**1.** 분수함수 $y = \dfrac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의 점근선 중 하나가 $x=-1$ 이고 점 $(1,\ 2)$ 를 지난다고 한다. 이 분수함수의 정의역이 $\{x \mid -3 \le x < -1$ 또는 $-1 < x \le 1\}$ 일 때, 치역을 구하면? (단, $a,\ b$ 는 상수)

① $\{y \mid y < 0$ 또는 $y > 2\}$

② $\{y \mid y \le 0$ 또는 $y \ge 2\}$

③ $\{y \mid 0 \le y \le 2\}$

④ $\{y \mid y < 1$ 또는 $1 < y \le 2\}$

⑤ $\{y \mid y < 1$ 또는 $y \ge 2\}$

해설

분수함수 $y = \dfrac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의

점근선 중 하나가 $x=-1$ 이므로

$x = -\dfrac{1}{a} = -1$

$\therefore\ a = 1$

따라서, 주어진 분수함수는 $y = \dfrac{x+b}{x+1}$

이고

이 함수의 그래프가 점 $(1,\ 2)$ 를 지나

므로

$2 = \dfrac{1+b}{1+1} \quad \therefore b = 3$

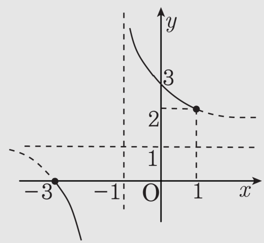
$\therefore\ y = \dfrac{x+3}{x+1}$

따라서 $-3 \le x < -1$ 또는 $-1 < x \le 1$ 에서

$y = \dfrac{x+3}{x+1} = \dfrac{2}{x+1} + 1$ 의 그래프는

다음 그림과 같으므로 구하는 치역은

$\{y \mid y \le 0$ 또는 $y \ge 2\}$



**2.** 다음 그래프 중 평행이동에 의하여 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은?

① $y = \frac{x+1}{x-1}$　② $y = \frac{x}{x-1}$　③ $y = \frac{x-2}{x-1}$

④ $y = \frac{-x}{x-1}$　⑤ $y = \frac{x+3}{x+1}$

해설

$y = \frac{1}{x}$과 겹쳐지는 함수는 $y = \frac{1}{x-a} + b$의 꼴로 된 것이다.

$\therefore$ ② $y = \frac{x}{x-1} = \frac{x-1+1}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$

**3.** 평행이동 $f:(x,\ y)\to(x+m,\ y+n)$ 에 의하여 분수함수 $y=\dfrac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y=\dfrac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y=\dfrac{x+1}{x}=\dfrac{1}{x}+1$ 의 그래프를
$x$ 축의 방향으로 $m$ 만큼,$y$ 축의 방향으로
$n$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\dfrac{1}{x-m}+1+n$이 식이
$y=\dfrac{-x+3}{x-2}=\dfrac{-(x-2)+1}{x-2}=\dfrac{1}{x-2}-1$ 과 같으므로
$m=2,\ 1+n=-1$ 에서 $n=-2$
$\therefore\ m-n=4$

**4.** 점 $(0, 1)$을 지나고 점근선이 $x = -2,\ y = 2$인 함수 $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$의 그래프는 다음 중 어느 것을 평행이동한 것인가?

① $y = -\dfrac{1}{x}$ ② $y = -\dfrac{2}{x}$ ③ $y = -\dfrac{3}{x}$

④ $y = \dfrac{1}{x}$ ⑤ $y = \dfrac{2}{x}$

해설

$y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$의 점근선이 $x = -2,\ y = 2$이므로

$y = \dfrac{k}{(x+2)} + 2$로 놓을 수 있고

이것이 점$(0, 1)$를 지나므로

$1 = \dfrac{k}{2} + 2$

$\therefore\ k = -2$

따라서 $y = \dfrac{-2}{x+2} + 2$이므로

이 그래프는 $y = -\dfrac{2}{x}$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $-2$만큼 $y$축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

**5.** $y = \dfrac{2}{x-1} - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $y = \dfrac{2}{x}$ 의 그래프를 $x$축으로 $-1$, $y$축으로 $-2$만큼 평행이동한 그래프이다.

② 치역은 $\mathrm{R} - \{-2\}$ 이다.

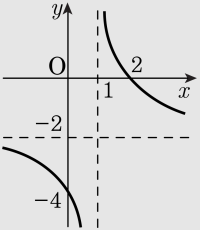
③ 제 2사분면을 지나지 않는다.

