

1. 150 에 가장 가까운 9 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 153

해설

$9 \times 16 = 144$, $9 \times 17 = 153$ 이므로 150 에 가장 가까운 9 의 배수는 153 이다.

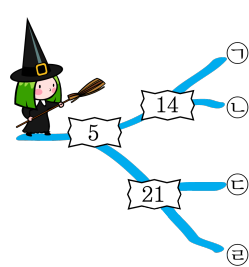
2. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 10 과 같다. ② 5 의 제곱이다. ③ 지수는 5 이다.
④ 밑은 2 이다. ⑤ 2^5 보다 크다.

해설

- ① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.
③ 지수는 2 이다.
④ 밑은 5 이다.
⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

3. 다음은 온라인 수학 게임의 한 장면을 나타낸 것이다. 마법사는 길을 따라 가다가 갈림길에 주어진 수가 소수이면 오른쪽 소수가 아니면 왼쪽 길을 선택한다. 마법사의 최종 도착지는 ㉠ ~ ㉣ 중 어디인지 말하여라.

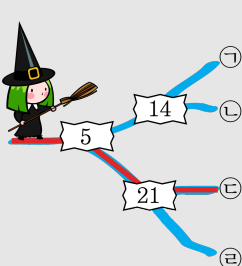


▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

5는 소수이므로 첫 갈림길에서 오른쪽 길로 간다. 그 다음 21은 소수가 아니므로 두 번째 갈림길에서는 왼쪽으로 간다. 따라서 최종 도착지는 ㉢이다.



4. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ㉠ 1은 소수가 아니다.
- ㉡ 모든 소수는 홀수이다.
- ㉢ 모든 수는 약수의 개수가 2개 이상이다.
- ㉣ 가장 작은 소수는 3이다.
- ㉤ 4와 9는 서로소이다.

해설

- ㉡ 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.
- ㉢ 1의 약수는 1뿐이다.
- ㉣ 가장 작은 소수는 2이다.

5. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
따라서 $x = 2, y = 5$
 $y - x = 3$

6. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

7. 다음 중 180 의 약수는?

① $2^3 \times 5$

② $3^2 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $3^3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

8. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?

① 12

② 18

③ 32

④ 36

⑤ 75

해설

① $12 = 2^2 \times 3$

$\therefore (2+1) \times (1+1) = 6(\text{개})$

② $18 = 2 \times 3^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

③ $32 = 2^5$

$\therefore (5+1) = 6(\text{개})$

④ $36 = 2^2 \times 3^2$

$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$

⑤ $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

9. 두 자연수 x, y 가 있다. x 를 y 로 나누었더니 몫이 15 , 나머지가 2 이었다. 이때, x 를 5 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = y \times 15 + 2 = 5 \times y \times 3 + 2$ 이다.
따라서 나머지는 2 이다.

10. $3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, \dots \rightarrow 4$ 번 거듭제곱을 할 때
마다 일의 자릿수는 1 이 된다.

$2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, \dots \rightarrow 4$ 번 거듭제곱을 할 때
마다 일의 자릿수는 6 이 된다.

3^{2009} 의 일의 자릿수는 3 이고,

2^{2009} 의 일의 자릿수는 2 이므로,

$3^{2009} - 2^{2009}$ 의 일의 자릿수는 1 이 된다.

$\therefore 3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지는 1 이다.

11. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 12

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

12. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠

$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7 \times 5$
- ㉡

$x \times x \times y \times x \times y = x^2 \times y^3$
- ㉢

$4 \times 4 = 2^4$
- ㉣

$2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 + 3^3$
- ㉤

$\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \frac{3}{5^3}$

- ① 0 개
- ② 1 개
- ③ 3 개
- ④ 4 개
- ⑤ 5 개

해설

- ㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$
- ㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^3 \times y^2$
- ㉣ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 \times 3^3$
- ㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$

13. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4

② $3 + 3 + 3 + 3$

③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$

⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

14. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{array}{r} 2) 360 \\ 2) 180 \\ 2) 90 \\ 3) 45 \\ 3) 15 \\ 5 \end{array}$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 3 + 2 + 1 = 6$$

15. 다음 중 $2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 의 소인수를 모두 구한 것은?

- ① 2, 3, 5 ② 2, 3 ③ 2
④ 3, 5 ⑤ $2^3, 5$

해설

$2^4 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

16. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5 ② 7 ③ 15 ④ 21 ⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

17. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2² 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

18. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수 :

$(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수 :

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (x + 1) = 12$ (개)

$\therefore x = 1$

19. 자연수 $3^4 \times A$ 의 약수의 개수가 10 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$10 = 10 \times 1 = 5 \times 2$$

(1) $10 = 10 \times 1 = (9 + 1)$ 일 때,

$$3^4 \times A = 3^9 \quad \therefore A = 3^5$$

그러나 $3^5 = 243$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $10 = 5 \times 2 = (4 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,

$$3^4 \times A = 3^4 \times (3^0 \text{이 아닌 소수})$$

$$\therefore A = 2, 5, 7, 11, 13, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 11이다.

20. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
 $7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$ 이다.