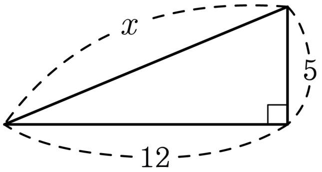
1. 다음 그림에서 x 의 값은?



① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

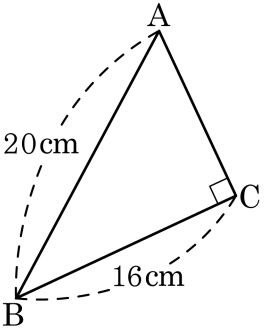
피타고라스 정리에 따라

$5^2 + 12^2 = x^2$

$x^2 = 169$

$x > 0$ 이므로 $x = 13$ 이다.

2. 다음과 같은 직각삼각형 ABC 의 넓이는?



① 92cm^2 ② 94cm^2 ③ 96cm^2 ④ 98cm^2 ⑤ 100cm^2

해설

피타고라스 정리에 따라

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BC}^2$

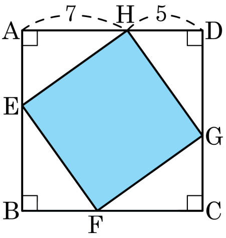
$\overline{AC}^2 = 400 - 256 = 144$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$

따라서 직각삼각형 ABC 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle AEH$ 와 이와 합동인 세 개의 삼각형을 이용하여 정사각형 ABCD 를 만들었다. 이때, 정사각형 EFGH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

$\overline{AH} = 7, \overline{HD} = \overline{AE} = 5$ 이고 $\triangle AEH$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{EH}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{AE}^2 = 7^2 + 5^2 = 74$ 이다.

사각형 EFGH 는 정사각형이므로 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{GH}$ 이다.

따라서 정사각형 EFGH 의 넓이는 $\overline{EH}^2 = 74$ 이다.

4. 직각삼각형 ABC의 각 변의 길이는 $x-1$, x, $x+1$ 이다. x의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x^2 - 2x + 1$

$x^2 - 4x = 0$

$\therefore x = 4 (\because x > 0)$

5. 가장 짧은 변의 길이가 x 이고, 나머지 두 변의 길이가 각각 15, 17 인 삼각형이 예각삼각형이기 위한 x 의 값의 범위는?

① $8 < x < 15$ ② $8 < x < 17$ ③ $9 < x < 15$

④ $9 < x < 17$ ⑤ $15 < x < 17$

해설

i) $x + 15 > 17, x > 2$

ii) $x^2 + 15^2 > 17^2, x > 8$

iii) $x < 15$

$\therefore\ 8 < x < 15$

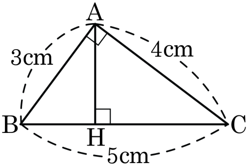
6. 세 변의 길이가 각각 4, 5, a 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 가 아닌 것은? (단, $a > 5$)

① 7 ② 7.5 ③ 8 ④ 8.5 ⑤ 9

해설

a 가 가장 긴 변이므로 $a^2 > 4^2 + 5^2$, $a^2 > 41$, a 는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 $a < 4+5, a < 9$ 이다. 따라서 9 는 a 가 될 수 없다.

7. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

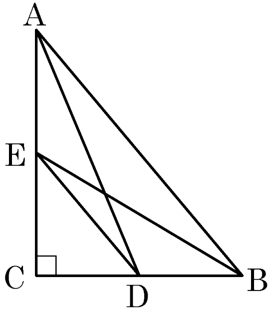
▷ 정답 : $\frac{16}{5}$

해설

큰 삼각형과 작은 두 삼각형이 서로 닮음이므로 $\overline{CH} = x$ 라고 할 때, $5 : 4 = 4 : x$ 이 성립한다.

따라서 $x = \frac{16}{5}$

8. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2 = 21$ 일 때, $\overline{DE}^2 + \overline{AB}^2$ 을 구하여라.



