1. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$가 되었다. 이 때, a, b, c를 순서대로 쓴 것은?

① $-1,\ 0,\ 1$ ② $-1,\ 1,\ 2$ ③ $-2,\ -1,\ 1$
④ $-1,\ -1,\ -2$ ⑤ $-1,\ 2$

해설

$$x^2-2x-y^2+2y=(x+y)(x-y)-2(x-y)$$
$$=(x-y)(x+y-2)$$
$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ c=-2$

2. $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$을 인수분해하면?

① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$
③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$
⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2+x=X$라 하자.

(준식) $= X(X+1)-6$
$= X^2+X-6$
$= (X+3)(X-2)$
$= (x^2+x+3)(x^2+x-2)$
$= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)$

3. $(x^4-8x^2-9) \div (x^2-9)$ 를 계산하여라.

① x^2+1 ② x^2-1 ③ x^2+2
④ x^2-2 ⑤ x^2+3

해설
$x^4-8x^2-9=(x^2-9)(x^2+1)$
$\therefore$ (준식)$=x^2+1$

4. 다항식 $(x-1)^3+27$을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$ ② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$ ④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$을 A로 치환하면
준 식 $=A^3+27=(A+3)(A^2-3A+9)$
다시 $x-1$을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

5. $x^4+3x^2+4=(x^2+x+2)(x^2+ax+b)$일 때, 상수 a, b의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

(좌 변) $=(x^2+2)^2-x^2$

$=(x^2+x+2)(x^2-x+2)$

$\therefore\ a=-1,\ b=2$

$\therefore ab=-1\times 2=-2$

6. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해 하였더니 $(x+ay)(x-by+c)$가 된다고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

x^2-2x-y^2+2y

$=(x^2-y^2)-2(x-y)$

$=(x+y-2)(x-y)$

$=(x+ay)(x-by+c)$

계수를 비교하면

$a=-1, b=-1, c=-2$

$\therefore a+b+c=-1-1-2=-4$

7. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$

$\therefore a+b+c = 4$

8. x에 대한 다항식 x^3-2x^2-x+2가 $(x+a)(x+b)(x+c)$로 인수분해 될 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은? (단, a, b, c는 상수)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^3-2x^2-x+2=(x+1)(x-1)(x-2)$

$a^2+b^2+c^2=(-1)^2+1^2+2^2=6$

9. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$을 이용하여 $\dfrac{1999^3+1}{1998\times1999+1}$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$라 하면

$1998\times1999+1 = (a-1)a+1 = a^2-a+1$

$$\therefore \frac{1999^3+1}{1998\times1999+1} = \frac{a^3+1}{a^2-a+1} = \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} = a+1 = 2000$$

10. 두 다항식 $3x^4-2x^3-9x^2+4$, $3x^3-3x^2-6x$의 최대공약수를 구하면?

① $(x-1)(x-2)$ ② $(x+1)(x+2)$ ③ $(x+1)(x-2)$
④ $(x-1)(x-2)$ ⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$3x^4-2x^3-9x^2+4$
$=(x+1)(x-2)(x+1)(3x-2)$
$3x^3-3x^2-6x=3x(x-2)(x+1)$
$\therefore$ 최대공약수 : $(x-2)(x+1)$

11. 다음 중 $x^2+y^2+2xy-2x-2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x+y$ ② $-x-y$ ③ $x+y-2$

④ $x-y$ ⑤ $2x+2y$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준 식}) &= (x^2+2xy+y^2)-2(x+y)\\
&= (x+y)^2-2(x+y)\\
&= (x+y)(x+y-2)
\end{aligned}
$$

한편,

$$
\begin{aligned}
(x+y)(x+y-2) &= -(-x-y)(x+y-2)\\
&= \frac{1}{2}(2x+2y)(x+y-2)
\end{aligned}
$$

12. 자연수 n에 대하여 다음 등식이 성립할 때, x^2-y^2의 값은?

$$[(x+y)^n+(x-y)^n]^2-[(x+y)^n-(x-y)^n]^2=4\times 3^n$$

① 3　② 4　③ 6　④ 7　⑤ 9

해설

$[(x+y)^n+(x-y)^n]^2-[(x+y)^n-(x-y)^n]^2$
$=4\times 3^n$
$4\{(x+y)(x-y)\}^n=4\times 3^n$
$4(x^2-y^2)^n=4\times 3^n$
$\therefore\ x^2-y^2=3$