④ 점근선은 $x = 1,\ y = -2$ 이다.

⑤ 정의역은 $\mathrm{R} - \{1\}$ 이다.

해설

$y = \dfrac{2}{x-1} - 2$ 의 그래프는 $y = \dfrac{2}{x}$ 의 그래프를 $x$축 방향으로 1만큼, $y$축 방향으로 $-2$만큼 평행이동시킨 그래프로 다음 그림과 같다.




따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

**6.** $x^2 - x - 6 \geq 0$ 일 때, 함수 $y = \dfrac{x+2}{x-2}$ 의 최댓값을 $M$ , 최솟값을 $m$ 이라 한다. 이때, $M + m$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

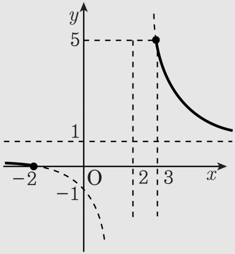
$x^2 - x - 6 \geq 0$ 에서

$(x+2)(x-3) \geq 0$

$\therefore\ x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$

$y = \dfrac{x+2}{x-2} = \dfrac{(x-2)+4}{x-2}$

$= \dfrac{4}{x-2} + 1$




즉, $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$ 에서

$y = \dfrac{x+2}{x-2}$ 의 그래프는 다음 그림과

같으므로 $x = -2$ 일 때, 최솟값 0,

$x = 3$ 일 때, 최댓값 5

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 5 이다.

**7.** 다음과 같은 두 집합 $A$, $B$에 대하여 $A \cap B = \varnothing$일때, 상수 $a$의 값의 범위를 구하면?

$$A = \left\{(x,\ y) \mid y = \frac{|x-1|}{x}\right\}$$
$$B = \left\{(x, y) \mid y = ax\right\}$$

① $a < 0$ ② $a > 0$ ③ $0 < a < 1$

④ $0 \leq a \leq 1$ ⑤ $a < 0, a > 1$

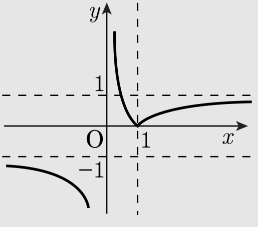
해설

$y = \dfrac{|x-1|}{x}$ 에서

$x \geq 1$ 일 때,

$y = \dfrac{x-1}{x} = -\dfrac{1}{x} + 1$

$x < 1$ 일 때, $y = \dfrac{1-x}{x} = \dfrac{1}{x} - 1$




$A \cap B = \varnothing$ 이려면 위의 곡선과 원점을 지나는 직선 $y = ax$가 만나지 않아야 하므로 , 윗쪽 그림에서 직선은 제 2, 4사분면에만 존재해야 한다.

따라서 구하는 $a$의 값의 범위는 $a < 0$

**8.** 분수함수 $f(x) = \dfrac{x+3}{2x-1}$ 에 대하여 합성함수 $y = (f \circ f \circ f)(x)$ 의 그래프는 점 $(a,\ b)$ 에 대하여 대칭이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

분수함수 $f(x) = \dfrac{x+3}{2x-1}$ 에서

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = \frac{\dfrac{x+3}{2x-1} + 3}{2 \cdot \dfrac{x+3}{2x-1} - 1}$$

$$= \frac{x+3+3(2x-1)}{2(x+3)-(2x-1)} = x$$ 이므로

$y = (f \circ f \circ f)(x) = f((f \circ f)(x)) = f(x)$

따라서, $y = f(x)$ 의 점근선은

$x = \dfrac{1}{2},\ y = \dfrac{1}{2}$ 이고, 그 그래프는 점근선의

교점 $\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{2}\right)$ 에 대하여 대칭이므로

$a = \dfrac{1}{2},\ b = \dfrac{1}{2}$

$\therefore\ a+b = 1$

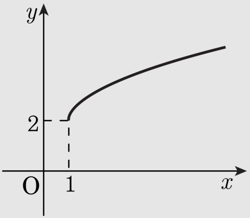
**9.** 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c(a > 0)$ 의 정의역이 $\{ x \mid x \geq 1 \}$이고, 치역이 $\{ y \mid y \geq 2 \}$일 때, $\dfrac{2a^2 + c^2 - 2b}{2a}$ 의 최솟값을 구하면?