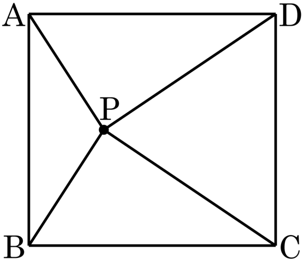
▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$\overline{DE}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BE}^2$ 이므로 $\overline{DE}^2 + \overline{AB}^2 = 21$

9. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PA} = 4, \overline{PC} = 6$ 일 때, $\overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 의 값을 구하여라.

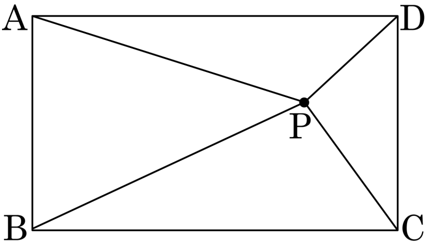


① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{PB^2} + \overline{PD^2} = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PB} = 5\text{cm}$, $\overline{PD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA^2} + \overline{PC^2}$ 의 값을 구하여라.



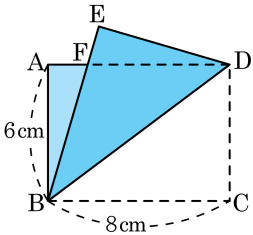
▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$\overline{PA^2} + \overline{PC^2} = 5^2 + 4^2 = 41$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\overline{AF}$ 의 길이를 x 로 놓을 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 x 에 관한 식으로 나타내면?

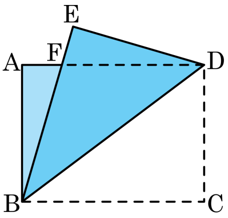


① $x+4$　② $2x$　③ $8-x$　④ $6-x$　⑤ x^2

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle EDF$ 이므로 $\overline{AF}=x$ 라 하면
$\overline{BF}=8-x$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle BFD$ 는 어떤 삼각형인가?



① $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형

② $\angle F = 90°$ 인 직각삼각형

③ $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형

④ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 삼각형

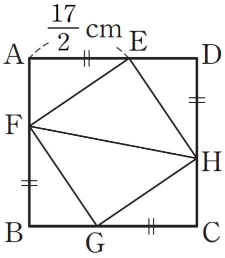
⑤ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 정삼각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle EDF$ 이므로 $\triangle BFD$ 는 $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.

13.

오른쪽 그림과 같은 넓이가 $144\ \text{cm}^2$인 정사각형 ABCD에서 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=\frac{17}{2}\ \text{cm}$일 때, $\overline{FH}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13cm

해설

$\square ABCD=\overline{AD}^2=144$이므로 $\overline{AD}=12\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{DE}=12-\frac{17}{2}=\frac{7}{2}\ (\text{cm})$

이때 $\triangle AFE\equiv\triangle BGF\equiv\triangle CHG\equiv\triangle DEH$이므로

$\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$

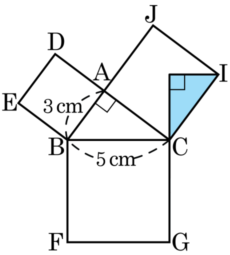
즉, $\square EFGH$는 정사각형이다.

$\triangle AFE$에서 $\overline{EF}^2=\left(\frac{7}{2}\right)^2+\left(\frac{17}{2}\right)^2=\frac{169}{2}$

이때 $\triangle EFH$는 $\overline{EF}=\overline{HE}$, $\angle FEH=90^\circ$인 직각이등변삼각형이므로 $\overline{FH}^2=2\times\overline{EF}^2=2\times\frac{169}{2}=169$

$\therefore\ \overline{FH}=13\ (\text{cm})$

14. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 만들었다. $\overline{AB} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, 색칠되어 있는 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\underline{\frac{96}{25}\,\text{cm}^2}$

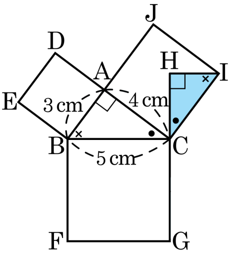
해설

점 I에서 $\overline{CG}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

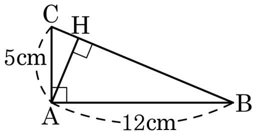
$\triangle ABC$와 $\triangle CIH$는 각의 크기가 모두 같으므로 닮음이다.

