

1. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 것은?

① $\sqrt{(-5)^2}$

② $(-\sqrt{5})^2$

③ $-\sqrt{(-5)^2}$

④ $\sqrt{5^2}$

⑤ $(\sqrt{5})^2$

해설

①, ②, ④, ⑤ $\sqrt{5^2} = \sqrt{(-5)^2} = (-\sqrt{5})^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$

③ $-\sqrt{(-5)^2} = -\sqrt{5^2} = -5$

2. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것은?

① $-\sqrt{3} < -2$

② $\sqrt{(-3)^2} < \sqrt{(-2)^2}$

③ $-\sqrt{12} < -4$

④ $3 < \sqrt{8}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{2}$

해설

① $-\sqrt{3} > -2 (= -\sqrt{4})$

② $\sqrt{(-3)^2} (= 3) > \sqrt{(-2)^2} (= 2)$

③ $-\sqrt{12} > -4 (= -\sqrt{16})$

④ $3 (= \sqrt{9}) > \sqrt{8}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\frac{1}{2} \left(= -\sqrt{\frac{1}{4}} \right)$

3. 다음 수들을 소수로 나타내었을 때, 순환하지 않는 무한소수가 되는 것의 개수를 구하여라.

$$\frac{1}{100}, \pi, \sqrt{25} - \sqrt{3}, \sqrt{3}, -\sqrt{2}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

순환하지 않는 무한소수 : 무리수

$\frac{1}{100}$: 유리수, π : 무리수

$\sqrt{25} - \sqrt{3} = 5 - \sqrt{3}$: 무리수

$\sqrt{3}$: 무리수

$-\sqrt{2}$: 무리수

4. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 순환하지 않는 무한소수

② 분수로 나타낼 수 없는 수

③ 유한소수

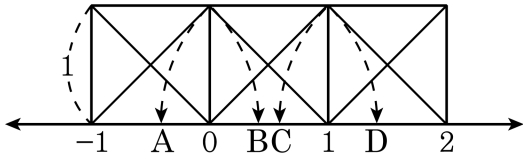
④ 순환소수

⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

5. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1 + \sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?



① A

② B

③ C

④ D

⑤ 알 수 없다.

해설

B : $-1 + \sqrt{2}$

6. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $\sqrt{37} - 1 < 6$

㉡ $\sqrt{2} + 4 < \sqrt{3} + 4$

㉢ $-\sqrt{(-3)^2} + 2 > -\sqrt{10} - 1$

㉣ $\frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$

㉤ $4 - \sqrt{2} > 2 + \sqrt{2}$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉤}} \quad 4 - \sqrt{2} - 2 - \sqrt{2} &= 2 - 2\sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{8} < 0 \\ \therefore 4 - \sqrt{2} &< 2 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

7. 다음 중 옳은 것의 개수는?

㉠ $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

㉡ $\sqrt{38} = 2\sqrt{19}$

㉢ $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$

㉣ $3\sqrt{7} = \sqrt{42}$

㉤ $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

㉠ $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ (○)

㉡ $\sqrt{38} = 2\sqrt{19}$ (×)

㉢ $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$ (○)

㉣ $3\sqrt{7} = \sqrt{42}$ (×)

㉤ $5\sqrt{3} = \sqrt{75}$ (○)

따라서 옳은 것은 모두 3개이다.

8. $\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{a}$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{60} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} \\ &= \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{3}}{1} \\ &= \sqrt{45} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 5$$

9. $\sqrt{\frac{5}{49}} = a\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{1}{7}$

③ $\frac{1}{5}$

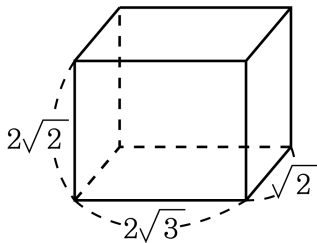
④ 5

⑤ 7

해설

$$\sqrt{\frac{5}{49}} = \sqrt{\frac{5}{7^2}} = \frac{\sqrt{5}}{7} = a\sqrt{5}$$

10. 다음 그림과 같은 직육면체의 부피를 $\sqrt{x}$ 의 꼴로 나타냈을 때, x 의 값은?