13. $1-4x^2-y^2+4xy=(1+ax+by)(1+cx+dy)$ 일 때, $ac+bd$ 의 값을 구하면?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

(준식) $=1-(4x^2-4xy+y^2)$
$=1^2-(2x-y)^2$
$=(1+2x-y)(1-2x+y)$
$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=-2,\ d=1$
$\therefore\ ac+bd=2\times(-2)+(-1)\times1=-5$

14. 다음 보기 중 항상 옳다고 할 수 <u>없는</u> 등식은?

㉠ $x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$
㉡ $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
㉢ $(x^2+x+1)(x^2-x-1)=x^4+x+1$
㉣ $x^2-x-2=(x-2)(x+1)$
㉤ $(x-y)^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$

① ㉠　② ㉡　③ ㉢　④ ㉣　⑤ ㉤

해설

㉢ $x+1=A$로 치환하여 전개하면
$(x^2+A)(x^2-A)=x^4-A^2=x^4-x^2-2x-1$

15. 다항식 $2x^2-2y^2+3xy+5x+5y+3$ 을 두 일차식의 곱으로 인수분해하였을 때, 두 일차식의 합으로 옳은 것은?

① $3x+3y-2$ ② $3x-y-4$ ③ $3x+y+4$
④ $3x+y-2$ ⑤ $3x-y+2$

해설

$2x^2+(3y+5)x-\left(2y^2-5y-3\right)$
$=\{2x+(2y+1)\}\{x-(y-3)\}$
$\therefore\ (2x+2y+1)+(x-y+3)=3x+y+4$

16. $x^6+4x^4+x^2-6$ 이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)(x^2+d)$ 로 인수분해 될 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

① -5 ② -2 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

조립제법을 이용한다.

$x^6+4x^4+x^2-6=(x+1)(x-1)(x^4+5x^2+6)$

$=(x+1)(x-1)(x^2+2)(x^2+3)$

$\therefore a+b+c+d=5$

17. 다음 중 $x^4-4x^3-7x^2+34x-24$를 인수분해 하였을 때, 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x+3$ ④ $x+4$ ⑤ $x-4$

해설

$f(x)=x^4-4x^3-7x^2+34x-24$라 하면
$f(1)=f(2)=0$이므로
$f(x)$ 는 $x-1, x-2$를 인수로 갖는다.
조립제법을 해 보면 즉,
$x^4-4x^3-7x^2+34x-24$
$=(x-1)(x-2)(x^2-x-12)$
$=(x-1)(x-2)(x-4)(x+3)$

18. $\dfrac{11^6 - 1}{11^2(11^2+1)+1}$ 의 값을 구하면?

① 119 ② 120 ③ 121 ④ 122 ⑤ 123

해설

$$\frac{(11^2)^3 - 1}{(11^2)^2 + (11^2) + 1}$$

$$= \frac{(11^2-1)\{(11^2)^2 + (11^2) + 1\}}{(11^2)^2 + (11^2) + 1}$$

$$= 11^2 - 1 = (11+1)(11-1) = 120$$

19. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

20. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$일 때, $(x+y)(y+z)(z+x)$의 값은?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

해설

$x+y+z=1$을 변형하면

(준식) $= (1-z)(1-x)(1-y)$

$= 1-(x+y+z)+(xy+yz+zx)-xyz$

$= 1-1+2-3=-1$

21. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\
&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\
&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2)
\end{aligned}
$$

$\therefore\ a + b + c + d = 4$

22. 두 다항식 $f(x) = x^3 - ax + b, g(x) = x^2 + ax - 2b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $f(x), g(x)$ 의 최소공배수를 구하면?