① $-\sqrt{2}$ ② $1$ ③ $2\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{2}+1$ ⑤ $2\sqrt{2}+2$

해설

정의역과 치역의 조건에 의하여 주어진 무리함수의 그래프는 다음과 같다.
즉 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$의 형태임을 알 수 있다.




$y = \sqrt{ax+b} + c$와 비교해보면 $b = -a, c = 2$이다.

$\therefore \dfrac{2a^2 + c^2 - 2b}{2a} = \dfrac{2a^2 + 4 + 2a}{2a} = a + \dfrac{2}{a} + 1$

$a > 0$이므로 $a + \dfrac{2}{a} \geq 2\sqrt{2}$

따라서 $a + \dfrac{2}{a} + 1 \geq 2\sqrt{2} + 1$이므로

최솟값은 $2\sqrt{2}+1$ 이다.

**10.** 무리함수 $y = \sqrt{a-x} - 1$ 의 그래프가 원점을 지나고 정의역이 $\{x \mid x \le \alpha\}$, 치역이 $\{y \mid y \ge \beta\}$ 일 때, $a+\alpha+\beta$ 의 값을 구하면?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

주어진 무리함수의 그래프가
점 $(0,\ 0)$ 을 지나므로
$0 = \sqrt{a-1}$
$\therefore a = 1$
즉, 주어진 무리함수는 $y = \sqrt{1-x} - 1$ 이고
$1 - x \ge 0$ 에서 $x \le 1$ 이므로
정의역은 $\{x \mid x \le 1\}$
$\therefore \alpha = 1$
또, $y = \sqrt{1-x} - 1$ 에서
$y + 1 = \sqrt{1-x} - 1$이므로 $y + 1 \ge 0$
치역은 $\{y \mid y \ge -1\}$
$\therefore \beta = -1$
$\therefore a + \alpha + \beta = 1$

**11.** 함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를 $x$축의 방향으로 $1$만큼, $y$축의 방향으로 $b$만큼 평행이동하였더니 함수 $y = \sqrt{-2x+4} - 3$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, 상수 $a$, $b$ 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

함수 $y = \sqrt{-2x+a}$ 의 그래프를
$x$축의 방향으로 $1$만큼, $y$축의 방향으로 $b$만큼
평행이동한 함수의 그래프의 식은
$y = \sqrt{-2(x-1)+a} + b = \sqrt{-2x+2+a} + b$
이 식이 $y = \sqrt{-2x+4} - 3$과 같으므로
$2 + a = 4,\ b = -3$
$\therefore\ a = 2,\ b = -3$

**12.** 다음 중 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 의 그래프가 그려지는 사분면을 옳게 나타낸 것을 고르면? (단, $ab \neq 0$ )

① $ab >\ 0$ 이면 제 3사분면

② $ab <\ 0$ 이면 제 4사분면

③ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면

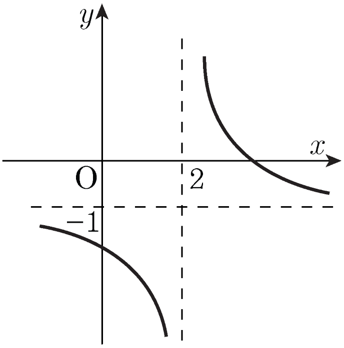
④ $a > 0, b < 0$ 이면 제 1사분면

⑤ $a < 0, b < 0$ 이면 제 2사분면

해설

㉠ $ab > 0 \Leftrightarrow (a > b$ 이고 $b > 0)$ 또는 $(a < 0$ 이고 $b < 0)$ 이므로 제 1사분면 또는 제 3사분면에 그래프가 그려진다.
㉡ $ab < 0 \Leftrightarrow (a > 0$ 이고 $b < 0)$ 또는 $(a < 0$ 이고 $b > 0\ )$ 이므로 제 2사분면 또는 제 4사분면에 그래프가 그려진다.
㉢ $a < 0, b > 0$ 이면
제 4사분면에 그래프가 그려진다.
㉣ $a > 0, b < 0$ 이면
제 2사분면에 그래프가 그려진다.
㉤ $a < 0, b < 0$ 이면
제 3사분면에 그래프가 그려진다.

**13.** 분수함수 $y=\dfrac{b}{x+a}+c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 무리함수 $y=\sqrt{cx+a}+b$의 그래프가 지나는 사분면을 모두 구하면?