① 190

② 191

③ 192

④ 194

⑤ 196

해설

직육면체의 부피는 (가로) $\times$ (세로) $\times$ (높이) 이므로 $2\sqrt{3} \times \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{3} = \sqrt{192}$ 이다. 따라서 x 의 값은 192 이다.

11. 다음 그림과 같은 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하여라.

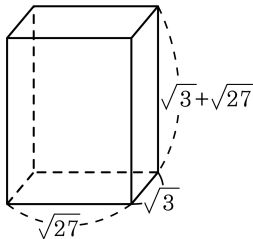
① $12\sqrt{3}$

② $24\sqrt{3}$

③ $32\sqrt{3}$

④ $36\sqrt{3}$

⑤ $42\sqrt{3}$



해설

모서리의 길이의 합은

$$= \sqrt{3} \times 4 + \sqrt{27} \times 4 + (\sqrt{3} + \sqrt{27}) \times 4$$

$$= 4\sqrt{3} + 4\sqrt{27} + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{27}$$

$$= 8\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 12\sqrt{3}$$

$$= 32\sqrt{3}$$

12. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 4 사이의 실수인 것은? (단, 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{5} = 2.236$ 이다.)

① $\frac{4 - \sqrt{3}}{2}$

② $\sqrt{3} + 3$

③ 1.7

④ $\sqrt{5} - 1$

⑤ $\frac{\sqrt{3} + 4}{2}$

해설

$\frac{\sqrt{3} + 4}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 4의 가운데 수이다.

13. $a^2 = 15$ 일 때, a 의 값으로 옳은 것은?

① $-\sqrt{15}$

② $\sqrt{15}$

③ $\pm 3\sqrt{5}$

④ $\pm\sqrt{15}$

⑤ $3\sqrt{5}$

해설

a 는 15 의 제곱근이므로 $\pm\sqrt{15}$ 이다.

14. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{7}\text{cm}$, $\sqrt{10}\text{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{17}$ cm

해설

$(\sqrt{7})^2 + (\sqrt{10})^2 = 17$ 이다.

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 17 의 양의 제곱근인 $\sqrt{17}(\text{cm})$ 이다.

15. $\frac{10^8}{20^4} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = 6^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 7$

해설

$$\frac{10^8}{20^4} = \frac{10^8}{2^4 \times 10^4} = \frac{10^4}{2^4} = 5^4 = \sqrt{25^4}, a = 4$$

$$\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = \sqrt{6^6} = 6^3, b = 3$$

$$\therefore a + b = 4 + 3 = 7$$

16. $-3 < a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a+3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a - 3$

② $-2a + 3$

③ -3

④ $2a - 3$

⑤ $2a + 3$

해설

$-3 < a < 0$ 일 때, $a < 0$ 이고 $a + 3 > 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a+3)^2} &= |-a| - |a+3| \\ &= -a - (a+3) \\ &= -a - a - 3 \\ &= -2a - 3\end{aligned}$$

17. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ 을 계산하면?

① $1 - \sqrt{3}$

② $5 - 3\sqrt{3}$

③ 0

④ $-5 - \sqrt{3}$

⑤ $5 - \sqrt{3}$

해설

$\sqrt{3} - 2 < 0$, $2 - \sqrt{3} > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} |\sqrt{3} - 2| - |2 - \sqrt{3}| &= -(\sqrt{3} - 2) - (2 - \sqrt{3}) \\ &= -\sqrt{3} + 2 - 2 + \sqrt{3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

18. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.

④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

19. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ② 서로 다른 두 유리수 사이에는 유한 개의 무리수가 있다.
- ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.
- ⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

해설

서로 다른 두 유리수나 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

20. $A = 3\sqrt{2} - 1$, $B = 2\sqrt{3} - 1$, $C = 3$ 일 때, A , B , C 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $B < C < A$

해설

$$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1, B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1, C = 3 = \sqrt{9}$$

$$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

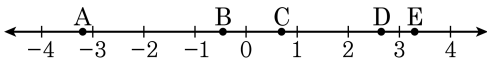
$$\therefore A > C$$

$$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore C > B$$

$$\therefore A > C > B$$

21. 아래 수직선 위의 점 A, B, C, D, E 와 보기의 수가 잘못 연결된 것을 모두 고르면?