① $(x-1)^2(x+1)(x+2)$ ② $(x-1)^2(x+4)(x+2)$
③ $(x-1)(x+1)^2(x+2)$ ④ $(x-1)(x+4)^2(x+2)$
⑤ $(x-1)(x+4)(x+2)^2$

해설

인수정리에 의해
$f(1) = 1 - a + b = 0$
$g(1) = 1 + a - 2b = 0$
연립하면, $a = 3, b = 2$
$\therefore f(x) = x^3 - 3x + 2$
조립제법을 이용하면,
$f(x) = (x-1)^2(x+2)$
$g(x) = x^2 + 3x - 4 = (x-1)(x+4)$
$\therefore$ 최소공배수: $(x-1)^2(x+4)(x+2)$

23. 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$이고, 곱이 $2x^3+ax^2+bx+3$일 때, $a-b$의 값은?(단, a, b는 상수)

① -3　② 3　③ -1　④ 1　⑤ 0

해설

두 다항식은 $(x-1)p, (x-1)q$(p, q은 서로 소)라 할 수 있다.
두 다항식의 곱은 $(x-1)^2pq = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$
즉, $2x^3 + ax^2 + bx + 3$는 $x-1$로 나눌 때 연속으로 나누어 떨어진다.
조립제법을 사용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & a & b & 3 \\ & & 2 & a+2 & a+b+2 \\ \hline 1 & 2 & a+2 & a+b+2 & a+b+5=0 \\ & & 2 & a+4 & \\ \hline & 2 & a+4 & a+b+6=0 & \end{array}$$

$a+b=-5, 2a+b=-6$을 연립하여 풀면
$a=-1, b=-4$
$\therefore\ a-b=3$

해설

$(x-1)^2(2x+k) = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$
$(x^2-2x+1)(2x+k) = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$
상수항을 비교하면 $k=3$
이차항의 계수를 비교하면 $3x^2-4x^2=ax^2$
$\therefore\ a=-1$
일차항의 계수를 비교하면
$-6x+2x=bx\ \therefore\ b=-4$
$\therefore\ a-b=3$

24. x^2+ax-9와 x^2+bx+c의 합은 $2x^2-4x-6$, 최소공배수는 x^3-x^2-9x+9이다. $a-b+c$의 값을 구하여라. (단, a, b, c는 상수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$A = x^2 + ax - 9 = Gp$

$B = x^2 + bx + c = Gq$라 하면

$A + B = (p+q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x+1)(x-3)$

$L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x-1) - 9(x-1)$

$= (x-1)(x^2-9) = (x-1)(x+3)(x-3)$

따라서, $G = x-3$, $p = x+3$, $q = x-1$이다.

$\therefore\ A = (x+3)(x-3) = x^2 - 9$

$\quad B = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$

$\therefore\ a = 0,\ b = -4,\ c = 3$

$\therefore\ a - b + c = 7$

25. 이차항의 계수가 1인 세 이차식 A, B, C가 다음 세 조건을 만족할 때, A를 구하면?

㉠ A, B의 최대공약수는 $x-2$이다.
㉡ B, C의 최대공약수는 $x+1$이다.
㉢ A, C의 최소공배수는 x^3-2x^2-x+2이다.

① x^2-4x+3　② x^2-3x+2　③ x^2-2x+1
④ x^2-2x-3　⑤ x^2-x+2

해설

이차항의 계수가 1인 세 이차식 A, B, C에 대하여
A, B의 최대공약수가 $x-2$이므로
$A=(x-2)(x-\alpha)$, $B=(x-2)(x-\beta)$
B, C의 최대공약수가 $x+1$이므로
$B=(x+1)(x-2)$, $C=(x+1)(x-\gamma)$
A, C의 최소공배수는
$x^3-2x^2-x+2=(x+1)(x-2)(x-1)$
$\therefore\ x-\alpha=x-\gamma=x-1$
$\therefore\ A=(x-2)(x-1)=x^2-3x+2$

26. 두 다항식 A, B의 최대공약수 G를 $A \cdot B$, 최소공배수 L을 $A \bigstar B$로 나타내기로 한다. 다음 중 $(A^2 \cdot B^2) \bigstar (A^2 \cdot AB)$와 같은 것은?

