 주어진 이차함수 중 축의 방정식이 $x = -1$ 이 아닌 식을 모두 고르면?

① $y = -(x + 1)^2 + 4$

② $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2$

③ $y = x^2 + 1$

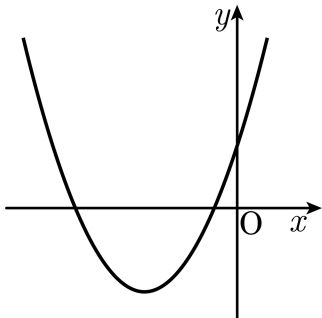
④ $y = -3(x + 1)^2 - 1$

⑤ $y = -(x - 1)^2$

해설

①, ②, ④의 축의 방정식은 $x = -1$ 이고, ③의 축의 방정식은 $x = 0$, ⑤의 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

8. 다음 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호를 각각 구하면?



- ① $a > 0, p > 0, q > 0$ ② $a > 0, p > 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q < 0$ ④ $a < 0, p < 0, q < 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q < 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.

또한, 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이고 제3 사분면에 있으므로 $p < 0, q < 0$ 이다.

따라서 $a > 0, p < 0, q < 0$ 이다.

9. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

10. 이차함수 $y = -5x^2 + 20x + 3 + 2k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < -\frac{23}{2}$ 또는 $k < -11.5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -5x^2 + 20x + 3 + 2k \\ &= -5(x-2)^2 + 23 + 2k \end{aligned}$$

x 축과 만나지 않으려면 $23 + 2k < 0$, $2k < -23$, $k < -\frac{23}{2}$ 이다.

11. x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고, 점 $(2, 10)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = 2(x - 3)(x - 1)$

② $y = -2(x + 3)(x - 1)$

③ $y = 2(x + 3)(x - 1)$

④ $y = -2(x - 3)(x - 1)$

⑤ $y = -2(x - 3)(x + 1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 이므로

$y = a(x + 3)(x - 1)$ 에 $(2, 10)$ 을 대입하면

$$10 = a(2 + 3)(2 - 1)$$

$$\therefore a = 2$$

$$\therefore y = 2(x + 3)(x - 1)$$

12. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 1$ 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 1

③ -3

④ 3

⑤ -5

해설

$$y = x^2 + 4x + 1$$

$$= (x + 2)^2 - 3$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값은 -3 이다.

13. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프 $y = f(x)$ 에 대하여 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ 일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $(1, -2)$ ㉡ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$ ㉢ $(3, -12)$
 ㉣ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ ㉤ $(-4, -30)$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a$, $f(-2) = 4a$ 이므로

$$2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7, \quad 2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7, \quad -7a = 14, \quad a =$$

$$-2 \quad \therefore f(x) = -2x^2$$

$$\textcircled{㉢} f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18 \quad \therefore (3, -18)$$

$$\textcircled{㉤} f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32 \quad \therefore (-4, -32)$$

따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 ㉣, ㉤의 2 개이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동했으므로

$$y = 2(x - 3)^2$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로 $a = 2(2 - 3)^2$

$$\therefore a = 2$$

15. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 9$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -1$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x + 9 \\&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 9 \\&= 2(x + 1)^2 + 7\end{aligned}$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 아래로 볼록하므로
 $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

16. 이차함수 $y = (x-2)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 다음, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(2, 2)$

② $(2, -1)$

③ $(2, 0)$

④ $(2, -2)$

⑤ $(2, 1)$

해설

$y = (x-2)^2 + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = (x-2)^2 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2 - 1$$

$y = -(x-2)^2 - 1$ 을 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면

$$y = -(x-2)^2 - 1 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2$$

$\therefore$ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$

17. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = (x + 3)^2$ 의 그래프는 x 축과 두 점에서 만난다.

㉡ $y = (x - 2)^2 - 1$ 의 그래프의 꼭짓점 좌표는 $(2, -1)$ 이다.

㉢ $y = -3x^2 - 1$ 의 그래프는 아래로 볼록하다.