보기

$$-\sqrt{9}, 1 - \sqrt{2}, \sqrt{7}, \frac{2}{3}, -\sqrt{3} + 5$$

① A : $-\sqrt{9}$

② B : $-\sqrt{3} + 5$

③ C : $\frac{2}{3}$

④ D : $\sqrt{7}$

⑤ E : $1 - \sqrt{2}$

해설

$$-\sqrt{9} = -3$$

$$-2 < -2\sqrt{2} < -1 \text{ 이므로 } -1 < 1 - \sqrt{2} < 0$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \text{ 이므로 } 2 < \sqrt{7} < 3$$

$$-2 < -\sqrt{3} < -1 \text{ 이므로 } 3 < -\sqrt{3} + 5 < 4$$

22. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{a} \times \sqrt{12} \times \sqrt{2a} = 24$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$\sqrt{2 \times 3 \times a \times 12 \times 2a} = 24$$

$$\sqrt{4^2 \times 3^2 \times a^2} = 24$$

$$12\sqrt{a^2} = 24$$

$$12a = 24$$

$$\therefore a = 2$$

23. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{5}$ 라 할 때, $\sqrt{675}$ 를 a, b 를 써서 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : a^3b^2

해설

$$\sqrt{675} = \sqrt{27 \times 25} = \sqrt{3^3} \sqrt{5^2} = a^3b^2$$

24. $\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}} &= \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{15}} \\ &= \frac{\sqrt{6^2 \times 30}}{\sqrt{3^2 \times 15}} \\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

25. $\sqrt{108} - \sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{24}$ 를 $a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 의 꼴로 고칠 때, $a - b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{108} - \sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{24} \\ &= 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ &= -\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ &\therefore a - b = -1 - 2 = -3 \end{aligned}$$

26. $6 < x \leq 10$, $2 \leq \sqrt{x} < 3$ 을 동시에 만족하는 자연수 x 를 모두 구하여라

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

해설

$6 < x \leq 10$ 에서 $x = 7, 8, 9, 10$

$2 \leq \sqrt{x} < 3$, $4 \leq x < 9$ 에서 $x = 4, 5, 6, 7, 8$

따라서 자연수 x 는 7, 8

27. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
1.5	1,225	1,229	1,233	1,237
1.6	1,265	1,269	1,273	1,277
1.7	1,304	1,308	1,311	1,315
1.8	1,342	1,345	1,349	1,353
1.9	1,378	1,382	1,386	1,389

① $\sqrt{162}$

② $\sqrt{0.0192}$

③ $\sqrt{17200}$

④ $\sqrt{180}$

⑤ $\sqrt{0.00152}$

해설

① $\sqrt{162} = \sqrt{1.62 \times 100} = 10\sqrt{1.62} = 10 \times 1.273 = 12.73$

② $\sqrt{0.0192} = \sqrt{\frac{1.92}{100}} = \frac{\sqrt{1.92}}{10} = 0.1386$

③ $\sqrt{17200} = \sqrt{1.72 \times 10^4} = 100\sqrt{1.72} = 131.1$

④ $\sqrt{180} = \sqrt{1.80 \times 10^2} = 10\sqrt{1.80} = 13.42$

⑤ $\sqrt{0.00152} = \sqrt{\frac{15.2}{10000}} = \frac{\sqrt{15.2}}{100}$

28. $3\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , 정수 부분을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① $\sqrt{3} - 5$

② $3\sqrt{3} - 5$

③ $\sqrt{3} - 9$

④ $3\sqrt{3} - 9$

⑤ $3\sqrt{3} - 10$

해설

$$3\sqrt{3} = \sqrt{27}, 5 < \sqrt{27} < 6 \text{ 이므로}$$

$$3\sqrt{3} \text{ 의 정수 부분 } b = 5$$

$$\text{소수 부분 } a = 3\sqrt{3} - 5$$

$$\therefore a - b = (3\sqrt{3} - 5) - 5 = 3\sqrt{3} - 10$$

29. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0

② $2a$

③ $a - b$

④ $2b$

⑤ $a + b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a - b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2} \\ &= -a + b - (-a) + b \\ &= 2b \end{aligned}$$