① 1　② A　③ AB　④ AL　⑤ AG

해설

$A = aG,\ B = bG\ (a,\ b$는 서로소$)$라 하면
$A^2 \cdot B^2 = a^2G^2 \cdot b^2G^2 = G^2$
$A^2 \cdot AB = a^2G^2 \cdot abG^2 = aG^2$
$\therefore (A^2 \cdot B^2) \bigstar (A^2 \cdot AB) = G^2 \bigstar aG^2 = aG^2 = AG$

27. 두 다항식 A, B의 최대공약수 G를 $A * B$, 최소공배수 L을 $A \bigstar B$로 나타내기로 할 때, $(A^2 * B^2) \bigstar (A^2 * AB)$와 같은 것은?

① AG ② A ③ AL ④ AB ⑤ I

해설

$A = Ga,\ B = Gb$(a, b는 서로소)로 놓으면

$(A^2 * B^2) \bigstar (A^2 * AB)$

$= (G^2a^2 * G^2b^2) \bigstar (G^2a^2 * G^2ab)$

$= G^2 \bigstar G^2a$

$= G^2a$

$= AG$

28. 1999 개의 다항식 x^2-2x-1, x^2-2x-2, $\cdots$, $x^2-2x-1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

① 43 개　② 44 개　③ 45 개　④ 46 개　⑤ 47 개

해설

$x^2-2x-n=(x+a)(x-b)$ (a, b 는 자연수) 라 하면 ($1 \le n \le 1999$ 인 자연수)

$ab=n$, $a=b-2$

$\therefore n=1\cdot3,\ 2\cdot4,\ 3\cdot5,\ \cdots,\ 43\cdot45(=1935)$ 의 43 개

29. $(x+2)(x-3)(x+6)(x-9)+21x^2$을 인수분해하면 $(x^2+p)(x^2+qx-18)$이다. pq의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \{(x+2)(x-9)\}\{(x-3)(x+6)\} + 21x^2 \\
&= (x^2-7x-18)(x^2+3x-18) + 21x^2 \\
&= \{(x^2-18)-7x\}\{(x^2-18)+3x\} + 21x^2 \\
&= (x^2-18)^2 - 4x(x^2-18) - 21x^2 + 21x^2 \\
&= (x^2-18)(x^2-4x-18)
\end{aligned}
$$

따라서 $p=-18$, $g=-4$

$\therefore pg = (-18)\times(-4) = 72$

30. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 상수 k의 값을 정하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$
$=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-k$
$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-k$
$x^2+5x=X$로 치환하면
(준식) $=(X+4)(X+6)-k$
$=X^2+10X+24-k$
완전제곱식이 되려면 $24-k=25$
$\therefore\ k=-1$

31. x^4-11x^2+1 이 $(x^2+ax+b)(x^2+3x+b)$로 인수분해될 때, $a+b$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} x^4-11x^2+1 &= (x^2-1)^2-9x^2 \\ &= (x^2-1)^2-(3x)^2 \\ &= (x^2-3x-1)(x^2+3x-1) \\ &= (x^2+ax+b)(x^2+3x+b) \end{aligned}$$

$\therefore\ a=-3,\ b=-1$

$\therefore\ a+b=-4$

32. 다음 중 다항식 $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a-b$ ② $b-c$ ③ $c-a$

④ $a+b+c$ ⑤ $a-b+c$

해설

주어진 식을 a에 관하여 정리하면

(준식)$= a^3(b-c) - a(b^3-c^3) + bc(b^2-c^2)$

$= (b-c)\{a^3 - a(b^2+bc+c^2) + bc(b+c)\}$

$= (b-c)\{b^2(c-a) + b(c^2-ca) - a(c^2-a^2)\}$

$= (b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2)$

$= (b-c)(c-a)\{c(b-a) + (b^2-a^2)\}$

$= (b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

33. a, b, c가 $\triangle ABC$의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식 $a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$을 만족하는 삼각형의 모양은?

① 직삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$

$a^2(a+b) - b^2(a+b) - c(a^2 - b^2) = 0$

$(a+b)(a^2 - ac + bc - b^2) = 0$

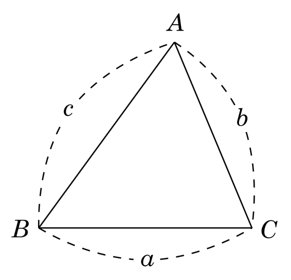
$(a+b)\{((a-b)(a+b) - c(a-b)\} = 0$

$(a+b)(a-b)(a+b-c) = 0$

$a+b > 0, a+b-c > 0$이므로 $a = b$

$\therefore a = b$인 이등변삼각형

34. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c인 $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $a^3+b^3+c^3-ab(a+b)+bc(b+c)-ca(c+a)=0$이 성립할 때, $\triangle\mathrm{ABC}$는 어떤 삼각형인가?