① 제1사분면 ② 제2사분면 ③ 제3사분면
④ 제4사분면 ⑤ 제1, 2사분면

해설

$y=\dfrac{b}{x+a}+c$의 점근선은 $x=-a,\ y=c$
그림에서 $-a>0,\ c<0$이고, $b>0$
$\therefore\ a<0,\ b>0,\ c<0\cdots$ ㉠

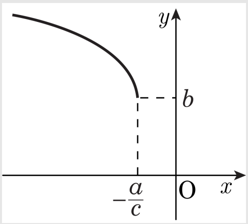
한편 $y=\sqrt{cx+a}+b=\sqrt{c\left(x+\dfrac{a}{c}\right)}+b$이므로

$c\left(x+\dfrac{a}{c}\right)\geq 0$

이때 $c<0$이므로 $x\leq -\dfrac{a}{c}$

㉠에서 $-\dfrac{a}{c}<0$이므로 $x<0$

또 $y=\sqrt{cx+a}+b\geq b$
따라서 그래프는 다음 그림과 같이




제2사분면만을 지난다.

**14.** 함수 $y = \sqrt{2x+2} + a$ 의 그래프가 제 1 , 3 , 4 사분면을 지나도록 하는 정수 $a$의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

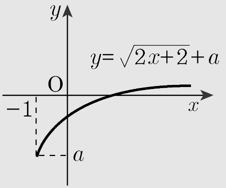
▷ 정답 : $-2$

해설

$y = \sqrt{2x+2} + a = \sqrt{2(x+1)} + a$

주어진 함수는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $-1$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 $a$ 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 이 함수의 그래프가 제 1 , 3 , 4 사분면을 지나려면 $x = 0$ 일 때, $y < 0$ 이어야 한다.




$\sqrt{2} + a < 0$ 이므로 $a < -\sqrt{2}$

따라서 정수 $a$의 최댓값은 $-2$이다.

**15.** 다음 함수 중 그 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은?

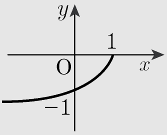
① $y=-\sqrt{1-x}$ ② $y=\sqrt{2x+4}-3$

③ $y=-\sqrt{2x+3}+3$ ④ $y=\sqrt{1-4x}+5$

⑤ $y=-\sqrt{6-2x}-1$

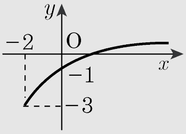
해설

① 제 3, 4 사분면을 지난다.



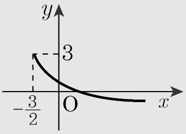

$y=-\sqrt{1-x}$

② 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



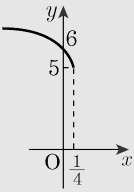

$y=\sqrt{2x+4}-3$

③ 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.



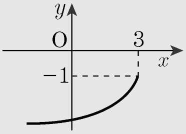

$y=-\sqrt{2x+3}+3$

④ 제 1, 2 사분면을 지난다.




$y=\sqrt{1-4x}+5$

⑤ 제 3, 4 사분면을 지난다.




$y=-\sqrt{6-2x}-1$

따라서 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은 ②이다.

**16.** 함수 $y=1-\sqrt{2-x}$의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 2\}$이다.

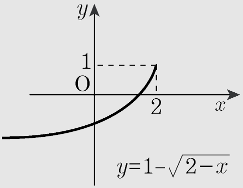
② 치역은 $\{y \mid y \geq 1\}$이다.

③ 그래프는 점 $(-2,\ -1)$ 을 지난다.

④ 그래프는 $y=-\sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

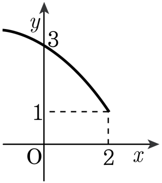
⑤ 그래프는 제 1, 2, 3사분면을 지난다.

**해설**




① 정의역은 $\{x \mid x \leq 2\}$이다.
② 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$이다.
④ 그래프는 $y=-\sqrt{-x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
⑤ 그래프는 제 1, 3, 4사분면을 지난다.