㉣ $y = 4x^2$ 의 그래프는 $y = -4x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

㉤ $y = -4(x - 3)^2$ 의 그래프는 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동시킨 것이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ x 축과 한 점에서 만난다.

㉢ $a < 0$ 이므로 위로 볼록하다.

18. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 4x + 3 \\&= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\&= 2(x - 1)^2 - 2 + 3 \\&= 2(x - 1)^2 + 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표 : (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2 \\ \therefore a &= -2, b = 2, a + b = 0\end{aligned}$$

19. 이차함수 $y = 3x^2 - 18x + 5$ 의 그래프는 $y = 3x^2 - 18x - 7$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 12$

해설

$y = 3x^2 - 18x - 7$ 의 그래프를 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = 3(x-3)^2 - 34$ 이다.

$y = 3x^2 - 18x + 5$ 의 그래프를 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = 3(x-3)^2 - 22$ 이므로 $y = 3(x-3)^2 - 34$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 0, y 축의 방향으로 12만큼 평행이동한 것이다. 따라서 $a + b = 12$ 이다.

20. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가하는 범위가 될 수 있는 것은?

① $x < 1$

② $x < -1$

③ $x > \frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{2}$

⑤ $x > 2$

해설

$(1, 6)$ 을 대입하여 p 의 값을 구하면 $p = 1$ 이다.

$p = 1$ 을 대입하면 $y = x^2 + x + 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 따라서 ④이다.

21. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k > 2$

② $k < 2$

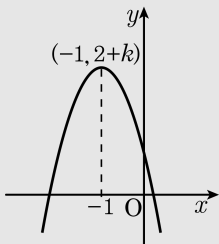
③ $k > 4$

④ $k < -2$

⑤ $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x + 1)^2 + 2 + k$
 다음 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.



$$2 + k > 0$$

$$\therefore k > -2$$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.

$$y = -2x^2 - 4x + k \text{ 에서 } D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0, 8k > -16 \therefore k > -2$$

22. 이차함수 $y = -x^2 + 6x - 8$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 직선 $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 1)$ 이다.
- ④ $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

$$y = -(x - 3)^2 + 1$$

- ① 축의 방정식 $x = 3$
- ② $y \leq 1$
- ③ 꼭짓점 $(3, 1)$
- ⑤ x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

23. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이고, 한 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② 2

③ -6

④ 6

⑤ 1

해설

$y = a(x + 2)^2 + 3$ 이 점 $(1, -6)$ 을 지나므로

$-6 = a(1 + 2)^2 + 3, a = -1$ 이다.

$\therefore y = -(x + 2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$

$\therefore a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

24. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 3), (1, b + 5), (-1, 2a)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$$a = 2, b = 1, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 1 + 3 = 6$$

25. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 3$ 이 $x = -3$ 에서 최솟값 m 을 가질 때, $a - m$ 의 값은?

① -9

② 6

③ 3

④ -3

⑤ -6

해설

$$y = x^2 - 2ax + 3 = (x - a)^2 - a^2 + 3$$

$x = -3$ 에서 최솟값 m 을 가지므로

$$a = -3, -a^2 + 3 = m, m = -6$$

$$\therefore a - m = -3 - (-6) = 3$$

26. 차가 10 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

해설

두 수를 x , $x + 10$ 이라고 하면

$$y = x(x + 10) = x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$$

$x = -5$ 일 때, 최솟값 -25 를 가진다.

따라서 두 수는 -5 , 5 이다.

27. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 y cm² 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

① $\frac{5}{2}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{25}{2}$

④ $\frac{31}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)$ cm ,
 늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)$ cm 에서

$$\begin{aligned} y &= (8 - x)(6 + 2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\ &= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

28. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

① $\frac{15}{2}$ m

② 8m

③ $\frac{17}{2}$ m

④ 3m

⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y \text{ m}^2$, 반지름의 길이를 $x \text{ m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2} \text{ m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4} \text{ m}^2$ 을 가진다.

29. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{3}{2} < a < 2$

② $-\frac{3}{2} < a < -2$

③ $\frac{3}{2} < a < 2$

④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$

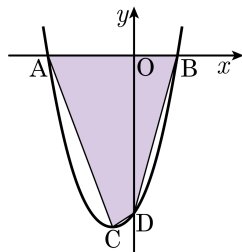
⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

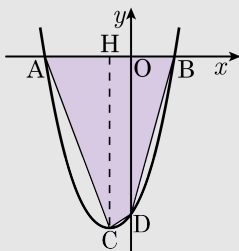
30. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y 축과의 교점을 D라 할 때 $\square ABDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설



$$\text{i) } 0 = x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore A(-4, 0), B(2, 0), D(0, -8)$$

$$\text{ii) } y = x^2 + 2x - 8$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 9$$

$$= (x + 1)^2 - 9$$

$$\therefore C(-1, -9)$$

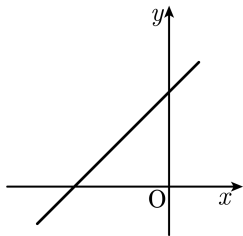
$$\text{iii) } \square ABDC$$

$$= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO$$

$$= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8 + 9) \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30$$

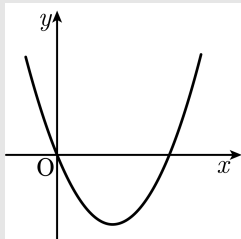
31. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?



- ① x 축 위 ② y 축 위
 ③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면
 ⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



32. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.

㉡ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.

㉢ 점 $(6, -2)$ 를 지난다.

① $y = -2(x - 4)^2$

② $y = 2(x - 4)^2$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이다. $y = a(x - 4)^2$ 의 형태에서 점 $(6, -2)$ 를 지나므로 $y = -\frac{1}{2}(x - 4)^2$ 이다.

33. $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 1)^2 + 1 \\&= a(x^2 - 2x + 1) + 1 \\&= ax^2 - 2ax + a + 1 \\a + 1 &= 2, \quad a = 1 \\y &= (x - 1)^2 + 1 \\p &= 1, q = 1 \\\therefore apq &= 1\end{aligned}$$

34. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

① $-\frac{7}{8}$

② -1

③ $\frac{1}{8}$

④ 1

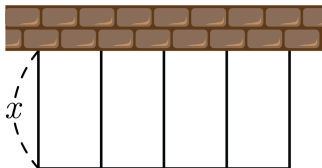
⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

35. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?



① 140m^2

② 160m^2

③ 180m^2

④ 200m^2

⑤ 240m^2

해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60-5x}{4}$

담장의 넓이의 합은 $x \left(\frac{60-5x}{4} \right) \times 4 = x(60-5x)$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore -5x^2 + 60x &= -5(x^2 - 12x + 36) + 180 \\ &= -5(x-6)^2 + 180 \end{aligned}$$

36. 지면으로부터 60m 높이에서 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 하면 $y = -5x^2 + 20x + 60$ 인 관계가 있다. 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 지면에 다시 떨어질 때까지 걸리는 시간을 각각 구하면?

① 1 초, 3 초

② 2 초, 4 초

③ 2 초, 6 초

④ 3 초, 6 초

⑤ 3 초, 8 초

해설

최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은

$$y = -5x^2 + 20x + 60 = -5(x-2)^2 + 80 \text{ 이므로}$$

$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 80

따라서 2 초 후이다.

지면에 떨어질 때 $y = 0$ 이다.

$$0 = -5x^2 + 20x + 60$$

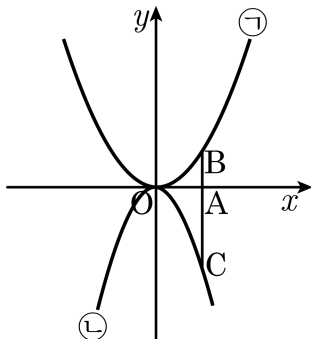
$$-5(x^2 - 4x - 12) = 0$$

$$-5(x-6)(x+2) = 0$$

그런데, $x > 0$ 이므로 $x = 6$

즉, 6 초 후에 지면에 떨어진다.