① $a=b$인 이등변삼각형
② $a=c$인 이등변삼각형
③ $\angle\mathrm{A}=90°$인 직각삼각형
④ $\angle\mathrm{B}=90°$인 직각삼각형
⑤ $\angle\mathrm{C}=90°$인 직각삼각형

해설

$a^3+b^3+c^3-ab(a+b)+bc(b+c)-ca(c+a)$
$=a^3+b^3+c^3-a^2b-ab^2+b^2c+bc^2-c^2a-ca^2$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+b^3+b^2c+bc^2+c^3$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+b^2(b+c)+c^2(b+c)$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+(b+c)(b^2+c^2)$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)(a-b-c)$
$=(a-b-c)a^2-(b^2+c^2)(a-b-c)$
$=(a-b-c)(a^2-b^2-c^2)$
$=0$
이 때, a, b, c는 삼각형의 세 변의 길이이므로 $a\neq b+c$
$\therefore\ a^2-b^2-c^2=0$,
즉 $a^2=b^2+c^2$
따라서, $\triangle\mathrm{ABC}$는 a를 빗변으로 하는 직각삼각형,
즉 $\angle\mathrm{A}=90°$인 직각삼각형이다.

35. 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형에 대하여 $(a^2+b^2)c+(a+b)c^2=(a+b)(a^2+b^2)+c^3$이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① $b=c$인 이등변 삼각형　② a가 빗변인 직각삼각형

③ $a=c$인 이등변 삼각형　④ c가 빗변인 직각삼각형

⑤ 정삼각형

해설

준식을 c에 관한 내림차순으로 정리하면

$c^3-(a+b)c^2-(a^2+b^2)c+(a+b)(a^2+b^2)$ 에서

$c^2\{c-(a+b)\}-(a^2+b^2)\{c-(a+b)\}$

$=\{c-(a+b)\}\{c^2-(a^2+b^2)\}$

$=(c-a-b)(c^2-a^2-b^2)=0$

a ,b ,c 는 삼각형의 세변이므로

$c-a-b\neq 0$이고 $c^2-a^2-b^2=0$

즉 $c^2=a^2+b^2$이므로 c가 빗변인 직각 삼각형이다.

36. $x^4+4y^4=(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2)$을 이용하여 다음 식의 값을 구하면?

$$\frac{(11^4+324)(23^4+324)(35^4+324)(47^4+324)}{(5^4+324)(17^4+324)(29^4+324)(41^4+324)}$$

① 192　② 193　③ 194　④ 195　⑤ 196

해설

$x^4+4y^4=(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2)$
$=\{(x-y)^2+y^2\}\{(x+y)^2+y^2\}$ 이고,
$324=4\times3^4$ 이므로
$11^4+324=(11^2-2\times11\times3+2\times3^2)(11^2+2\times11\times3+2\times3^2)$
$=\{(11-3)^2+3^2\}\{(11+3)^2+3^2\}$
$=(8^2+3^2)(14^2+3^2)$
따라서 차례대로 모두 정리해 보면 주어진 식은

$$\frac{\{(8^2+3^2)(14^2+3^2)\}\{(20^2+3^2)(26^2+3^2)\}}{\{(2^2+3^2)(8^2+3^2)\}\{(14^2+3^2)(20^2+3^2)\}}$$
$$\frac{\{(32^2+3^2)(38^2+3^2)\}\{(44^2+3^2)(50^2+3^2)\}}{\{(26^2+3^2)(32^2+3^2)\}\{(38^2+3^2)(44^2+3^2)\}}$$
$$=\frac{50^2+3^2}{2^2+3^2}=\frac{2509}{13}=193$$

37. $\dfrac{899^3+1}{899\times 898+1}$ 의 양의 약수의 개수는?