**17.** 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $a+b+c$의 값은?




① $-1$ ② $0$ ③ $1$

④ $2$ ⑤ $3$

해설

주어진 그림은 $y = \sqrt{ax}$의 그래프를

$x$축 방향으로 2, $y$축 방향으로 1만큼 평행이동한

것이므로 $y - 1 = \sqrt{a(x-2)}$

즉 $y = \sqrt{a(x-2)} + 1$

그런데 이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3 = \sqrt{-2a} + 1$

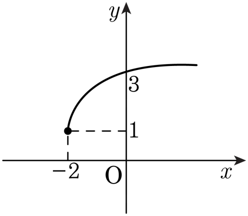
$\sqrt{-2a} = 2,\ -2a = 4$

$\therefore a = -2$

$\therefore y = \sqrt{-2x+4} + 1$

$\therefore a + b + c = (-2) + 4 + 1 = 3$

**18.** 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 $x$ 축으로 $-2$ 만큼, $y$ 축으로 1만큼 평행이동한 것과 같으므로 $y = \sqrt{a(x+2)}+1$

또, 점 $(0,\ 3)$ 을 지나므로

$3 = \sqrt{2a}+1,\ \ \sqrt{2a} = 2$

$\therefore\ \ a = 2$

따라서 $y = \sqrt{2(x+2)}+1 = \sqrt{2x+4}+1$ 이고,

이것이 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 와 일치하므로

$a = 2,\ b = 4,\ c = 1$

$\therefore\ \ a+b+c = 7$

**19.** $a \le x \le 1$ 일 때, $y = \sqrt{3-2x}+1$ 의 최솟값이 $m$, 최댓값이 6 이다. 이때, $m-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

함수 $y = \sqrt{3-2x}+1 = \sqrt{-2\left(x-\dfrac{3}{2}\right)}+1$ 는

$y = \sqrt{-2x}$ 를 $x$ 축의 양의 방향으로 $\dfrac{3}{2}$ 만큼,

$y$축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로

이 함수는 감소함수이다.

따라서, $x = a$에서 최댓값을 가지므로

$6 = \sqrt{3-2a}+1 \Leftrightarrow \sqrt{3-2a} = 5$

$\therefore a = -11$

또한, $x = 1$에서 최솟값을 가지므로

$m = \sqrt{3-2\times 1}+1 = 2$

$\therefore m-a = 13$

**20.** $-4 \le x \le 1$ 에서 함수 $y = 1 - \sqrt{a - 3x}$ 의 최댓값이 0 일 때, 최솟값은? (단, $a$ 는 상수이다.)

① -3　　② -2　　③ -1　　④ 0　　⑤ 1

해설

$$y = 1 - \sqrt{a - 3x} = 1 - \sqrt{-3\left(x - \frac{a}{3}\right)}$$

주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{-3x}$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $\frac{a}{3}$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로 $x$ 의 값이 증가할 때, $y$ 의 값도 증가한다.

$x = 1$ 일 때 최댓값을 가지므로

$0 = 1 - \sqrt{a - 3}$　$\therefore\ a = 4$

$x = -4$ 일 때 최솟값을 가지므로

$y = 1 - \sqrt{4 - 3 \cdot (-4)} = -3$

따라서 최솟값은 $-3$ 이다.

**21.** $-\frac{1}{3} \le x \le \frac{8}{3}$ 에서 함수 $y=\sqrt{3x+a}+2$ 의 최댓값이 $b$ , 최솟값이 2 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y=\sqrt{3x+a}+2=\sqrt{3\left(x+\frac{a}{3}\right)}+2$$

주어진 함수의 그래프는 $y=\sqrt{3x}$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $-\frac{a}{3}$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 $x$ 의 값이 증가할 때, $y$ 의 값도 증가한다.

i) $x=-\frac{1}{3}$ 일 때 최솟값을 가지므로

$$2=\sqrt{3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)+a}+2 \quad \therefore\ a=1$$

ii) $x=\frac{8}{3}$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$b=\sqrt{3\cdot\frac{8}{3}+1}+2=5$$

i), ii) 에서 $a+b=1+5=6$

**22.** $8 \le x \le a$ 에서 함수 $y = -\sqrt{x+1} + 3$ 의 최댓값이 $b$ , 최솟값이 $-1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -\sqrt{x+1} + 3$ 의 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $-1$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이므로 $x$ 의 값이 증가할 때, $y$ 의 값은 감소한다.