따라서 $\overline{HI} = 3 \times \frac{4}{5}$, $\overline{HC} = 4 \times \frac{4}{5}$

$\triangle CIH$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{16}{5} \times \frac{12}{5} = \frac{96}{25}(\text{cm}^2)$



15. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발이 H 라 할 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{144}{13}$ cm

해설

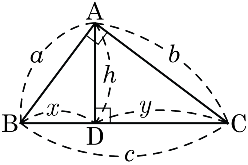
$\triangle$ABC 는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{BC} = 13\,\text{cm}$

$\overline{BH} = x$ 라 하자.

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$12^2 = 13x$ 이므로 $x = \dfrac{144}{13}(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 90°$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $h^2 = xy$ ② $b^2 = cy$

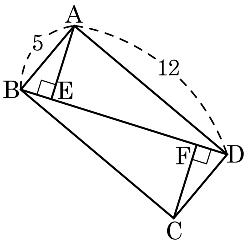
③ $a^2 = cx$ ④ $c^2 = ab$

⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

④ $c^2 = a^2 + b^2$

17. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

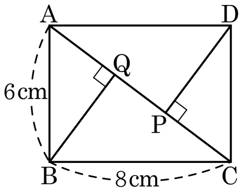
$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}=13$

$5\times12=13\times\overline{AE}$, $\overline{AE}=\frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE}=\overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE}+\overline{CF}=\frac{60}{13}+\frac{60}{13}=\frac{120}{13}$ 이다.

18. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



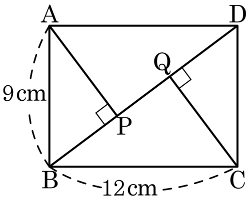
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2.8 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로
$\overline{AC} = 10(\mathrm{cm})$ 이다.
$\overline{AQ} = \overline{PC}$ 이고 $\triangle ABQ$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮음이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서
$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로
$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{PQ} = 10 - 3.6 - 3.6 = 2.8(\mathrm{cm})$ 이다.

19. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{AP}+\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



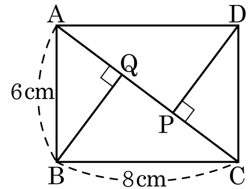
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}=15(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AP}\times\overline{BD}=\overline{AB}\times\overline{AD}$ 이므로,
$\overline{AP}=7.2(\text{cm})$ 이다.
$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로
$\overline{PD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{BD}$ 에서
$\overline{AD}^2=\overline{PD}\times\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD}=9.6(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AP}+\overline{PD}=7.2+9.6=16.8(\text{cm})$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B, D 에서 수선을 내렸을 때, $\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하여라.



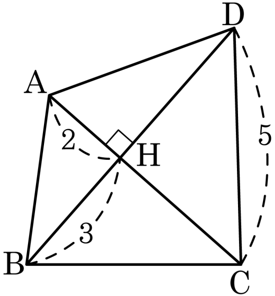
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 8.64 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하기 위해서 $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 각각 구하면,
$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.
$\triangle ABQ$와 $\triangle ABC$는 닮음이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$에서
$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로
$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$
$\overline{BQ} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$
$\overline{BQ} = \dfrac{48}{10} = 4.8(\text{cm})$
따라서 $\triangle ABQ$ 의 넓이는
$\dfrac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(\text{cm}^2)$ 이다.

21. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{AH} = 2$, $\overline{BH} = 3$, $\overline{CD} = 5$ 일 때, $\overline{AD^2} + \overline{BC^2}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

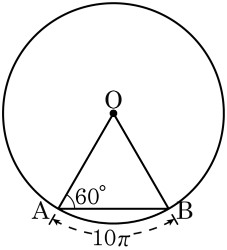
▷ 정답 : 38

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = (2^2 + 3^2) + 5^2 = 38$

$\therefore \overline{AD^2} + \overline{BC^2} = 38$

22. 다음 그림과 같이 $\angle \mathrm{OAB} = 60°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\widehat{\mathrm{AB}} = 10\pi$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle \mathrm{OAB}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{AOB} = 60°$ 이고,

$2\pi \times \overline{\mathrm{OA}} \times \dfrac{60°}{360°} = 10\pi,\ \overline{\mathrm{OA}} = 30$

점 O 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면

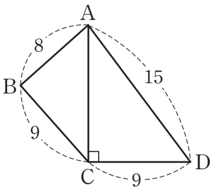
$\overline{\mathrm{OA}} : \overline{\mathrm{AH}} = 2 : 1$

$\overline{\mathrm{AH}} = 15$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{AH}} = 30$

23.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각삼각형

▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$\triangle ACD$에서

$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \ \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

24. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{P}(3,\ 4)$, $\mathrm{Q}(x,\ -4)$ 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

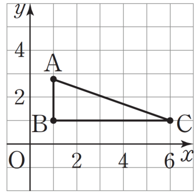
▷ 정답 : $x = -3$

해설

$$\overline{\mathrm{PQ}}^2 = (x-3)^2 + (-4-4)^2$$
$$= (x-3)^2 + 64 = 100$$
$$(x-3)^2 = 36$$
$$x-3 = \pm 6$$
$$\therefore\ x = 9,\ -3$$

25.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$가 있다. 두 점 $A\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, $C(6,\ 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6,\ 1)$이므로 점 B의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=\frac{12}{7}$, $\overline{BC}=5$이므로

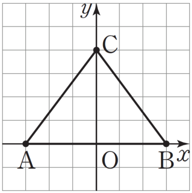
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\left(\frac{12}{7}\right)^2+5^2=\frac{1369}{49}$

$\therefore\ \overline{AC}=\frac{37}{7}$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$이다.

26.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. $A(-3,\ 0)$, $B(3,\ 0)$, $C(0,\ 4)$일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

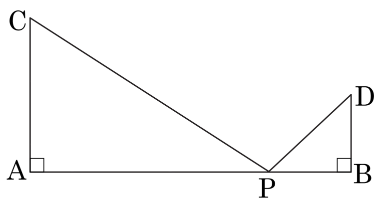
$\triangle AOC$에서

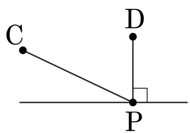
$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=\overline{BC}=5$

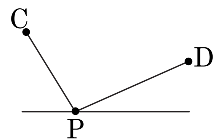
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

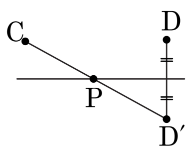
$=5+6+5=16$

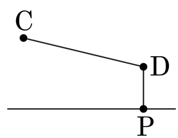
27. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최단 거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?

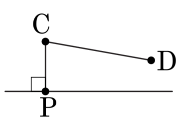


①


②


③


④


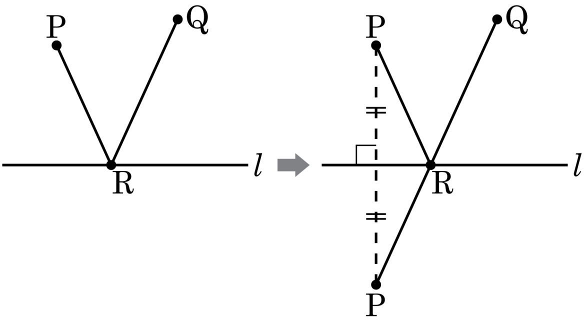
⑤


해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

28. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\boxed{}$에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 $\boxed{}$가 직선 l과 만나는 점을 $\boxed{}$로 잡는다.