① 27 개　② 25 개　③ 21 개　④ 18 개　⑤ 15 개

해설

$a=899$ 라 치환하면

(준 식) $=\dfrac{a^3+1}{a(a-1)+1}$

$=\dfrac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}$

$=a+1=900$

$900=2^2\times 3^2\times 5^2$

$\therefore$ 900 의 약수의 개수 $=(2+1)\times(2+1)\times(2+1)$

$=27$

38. 두 다항식 A, B에 대하여 $\{A,\ B\} = A^2 + B^2 - AB$라 할 때, $\{x^2 + 1,\ 2x^2 - 3\} - 7$을 실수 범위에서 인수분해한다. 이 때, 인수가 아닌 것은?

① $x - \sqrt{2}$　　② $x - 1$　　③ x

④ $x + 1$　　⑤ $x + \sqrt{2}$

해설

$\{x^2 + 1,\ 2x^2 - 3\} - 7$

$= (x^2 + 1)^2 + (2x^2 - 3)^2 - (x^2 + 1)(2x^2 - 3) - 7$

$= x^4 + 2x^2 + 1 + 4x^4 - 12x^2 + 9 - 2x^4 + x^2 + 3 - 7$

$= 3x^4 - 9x^2 + 6$

$= 3(x^4 - 3x^2 + 2)$

$= 3(x^2 - 1)(x^2 - 2)$

$= 3(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

39. 두 다항식 $x^2 + 4x + 2k$와 $x^2 + 3x + k$의 최대공약수가 x에 대한 일차식일 때, 상수 k값들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = x^2 + 4x + 2k$, $B = x^2 + 3x + k$라고 하면 $A - B = x + k$
$A - B$는 최대공약수 G를 인수로 갖고,
주어진 조건에서 두 식의 최대공약수가 일차식이므로
두 식의 최대공약수는 $x + k$이다.
A, B는 최대공약수 $x + k$를 인수로 가지므로
A에 $x = -k$를 대입하면
$k^2 - 2k = 0$, $k(k - 2) = 0$
$\therefore\ k = 0$ 또는 $k = 2$
따라서, k값들의 합은 2이다.

40. 두 다항식 x^2+3x+p, x^2+px+q의 최소공배수가 $x^3-13x+12$일 때, $p+q$의 값은?

① -1　　② -2　　③ -3　　④ -4　　⑤ -5

해설

$x^3-13x+12=(x-1)(x-3)(x+4)$ 두 다항식의 곱이 4차식이고 최소공배수가 3차식이므로 최대공약수는 1차식이다.
$(\because\ AB=GL)$

ⅰ) G.C.M. $=x-1$이면 $p=-4,\ q=3$
이 때 두 식은 $(x-1)(x+4),\ (x-1)(x-3)$이므로 조건에 맞는다.

ⅱ) G.C.M. $=x-3$이면 $p=-18,\ q=45$
이 때 두 식은 $(x-3)(x+6),\ (x-3)(x-15)$이므로 조건에 맞지 않는다.

ⅲ) G.C.M. $=x+4$일 때도 ⅱ)와 같음

ⅰ), ⅱ), ⅲ)에서 $p+q=-1$

41. $(a+b)(b+c)(c+a)+abc$를 인수분해 하면?

① $(a+b)(ab+bc+ca)$

② $(b+c)(ab+bc+ca)$

③ $(a+b)(a+b+c)$

④ $(a+b+c)(ab+bc+ca)$

⑤ $(b+c)(a+b+c)$

해설

$a+b+c=k$ 라 하면

(준식)$=(k-a)(k-b)(k-c)+abc$

$=k^3-(a+b+c)k^2+(ab+bc+ca)k-abc+abc$

$=k\left\{k^2-(a+b+c)k+(ab+bc+ca)\right\}$

$=(a+b+c)(ab+bc+ca)$ $(\because a+b+c=k)$

42. $\dfrac{bx(a^2x^2+2a^2y^2+b^2y^2)}{bx+ay}+\dfrac{ay(a^2x^2+2b^2x^2+b^2y^2)}{bx+ay}$ 을 간단히 하면?