$x = a$ 일 때 최솟값을 가지므로

$-1 = -\sqrt{a+1} + 3 \quad \therefore \ a = 15$

$x = 8$ 일 때 최댓값을 가지므로

$b = -\sqrt{8+1} + 3 = 0$

$\therefore \ a + b = 15 + 0 = 15$

**23.** $x$에 대한 방정식 $\sqrt{2x}=m(x+1)$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 상수 $m$의 값의 범위는 $\alpha < m < \beta$ 이다. 이때, $\alpha^2+\beta^2$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{4}$　　② $\frac{1}{2}$　　③ $1$　　④ $\frac{3}{4}$　　⑤ $2$

해설

방정식 $\sqrt{2x}=m(x+1)$ 의 해는
두 그래프 $y=\sqrt{2x}$와 $y=m(x+1)$ 의 교점의 $x$ 좌표이다.
이때, 직선 $y=m(x+1)$ 은 $m$ 의 값에 관계없이
점 $(-1,\ 0)$ 을 지난다.
$y=\sqrt{2x}$ 의 그래프와 직선 $y=m(x+1)$ 이
서로 다른 두 점에서 만나려면 $m>0$ 이고,
$m$ 은 두 그래프가 접할 때의 기울기보다 작아야 한다.
$\sqrt{2x}=m(x+1)$ 의 양변을 제곱하면
$2x=m^2(x+1)^2$
$m^2x^2+2(m^2-1)x+m^2=0$
이 방정식의 판별식을 $D$ 라 하면
$$\frac{D}{4}=(m^2-1)^2-m^4=0$$
$$-2m^2+1=0,\ m^2=\frac{1}{2}$$
$$\therefore m=\frac{1}{\sqrt{2}}(\because m>0)$$
따라서, $m$의 값의 범위는 $0<m<\frac{1}{\sqrt{2}}$ 이므로
$$\therefore \alpha^2+\beta^2=\frac{1}{2}$$

**24.** 무리함수 $y = \sqrt{kx}$의 그래프가 두 점 $(2,\ 2)$, $(3,\ 6)$을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 $k$의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 11 개

해설

함수 $y = \sqrt{kx}$의 그래프가 점 $(2,\ 2)$를 지날 때

$2 = \sqrt{2k},\quad 2k = 4$

$\therefore k = 2$

또, 함수 $y = \sqrt{kx}$의 그래프가 점 $(3,\ 6)$을 지날 때

$6 = \sqrt{3k},\quad 3k = 36$

$\therefore k = 12$

따라서 구하는 실수 $k$의 값의 범위는

$2 \le k \le 12$ 이므로

정수 $k$는 $2,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 12$ 의 11개다.

**25.** $x > 2$에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $f(x) = \sqrt{x-2}+2$, $g(x) = \dfrac{1}{x-2}+2$일 때 $(f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(f \cdot g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$
$(g \cdot f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$
$\therefore (f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3) = 6$

**26.** 무리함수 $y = \sqrt{x-a}+1$에 대하여 $f^{-1}(2)=3$일 때, 상수 $a$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(3)=2$

$\therefore 2 = \sqrt{3-a}+1$

$\therefore a = 2$

**27.** 정의역이 $\{x \mid x > 1\}$인 두 함수 $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{3(x-1)}$에 대하여 $(f \circ g)^{-1}\left(\dfrac{1}{4}\right)$의 값은?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

**해설**

$(f \circ g)^{-1}\left(\dfrac{1}{4}\right) = a$라 하면

$(f \circ g)(a) = \dfrac{1}{4}$이고

$$f(g(a)) = f(\sqrt{3(a-1)}) = \frac{1}{\sqrt{3(a-1)}+1}$$ 이므로

$$\frac{1}{\sqrt{3(a-1)}+1} = \frac{1}{4}$$

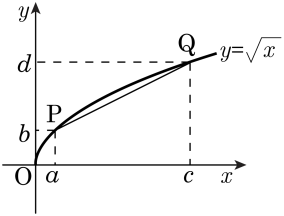
$\sqrt{3(a-1)}+1 = 4$,

$\sqrt{3(a-1)} = 3$

$3(a-1) = 9$, $a-1 = 3$, $a = 4$

$\therefore (f \circ g)^{-1}\left(\dfrac{1}{4}\right) = 4$

**28.** 함수 $y=\sqrt{x}$ 의 그래프 위의 두 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$, $\mathrm{Q}(c,\ d)$ 에 대하여 $\dfrac{b+d}{2}=1$ 일 때, 직선 PQ 의 기울기를 구하면? (단, $0<a<c$ )




