1. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 것은?

① $\sqrt{(-5)^2}$ ② $(-\sqrt{5})^2$ ③ $-\sqrt{(-5)^2}$

④ $\sqrt{5^2}$ ⑤ $(\sqrt{5})^2$

해설

①, ②, ④, ⑤ $\sqrt{5^2} = \sqrt{(-5)^2} = (-\sqrt{5})^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$

③ $-\sqrt{(-5)^2} = -\sqrt{5^2} = -5$

2. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것은?

① $-\sqrt{3} < -2$
② $\sqrt{(-3)^2} < \sqrt{(-2)^2}$
③ $-\sqrt{12} < -4$
④ $3 < \sqrt{8}$
⑤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{2}$

해설

① $-\sqrt{3} > -2 (= -\sqrt{4})$
② $\sqrt{(-3)^2} (= 3) > \sqrt{(-2)^2} (= 2)$
③ $-\sqrt{12} > -4 (= -\sqrt{16})$
④ $3 (= \sqrt{9}) > \sqrt{8}$
⑤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{2} \left(= -\sqrt{\frac{1}{4}}\right)$

3. 다음 수들을 소수로 나타내었을 때, 순환하지 않는 무한소수가 되는 것의 개수를 구하여라.

$\frac{1}{100}$, π, $\sqrt{25}-\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{2}$

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

순환하지 않는 무한소수 : 무리수

$\frac{1}{100}$: 유리수, π : 무리수

$\sqrt{25}-\sqrt{3}=5-\sqrt{3}$: 무리수

$\sqrt{3}$: 무리수

$-\sqrt{2}$: 무리수

4. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 순환하지 않는 무한소수　② 분수로 나타낼 수 없는 수

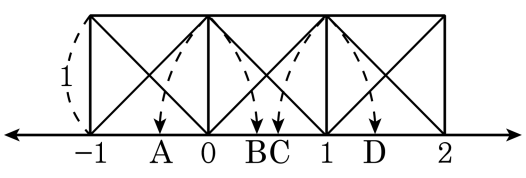
③ 유한소수　④ 순환소수

⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

5. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1+\sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?



① A ② B ③ C

④ D ⑤ 알 수 없다.

해설

B : $-1+\sqrt{2}$

6. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $\sqrt{37}-1<6$

㉡ $\sqrt{2}+4<\sqrt{3}+4$

㉢ $-\sqrt{(-3)^2}+2>-\sqrt{10}-1$

㉣ $\frac{1}{2}<\frac{1}{\sqrt{2}}$

㉤ $4-\sqrt{2}>2+\sqrt{2}$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉤ $4-\sqrt{2}-2-\sqrt{2}=2-2\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{8}<0$

$\therefore 4-\sqrt{2}<2+\sqrt{2}$

7. 다음 중 옳은 것의 개수는?

㉠ $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$	㉡ $\sqrt{38} = 2\sqrt{19}$
㉢ $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$	㉣ $3\sqrt{7} = \sqrt{42}$
㉤ $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$	

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ (○)
㉡ $\sqrt{38} = 2\sqrt{19}$ (×)
㉢ $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$ (○)
㉣ $3\sqrt{7} = \sqrt{42}$ (×)
㉤ $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$ (○)
따라서 옳은 것은 모두 3 개이다.

8. $\sqrt{60} \div \dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{a}$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{60} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} \\ &= \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{3}}{1} \\ &= \sqrt{45} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

$\therefore a = 5$

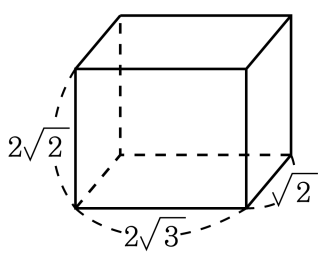
9. $\sqrt{\frac{5}{49}} = a\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\sqrt{\frac{5}{49}} = \sqrt{\frac{5}{7^2}} = \frac{\sqrt{5}}{7} = a\sqrt{5}$$

10. 다음 그림과 같은 직육면체의 부피를 $\sqrt{x}$의 꼴로 나타냈을 때, x 의 값은?

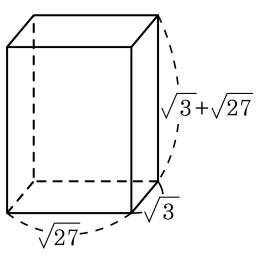


① 190 ② 191 ③ 192 ④ 194 ⑤ 196

해설

직육면체의 부피는 (가로)×(세로)×(높이) 이므로 $2\sqrt{3} \times \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{3} = \sqrt{192}$ 이다. 따라서 x의 값은 192 이다.