① $a^2x^2+b^2y^2$

② $(ax+by)^2$

③ $(bx+ay)^2$

④ $2(a^2x^2+b^2y^2)$

⑤ $(ax+by)(bx+ay)$

해설

(분자)$= bx(a^2x^2+2a^2y^2+b^2y^2)+ay(a^2x^2+2b^2x^2+b^2y^2)$

$= bx(a^2x^2+b^2y^2)+2a^2bxy^2+ay(a^2x^2+b^2y^2)+2ab^2x^2y$

$= (a^2x^2+b^2y^2)(bx+ay)+2abxy(ay+bx)$

$= (bx+ay)(a^2x^2+2abxy+b^2y^2)$

$= (bx+ay)(ax+by)^2$

따라서, (준 식)$= (ax+by)^2$

43. 다음 식 $(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$의 인수가 아닌 것은?

① $a+b$　　② $b+c$　　③ $c+a$

④ $b-a$　　⑤ $-b-c$

해설

전개하여 a에 대한 내림차순으로 정리하면

$(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$

$=(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a+bc(b+c)$

$=(b+c)\left\{a^2+(b+c)a+bc\right\}$

$=(b+c)(a+b)(a+c)$

$\therefore$ ④ $b-a$는 인수가 아니다

44. $-a^2(b-c)-b^2(c-a)-c^2(a-b)$ 을 인수분해했을 때, 각 인수들의 합이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $a+b$　　② $2a-2b$　　③ $2b-2a$

④ $2b-2c$　　⑤ 0

해설

a에 대한 내림차순으로 정리한다.

$-a^2(b-c)-b^2(c-a)-c^2(a-b)$
$=(c-b)a^2-(c^2-b^2)a+bc^2-b^2c$
$=(c-b)a^2-(c-b)(c+b)a+bc(c-b)$
$=(c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\}$
$=(c-b)(a-b)(a-c)\cdots$㉠
$=(a-b)(b-c)(c-a)\cdots$㉡
$=(b-c)(b-a)(a-c)\cdots$㉢
$=(c-a)(b-c)(b-a)\cdots$㉣

㉠식 : 세항을 모두 더하면 $2a-2b$
㉡식 : 세항을 모두 더하면 0
㉢식 : 세항을 모두 더하면 $2b-2c$
㉣식 : 세항을 모두 더하면 $2b-2a$

45. 다음 중 $\left(\frac{997}{1000}\right)^3+\left(\frac{3}{1000}\right)^3-1$ 의 값과 같은 것은?

① $\frac{3^2\times 997^3}{10}$　② $\frac{3^2\times 997^6}{10}$　③ $-\frac{3^2\times 997^3}{10}$
④ $-\frac{3^2\times 997}{10^6}$　⑤ $-\frac{3^2\times 997^9}{10}$

해설

주어진 식에서 $\frac{997}{1000}$ 과 $\frac{3}{1000}$ 을 더해보면 $\frac{997+3}{1000}=1$ 이므로
$a=\frac{997}{1000},\ b=\frac{3}{100},\ c=-1$ 이라 하면
$a+b+c=0$ 이 된다.
따라서 $a+b+c=0$ 이므로
$a^3+b^3+c^3-3abc$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ 에서 $a^3+b^3+c^3=3abc$
임을 이용하면
$a^3+b^3+c^3=\left(\frac{997}{1000}\right)^3+\left(\frac{3}{1000}\right)^3+(-1)^3$ 의 값은
$3abc=3\times\frac{997}{1000}\times\frac{3}{1000}\times(-1)$ 와 같으므로
구하는 값은
$3\times\frac{997}{1000}\times\frac{3}{1000}\times(-1)=-\frac{3^2\times 997}{10^6}$

46. $a-b=2-\sqrt{3}$, $b-c=2+\sqrt{3}$인 세 수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$의 값은?