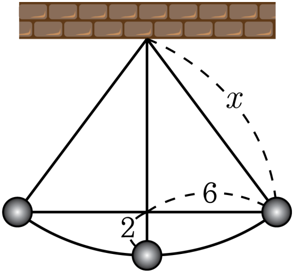


① l, PQ, Q ② l, PQ, R ③ l, P′Q, R
④ Q, PQ, Q ⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

29. 다음 그림처럼 길이가 x 인 줄에 매달린 추가 좌우로 왕복운동을 하고 있다. 추가 천장과 가장 가까울 때와, 가장 멀 때의 차이가 2 일 때, 추가 매달려 있는 줄의 길이를 구하여라. (단 추의 크기는 무시한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

밑변이 2 이고 빗변이 x 인 직각삼각형으로 생각하면 높이가 $x-2$ 이므로

피타고라스 정리에 따라

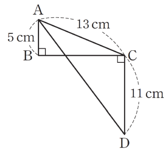
$x^2 = (x-2)^2 + 6^2$

$4x = 4 + 36$

$x = 10$ 이다.

30.

오른쪽 그림에서 $\angle ABC = \angle BCD = 90°$이고, $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{AC} = 13$ cm, $\overline{CD} = 11$ cm 일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20cm

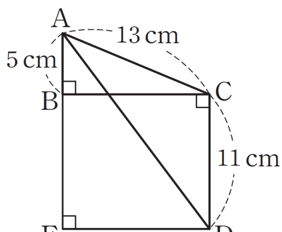
해설

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144$

$\therefore \ \overline{BC} = 12\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하면



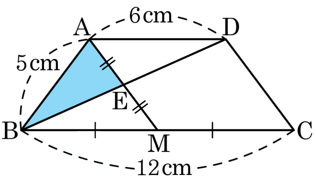
$\triangle AED$에서 $\overline{ED} = \overline{BC} = 12$ cm,

$\overline{AE} = 5 + 11 = 16\,(\text{cm})$이므로

$\overline{AD}^2 = 12^2 + 16^2 = 400$

$\therefore \ \overline{AD} = 20\,(\text{cm})$

31. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M , $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{EM}$ 이 성립한다. $\triangle AEB$ 의 넓이를 구하여라.

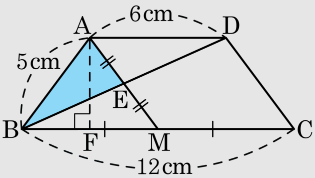


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $6\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하자.

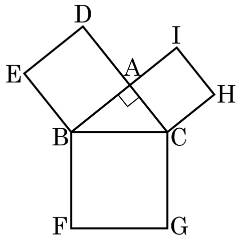


$\overline{BF} = 3\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{AF} = 4\,\text{cm}$

따라서 $\triangle ABM$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

이 때, $\triangle AEB$ 의 넓이는 $\triangle ABM$ 의 넓이의 $\dfrac{1}{2}$ 배이므로 $\triangle AEB$ 의 넓이는 6cm^2 이다.($\because \overline{AE} = \overline{EM}$)

32. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. △ABC 의 넓이가 10 이고 □ADEB 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21 ② 22 ③ 23

④ 24 ⑤ 25

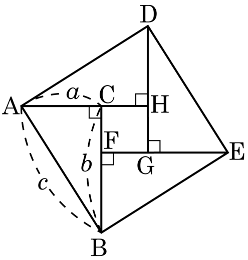
해설

□ADEB + □ACHI = □BFGC

□BFGC − □ACHI = □ADEB

따라서 구하는 넓이는 □ADEB = 25 이다.

33. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

34. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$ ② $2m+n$ ③ $m+2n$

④ $2(m+n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

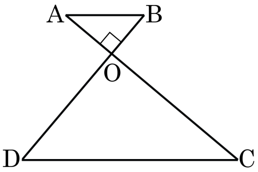
$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$

$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$

$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$

$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

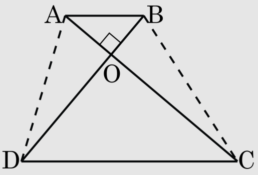
35. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①

$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②

$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③

$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④

①과 ③을 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤

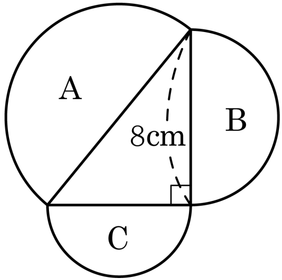
②와 ④를 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥

⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

36. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, A $= \dfrac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

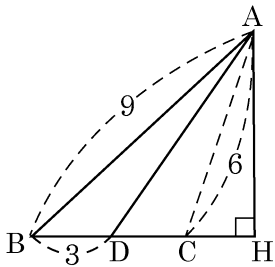
해설

지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \dfrac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $\mathrm{C} = \mathrm{A} - \mathrm{B} = \left(\dfrac{25}{2} - 8\right)\pi = \dfrac{9}{2}\pi$ 이므로 $\mathrm{A} : \mathrm{B} : \mathrm{C} = \dfrac{25}{2} : 8 : \dfrac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

37. 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 둔각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AC} = 6$ 이고, $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하면 $\overline{BD} = 3$ 이다. 이 때, 점 A 에서 변 BC 의 연장선에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\triangle BAD = \angle CAD$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$9 : 6 = 3 : \overline{DC} \quad \therefore \ \overline{DC} = 2$

$\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH}^2 = 6^2 - \overline{CH}^2 \cdots$ ㉠

마찬가지로 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2 \cdots$ ㉡

㉠ = ㉡ 에서

$6^2 - \overline{CH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2, \quad 10 \times \overline{CH} = 20$

$\overline{CH} = 2$

38. 길이가 3, 4, 5, 6, 7 인 다섯 개의 선분 중, 3 개를 선택하여 삼각형을 만들 때, 만들어진 삼각형이 둔각삼각형일 확률을 구하여라.

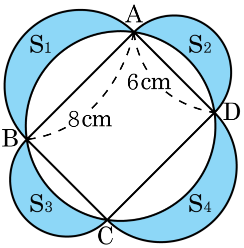
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{9}$

해설

다섯 개의 선분 중 세 개를 선택하는 경우의 수는 (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (3, 5, 7), (3, 6, 7), (4, 5, 6), (4, 5, 7), (4, 6, 7), (5, 6, 7) 의 9가지이다.
이 중 둔각삼각형이 되는 경우는 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 제곱의 합보다 커야 하므로 (3, 4, 6), (3, 5, 6), (3, 5, 7), (3, 6, 7), (4, 5, 7) 의 5 가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{9}$ 이다.

39. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 각 변을 지름으로 하는 반원과 ABCD의 대각선을 지름으로 원을 그린 것이다. $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 48 cm^2

해설

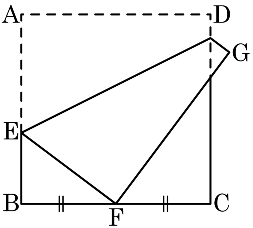
직사각형 ABCD에 대각선 $\overline{BD}$를 그으면 히포크라테스의 원이 2개가 나온다.

S_1+S_2는 $\triangle ABD$의 넓이와 같고, S_3+S_4는 $\triangle BCD$의 넓이와 같다.

그러므로 $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.

$8\times 6=48(cm^2)$

40. 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접을 때, $\triangle$EBF 의 넓이를 구하여라. (단, 점 F 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{75}{8}$

해설

$\overline{EB} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = \overline{EF}$ 이므로

$\overline{EF} = 10 - x$ 이다.

$\triangle$EBF 에서

$(10 - x)^2 = x^2 + 5^2$

$100 - 20x + x^2 = x^2 + 25$

$20x = 75$

$\therefore\ x = \dfrac{15}{4}$

$\therefore\ \triangle EBF = \dfrac{1}{2} \times 5 \times \dfrac{15}{4} = \dfrac{75}{8}$