11. 다음 그림과 같은 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하여라.



① $12\sqrt{3}$ ② $24\sqrt{3}$ ③ $32\sqrt{3}$
④ $36\sqrt{3}$ ⑤ $42\sqrt{3}$

해설

모서리의 길이의 합은
$= \sqrt{3}\times 4 + \sqrt{27}\times 4 + (\sqrt{3}+\sqrt{27})\times 4$
$= 4\sqrt{3} + 4\sqrt{27} + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{27}$
$= 8\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$
$= 32\sqrt{3}$

12. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 4 사이의 실수인 것은? (단, 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{5} = 2.236$ 이다.)

① $\frac{4-\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}+3$ ③ 1.7

④ $\sqrt{5}-1$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}+4}{2}$

해설

$\frac{\sqrt{3}+4}{2}$ 는 $\sqrt{3}$과 4의 가운데 수이다.

13. $a^2 = 15$ 일 때, a 의 값으로 옳은 것은?

① $-\sqrt{15}$ ② $\sqrt{15}$ ③ $\pm 3\sqrt{5}$

④ $\pm\sqrt{15}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

a 는 15 의 제곱근이므로 $\pm\sqrt{15}$ 이다.

14. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$, $\sqrt{10}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $\sqrt{17}$ cm

해설

$(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{10})^2 = 17$ 이다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 17 의 양의 제곱근인 $\sqrt{17}(\mathrm{cm})$ 이다.

15. $\frac{10^8}{20^4} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = 6^b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=7$

해설

$\frac{10^8}{20^4} = \frac{10^8}{2^4 \times 10^4} = \frac{10^4}{2^4} = 5^4 = \sqrt{25^4}$, $a=4$

$\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = \sqrt{6^6} = 6^3$, $b=3$

$\therefore a+b=4+3=7$

16. $-3 < a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a+3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a-3$　② $-2a+3$　③ -3

④ $2a-3$　⑤ $2a+3$

해설

$-3 < a < 0$ 일 때, $a < 0$ 이고 $a+3 > 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a+3)^2} &= |-a| - |a+3| \\ &= -a - (a+3) \\ &= -a - a - 3 \\ &= -2a - 3\end{aligned}$$

17. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}-\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$을 계산하면?

① $1-\sqrt{3}$　② $5-3\sqrt{3}$　③ 0

④ $-5-\sqrt{3}$　⑤ $5-\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{3}-2<0,\ 2-\sqrt{3}>0$ 이므로

$|\sqrt{3}-2|-|2-\sqrt{3}|=-(\sqrt{3}-2)-(2-\sqrt{3})$

$=-\sqrt{3}+2-2+\sqrt{3}$

$=0$

18. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.

④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.

⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

19. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.

② 서로 다른 두 유리수 사이에는 유한 개의 무리수가 있다.

③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.

④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

해설

서로 다른 두 유리수나 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

20. $A = 3\sqrt{2} - 1,\ B = 2\sqrt{3} - 1,\ C = 3$ 일 때, $A,\ B,\ C$ 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $B < C < A$

해설

$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1,\ B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1,\ C = 3 = \sqrt{9}$
$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$
$\therefore A > C$
$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$
$\therefore C > B$
$\therefore A > C > B$

21. 아래 수직선 위의 점 A, B, C, D, E 와 보기의 수가 잘못 연결된 것을 모두 고르면?

보기

$-\sqrt{9}, 1-\sqrt{2}, \sqrt{7}, \frac{2}{3}, -\sqrt{3}+5$

① A : $-\sqrt{9}$ ② B : $-\sqrt{3}+5$ ③ C : $\frac{2}{3}$

④ D : $\sqrt{7}$ ⑤ E : $1-\sqrt{2}$

해설

$-\sqrt{9} = -3$

$-2 < -2\sqrt{2} < -1$ 이므로 $-1 < 1-\sqrt{2} < 0$

$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ 이므로 $2 < \sqrt{7} < 3$

$-2 < -\sqrt{3} < -1$ 이므로 $3 < -\sqrt{3}+5 < 4$

22. $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}\times\sqrt{12}\times\sqrt{2a}=24$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=2$