37. 그림과 같이 2 개의 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{\Gamma}$, $y = -x^2 \cdots \textcircled{\text{L}}$ 이 있다. 점 $A(a, 0)$ 을 지나며, x 축에 수직인 직선이 포물선 $\textcircled{\Gamma}$ 과 만나는 점을 B , 포물선 $\textcircled{\text{L}}$ 과 만나는 점을 C 라 한다. $\overline{BC} = \frac{4}{3}$ 일 때, a 의 값을 구하면?



① $\frac{\sqrt{2}}{3}$

② $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

③ $\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

$$B\left(a, \frac{1}{2}a^2\right), C(a, -a^2)$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2}a^2 - (-a^2) = \frac{3}{2}a^2 = \frac{4}{3}$$

$$\therefore a = \frac{2\sqrt{2}}{3} (\because a > 0)$$

38. 이차함수 $y = 2x^2 + 4px - 3p^2 + p + 4$ 의 그래프의 꼭짓점이 제2사분면 위에 있을 때, p 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $0 < p < 1$

해설

$$y = 2(x^2 + 2px) - 3p^2 + p + 4$$

$$= 2(x + p)^2 - 5p^2 + p + 4 \text{ 이므로}$$

$$\text{꼭짓점은 } (-p, -5p^2 + p + 4)$$

이때, 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있으므로

$$-p < 0 \quad \therefore p > 0$$

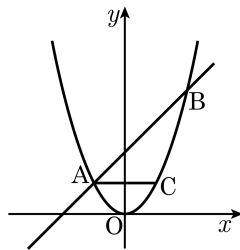
$$-5p^2 + p + 4 > 0, (5p + 4)(p - 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{4}{5} < p < 1$$

따라서 $0 < p < 1$ 이다.

39.

다음 그림과 같이 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 직선 $y = x + 4$ 의 교점을 A, B 라 하고 삼각형 ABC 의 넓이가 12 가 되는 이차곡선 위의 한 점을 C 라 하자. 점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선의 기울기를 구하여라. (단, 점 C 는 1 사분면에 위치한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 그래프의 교점을 구하면

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4, \quad x^2 - 2x - 8 = 0 \text{ 이므로}$$

교점 A, B 는 $(-2, 2)$, $(4, 8)$ 이다.

점 C 의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이라 하면

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (2 + 8) \times 6 - \frac{1}{2} \left(2 + \frac{1}{2}a^2\right) (a + 2) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}a^2 + 8\right) (4 - a) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a + 12 = 12 \end{aligned}$$

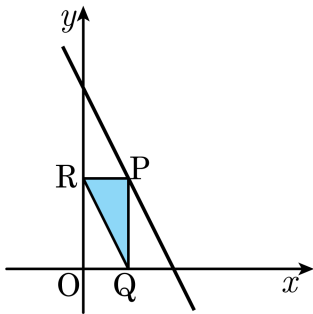
$$\therefore a = 2 (\because x > 0)$$

따라서 점 C 의 좌표는 $(2, 2)$

점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선은 선분 AB 의 중점인 $(1, 5)$ 를 지난다.

따라서 이 직선의 기울기는 -3 이다.

40. 다음 그림과 같이 직선 $y = -2x + 6$ 위의 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, $\triangle PRQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하면? (단, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이다.)



① $\frac{9}{4}$

② $\frac{7}{4}$

③ $\frac{5}{4}$

④ $\frac{9}{2}$

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

점 P 의 x 좌표를 a 라 하면

$P(a, -2a + 6)$, $Q(a, 0)$, $R(0, -2a + 6)$

$\triangle PRQ$ 의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}a(-2a + 6)$$

$$= -a^2 + 3a$$

$$= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right)$$

$$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$$a = \frac{3}{2} \text{ 일 때 최댓값 } \frac{9}{4}$$