① $\dfrac{1}{5}$　② $\dfrac{1}{4}$　③ $\dfrac{1}{3}$
④ $\dfrac{1}{2}$　⑤ $1$

해설

두 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$, $\mathrm{Q}(c,\ d)$ 는
함수 $y=\sqrt{x}$ 의 그래프 위의 점이므로
$b=\sqrt{a},\ d=\sqrt{c}$
$\therefore\ a=b^2,\ c=d^2$
따라서 직선 PQ 의 기울기는
$\dfrac{d-b}{c-a}=\dfrac{d-b}{d^2-b^2}=\dfrac{d-b}{(d-b)(d+b)}=\dfrac{1}{d+b}$ 이고
$\dfrac{b+d}{2}=1$ 에서 $b+d=2$ 이므로
$(\therefore$ 직선 PQ 의 기울기$)=\dfrac{1}{2}$

**29.** 함수 $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$의 그래프가 직선 $y=ax+b$에 대하여 대칭일 때, $a-b$의 값은? (단, $a<0$ )

① $-4$ ② $-3$ ③ $-2$ ④ $-1$ ⑤ $0$

해설

$$y=\frac{2x+5}{x+1}=\frac{2(x+1)+3}{x+1}=\frac{3}{x+1}+2$$

이므로

주어진 함수의 그래프는 점$(-1,\ 2)$를 지나고

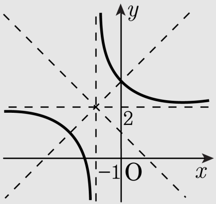
기울기가 $\pm 1$인 직선에 대하여 대칭이다.

이 때, 구하는 직선의 기울기가 음수이므로

직선의 방정식은 $y-2=-(x+1)$

$\therefore\ y=-x+1$

따라서 $a=-1,\ b=1$이므로 $a-b=-2$

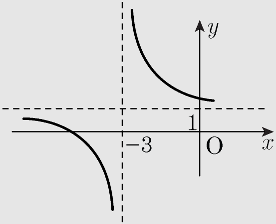


**30.** 다음 중 함수 $y = \dfrac{x+6}{x+3}$ 의 그래프는 제$a$사분면을 지나지 않고, 점 $(0,\ b)$를 지난다고 할 때, $a-b$의 값은?

① $-6$ ② $-4$ ③ $0$ ④ $2$ ⑤ $4$

해설

$$y = \frac{x+3+3}{x+3} = 1 + \frac{3}{x+3}$$

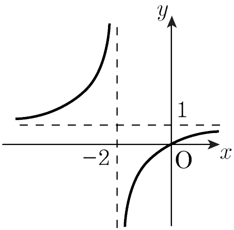



따라서 제4사분면을 지나지 않는다. $\therefore\ a = 4$

$x = 0$일 때 $y = \dfrac{6}{3} = 2$, $\therefore\ b = 2$

$\therefore\ a - b = 4 - 2 = 2$

**31.** 함수 $y = \dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?




① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$y = 1 + \dfrac{k}{x+2}$, $(k \neq 0)$ 가 점 $(0,\ 0)$ 을 지나므로

$0 = 1 + \dfrac{k}{0+2}$, $\quad k = -2$

따라서 $y = 1 + \dfrac{-2}{x+2} = \dfrac{x}{x+2}$

$\therefore \quad a = 1,\ b = 0,\ c = 2$

$\therefore \quad a + b + c = 3$

**32.** $0 \le x \le 2$일 때, 함수 $y = \dfrac{2x-4}{x-4}$의 최댓값을 $M$, 최솟값을 $m$이라 한다. $Mm$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-4} = \frac{4}{x-4} + 2$$

$x = 0$일 때 최대이므로, $M = \dfrac{4}{0-4} + 2 = 1$

$x = 2$일 때 최소이므로, $m = \dfrac{4}{2-4} + 2 = 0$

$\therefore \quad Mm = 1 \times 0 = 0$

**33.** 함수 $f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x)=\dfrac{2x-4}{-x+3}$ 일 때, 함수 $y=|x+a|+b+c$ 의 최솟값은?

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

$f^{-1}$ 의 역함수가 $f$ 이므로 $f(x)=(f^{-1})^{-1}(x)$

$y=f^{-1}(x)=\dfrac{2x-4}{-x+3}$ 를

$x$ 에 대하여 풀면, $x=\dfrac{3y+4}{y+2}$

$x$ 와 $y$ 를 바꾸면, $y=f(x)=\dfrac{3x+4}{x+2}$

$f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 이므로 $a=3,\ b=4,\ c=2$

함수 $y=|x+3|+6$ 은 $x=-3$ 일 때, 최솟값 6 을 갖는다.