30. $2x - y = 3$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 22

해설

$$2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3$$

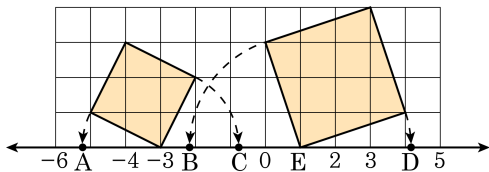
$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 2x - 3} = \sqrt{4x - 3}$$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,
근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4 \times 10 - 3} = \sqrt{37} > 7^2$)

$\therefore \sqrt{4x - 3} = 7$ 일 때, $x = 13$ 이므로 성립한다.

$$\therefore x = 13$$

31. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $(b+d)-(a+c)$ 값을 구하여라. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

(1) 작은 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{5}$

$$\therefore a = -3 - \sqrt{5}, c = -3 + \sqrt{5}$$

(2) 큰 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{10}$

$$\therefore b = 1 - \sqrt{10}, d = 1 + \sqrt{10}$$

$$\therefore b + d = 1 - \sqrt{10} + 1 + \sqrt{10} = 2$$

$$\therefore a + c = -3 - \sqrt{5} + (-3 + \sqrt{5}) = -6$$

따라서 $(b+d)-(a+c) = 2 - (-6) = 8$ 이다.

32. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

- ① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.

33. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

34. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 11

해설

$5 > 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$

$$= |5-2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5}-5|$$

$$= 5-2\sqrt{5} - (2\sqrt{5}-5)$$

$$= 5-2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5$$

$$= 10 - 4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = 10-4 = 6$$

35. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6

② 4

③ -4

④ -6

⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

36. $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(50)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(x)} &= \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})}{x - (x-1)}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{f(x)} = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$$

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= 1 - 0 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ &\quad + \cdots + \sqrt{50} - \sqrt{49} \\ &= \sqrt{50} \\ &= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

37. $\sqrt{\frac{14x}{0.\dot{6}\dot{3}}}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 22$

해설

$$\sqrt{\frac{14x}{0.\dot{6}\dot{3}}} = \sqrt{14x \times \frac{99}{63}} = \sqrt{22x}$$

따라서, 가장 작은 자연수 $x = 22$

38. $\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 253

해설

$\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면
 $\sqrt{144-x}$ 는 최댓값, $\sqrt{25+y}$ 는 최솟값을 가져야 한다.
 $\sqrt{144}(=12) > \sqrt{144-x}$ 이므로
 $\sqrt{144-x}=11$ 일 때, 최댓값을 갖는다.
 $144-x=11^2$ 에서 $x=23$
또, $\sqrt{25}(=5) < \sqrt{25+y}$ 이므로
 $\sqrt{25+y}=6$ 일 때, 최솟값을 갖는다.
 $25+y=6^2$ 에서 $y=11$
 $\therefore xy = 23 \times 11 = 253$

39. $\sqrt{6} < \sqrt{3x} < \sqrt{510}$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$\sqrt{6}$ 과 $\sqrt{510}$ 사이의 자연수 :

$\sqrt{3^2}, \sqrt{4^2}, \sqrt{5^2}, \sqrt{6^2}, \dots, \sqrt{20^2}, \sqrt{21^2}, \sqrt{22^2}$

이 중에서 3 의 배수는

$\sqrt{3^2}, \sqrt{6^2}, \sqrt{9^2}, \sqrt{12^2}, \sqrt{15^2}, \sqrt{18^2}, \sqrt{21^2}$

$\therefore$ 7 개

40. $a > 0, b > 0$ 이고, $ab = 16$, $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}$, $\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 일 때,
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 17$

해설

$$\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}, \quad \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0 \text{ 에서}$$

$$\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) \left(\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} \right) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$a > 0, b > 0$ 이므로

① 식을 전개하면

$$\sqrt{ab} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$\sqrt{ab} - \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{ab}} \right) + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$ab = 16 \text{ 이므로 } 4 - \frac{a+b}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore a + b = 17$$