해설

$\sqrt{2\times3\times a\times12\times2a}=24$

$\sqrt{4^2\times3^2\times a^2}=24$

$12\sqrt{a^2}=24$

$12a=24$

$\therefore\ a=2$

23. $a=\sqrt{3}, b=\sqrt{5}$ 라 할 때, $\sqrt{675}$ 를 a, b 를 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a^3b^2

해설

$\sqrt{675}=\sqrt{27\times25}=\sqrt{3^3}\sqrt{5^2}=a^3b^2$

24. $\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{15}}$$

$$= \frac{\sqrt{6^2 \times 30}}{\sqrt{3^2 \times 15}}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

25. $\sqrt{108}-\sqrt{48}-\sqrt{27}+\sqrt{24}$ 를 $a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$ 의 꼴로 고칠 때, $a-b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$\sqrt{108}-\sqrt{48}-\sqrt{27}+\sqrt{24}$
$=6\sqrt{3}-4\sqrt{3}-3\sqrt{3}+2\sqrt{6}$
$=-\sqrt{3}+2\sqrt{6}$
$\therefore\ a-b=-1-2=-3$

26. $6 < x \leq 10,\ 2 \leq \sqrt{x} < 3$을 동시에 만족하는 자연수 x를 모두 구하여라

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 7

▷ 정답: 8

해설

$6 < x \leq 10$에서 $x = 7,\ 8,\ 9,\ 10$
$2 \leq \sqrt{x} < 3,\ 4 \leq x < 9$에서 $x = 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$
따라서 자연수 x는 $7,\ 8$

27. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389

① $\sqrt{162}$ ② $\sqrt{0.0192}$ ③ $\sqrt{17200}$
④ $\sqrt{180}$ ⑤ $\sqrt{0.00152}$

해설

① $\sqrt{162} = \sqrt{1.62 \times 100} = 10\sqrt{1.62} = 10 \times 1.273 = 12.73$

② $\sqrt{0.0192} = \sqrt{\dfrac{1.92}{100}} = \dfrac{\sqrt{1.92}}{10} = 0.1386$

③ $\sqrt{17200} = \sqrt{1.72 \times 10^4} = 100\sqrt{1.72} = 131.1$

④ $\sqrt{180} = \sqrt{1.80 \times 10^2} = 10\sqrt{1.80} = 13.42$

⑤ $\sqrt{0.00152} = \sqrt{\dfrac{15.2}{10000}} = \dfrac{\sqrt{15.2}}{100}$

28. $3\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , 정수 부분을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $\sqrt{3}-5$ ② $3\sqrt{3}-5$ ③ $\sqrt{3}-9$

④ $3\sqrt{3}-9$ ⑤ $3\sqrt{3}-10$

해설

$3\sqrt{3}=\sqrt{27}$, $5<\sqrt{27}<6$ 이므로
$3\sqrt{3}$ 의 정수 부분 $b=5$
소수 부분 $a=3\sqrt{3}-5$
$\therefore a-b=(3\sqrt{3}-5)-5=3\sqrt{3}-10$

29. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b<0$, $ab<0$ 일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab<0$ 이면 a와 b의 부호가 다르다.
$a-b<0$ 이면 $a<b$ 이므로 $a<0,\ b>0$ 이다.
$a<0$ 이므로 $\sqrt{a^2}=-a$, $b>0$ 이므로 $\sqrt{b^2}=b$
$a<0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=-a$
$b>0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2}=\sqrt{b^2}=b$
따라서
$\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$
$=-a+b-(-a)+b$
$=2b$

30. $2x-y=3$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 22

해설

$2x-y=3 \Rightarrow y=2x-3$

$\sqrt{2x+y}=\sqrt{2x+2x-3}=\sqrt{4x-3}$

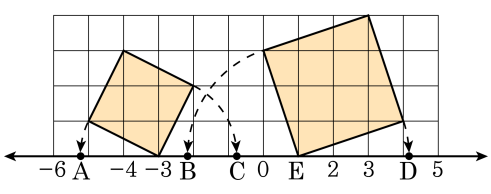
x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,

근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4\times10-3}=\sqrt{37}>7^2$)

$\therefore \sqrt{4x-3}=7$ 일 때, $x=13$ 이므로 성립한다.

$\therefore x=13$

31. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $(b+d)-(a+c)$ 값을 구하여라. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

(1) 작은 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{5}$
$\therefore\ a = -3-\sqrt{5}\ ,\ c = -3+\sqrt{5}$
(2) 큰 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{10}$
$\therefore\ b = 1-\sqrt{10}\ ,\ d = 1+\sqrt{10}$
$\therefore\ b+d = 1-\sqrt{10}+1+\sqrt{10} = 2$
$\therefore\ a+c = -3-\sqrt{5}+(-3+\sqrt{5}) = -6$
따라서 $(b+d)-(a+c) = 2-(-6) = 8$ 이다.

32. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로
제곱하면 $4 < n < 25$ ····· ㉠
㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5,\ 6,\ \cdots\cdots,\ 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 $9,\ 16$ 은 $\sqrt{9} = 3,\ \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

33. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\dfrac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$ ② $1 - 3\sqrt{2}$ ③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$ ⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

34. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 11

해설

$5>2\sqrt{5}$ 이므로

$$\begin{aligned}&\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}\\&=|5-2\sqrt{5}|+|2\sqrt{5}-5|\\&=5-2\sqrt{5}-(2\sqrt{5}-5)\\&=5-2\sqrt{5}-2\sqrt{5}+5\\&=10-4\sqrt{5}\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b=10-4=6$

35. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}+6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+\frac{\sqrt{16}-2\sqrt{6}+6\sqrt{6}}{2} \\
&= k-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k+2+2\sqrt{6} \\
&= -\frac{k}{3}\sqrt{6}+2\sqrt{6}+k+2 \\
&= \left(-\frac{k}{3}+2\right)\sqrt{6}+k+2
\end{aligned}
$$

값이 유리수가 되려면

$-\frac{k}{3}+2=0$

$\therefore k=6$

36. $f(x)=\sqrt{x-1}+\sqrt{x}$ 일 때, $\dfrac{1}{f(1)}+\dfrac{1}{f(2)}+\dfrac{1}{f(3)}+\cdots+\dfrac{1}{f(50)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(x)}&=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}\\&=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})}\\&=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})}{x-(x-1)}\end{aligned}$$

$\therefore \dfrac{1}{f(x)}=\sqrt{x}-\sqrt{x-1}$

(주어진 식) $=1-0+\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$
$+\cdots+\sqrt{50}-\sqrt{49}$
$=\sqrt{50}$
$=5\sqrt{2}$

37. $\sqrt{\dfrac{14x}{0.\dot{6}\dot{3}}}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 22$

해설

$\sqrt{\dfrac{14x}{0.\dot{6}\dot{3}}} = \sqrt{14x \times \dfrac{99}{63}} = \sqrt{22x}$

따라서, 가장 작은 자연수 $x = 22$

38. $\sqrt{144-x}-\sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 253

해설

$\sqrt{144-x}-\sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면
$\sqrt{144-x}$ 는 최댓값, $\sqrt{25+y}$ 는 최솟값을 가져야 한다.
$\sqrt{144}(=12) > \sqrt{144-x}$ 이므로
$\sqrt{144-x}$ =11 일 때, 최댓값을 갖는다.
$144-x=11^2$ 에서 $x=23$
또, $\sqrt{25}(=5) < \sqrt{25+y}$ 이므로
$\sqrt{25+y}=6$ 일 때, 최솟값을 갖는다.
$25+y=6^2$ 에서 $y=11$
$\therefore xy=23\times 11=253$

39. $\sqrt{6} < \sqrt{3x} < \sqrt{510}$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$\sqrt{6}$ 과 $\sqrt{510}$ 사이의 자연수 :
$\sqrt{3^2}$, $\sqrt{4^2}$, $\sqrt{5^2}$, $\sqrt{6^2}$, $\cdots$, $\sqrt{20^2}$, $\sqrt{21^2}$, $\sqrt{22^2}$
이 중에서 3 의 배수는
$\sqrt{3^2}$, $\sqrt{6^2}$, $\sqrt{9^2}$, $\sqrt{12^2}$, $\sqrt{15^2}$, $\sqrt{18^2}$, $\sqrt{21^2}$
$\therefore$ 7 개

40. $a > 0,\ b > 0$ 이고, $ab = 16,\ \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4},\ \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 17$

해설

$\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4},\ \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 에서

$\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right) = 0 \cdots ①$

$a > 0$, $b > 0$ 이므로

① 식을 전개하면

$\sqrt{ab} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$

$\sqrt{ab} - \left(\frac{\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}}{\sqrt{ab}}\right) + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$

$ab = 16$ 이므로 $4 - \frac{a+b}{4} + \frac{1}{4} = 0$

$\therefore\ a + b = 17$