① 4　　② 3　　③ 1　　④ -2　　⑤ -3

해설

$a-b=2-\sqrt{3}$ ⋯⋯ ㉠
$b-c=2+\sqrt{3}$ ⋯⋯ ㉡
㉠+㉡을 계산하면 $a-c=4$

$$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$$
$$=a^2(b-c)+b^2c-b^2a+c^2a-c^2b$$
$$=a^2(b-c)-a(b^2-c^2)+b^2c-c^2b$$
$$=a^2(b-c)-a(b+c)(b-c)+bc(b-c)$$
$$=(b-c)\{a^2-a(b+c)+bc\}$$
$$=(b-c)(a-b)(a-c)$$
$$=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})\cdot 4=4$$

47. 어느 회사의 A공장과 B공장에서는 각각 모니터와 스피커를 만들고 있다. 하루에 A공장에서는 모니터를 400대, B공장에서는 스피커를 10000대 만든다. 모니터는 20000대, 스피커는 80000대가 만들어지면 본사 창고로 운반한다. 두 제품이 같은 날 창고에 운반되면 인력이 부족하여 용역회사에서 인력을 구하여야 한다. 이 때, 용역회사에서 평일은 50,000원, 주말에는 70,000원을 지불한다. 2008년 4월 1일 목요일 처음으로 모니터를, 다음날 스피커를 운반하였다. 2008년 연말까지 용역회사에서 지불할 금액을 구하여라.

▶ 답: 원

▷ 정답: 390000 원

해설

4월 1일, 4월 2일 $\cdots$ 을 각각 1, 2$\cdots$ 라 하면
12월 31일은 275이다.
모니터가 운반되는 날이 $5a+1$이고
스피커가 운반되는 날이 $8b+2$이면,
같은 날 창고에 운반 $\rightarrow 5a+1=8b+2$
$b=5k+1,\ 5k+2,\ 5k+3,\ 5k+4$를 대입하면
$b=5k+3$일 때, 성립한다.
그러므로 같은날 운반되는 경우
$\rightarrow 40k+26\ (k=0,\ 1,\ 2\cdots)$ 이다.
금년에 같은 날 운반
26, 66, 106, 146, 186, 226, 266 이고,
이들 중 평일은 5일, 주말은 2일 이므로
$(50000\times5)+(70000\times2)\ =\ 250000+140000\ =\ 390000$

48. 두 다항식 $f(x) = (x-1)(x+1)(x+2)$, $g(x) = 2x^3-(a+2)x^2-ax+2a$ 의 최대공약수가 이차식이다. 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

해설

$g(1) = 0$이므로 $g(x)$는 $x-1$를 인수로 갖는다. 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 2 & -(a+2) & -a & 2a \\ & & 2 & -a & -2a \\ \hline & 2 & -a & -2a & \boxed{0} \end{array}$$

$g(x) = (x-1)(2x^2-ax-2a)$
$f(x) = (x-1)(x+1)(x+2)$이므로
최대공약수는 $(x-1)(x+1)$ 또는 $(x-1)(x+2)$
ⅰ) $(x-1)(x+1)$ 일 때
$2(-1)^2-a(-1)-2a = 0$에서 $a = 2$
$\therefore\ g(x) = 2(x-1)(x+1)(x-2)$
ⅱ) $(x-1)(x+2)$ 일 때
$2(-1)^2-a(-2)-2a = 0$–$8 \neq 0$
ⅰ), ⅱ) 에서
$g(x) = 2(x-1)(x+1)(x-2)$이고 $a = 2$

49. 다음 두 다항식 A, B의 최대공약수가 이차식일 때, 상수 a, b의 값의 곱 ab를 구하면?

$A = x^3 - ax - 2$ $B = x^3 - 2x^2 + bx + 2$

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} A = x^3 - ax - 2 \\ B = x^3 - 2x^2 + bx + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A + B = x(2x^2 - 2x - a + b) \\ A - B = 2x^2 - (a+b)x - 4 \end{cases}$$

A, B의 최대공약수는 $A+B$, $A-B$의 최대공약수와 일치하고 x는 A, B의 공약수가 아니다.

$\therefore\ 2x^2 - 2x - a + b = 2x^2 - (a+b)x - 4$

$\therefore\ a + b = 2,\ -a + b = -4$

$\therefore\ a = 3,\ b = -1$

따라서, $ab = -3$

50. 다항식 $A(x) = x^3 + px^2 + 3x + 1$을 다항식 $B(x) = x^2 + qx + 3$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 하자. $B(x)$와 $R(x)$ 의 최대공약수가 $x - 1$일 때, $R(2)$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A = BQ + R$에서 A, B 의 $G.C.M.$과 B, R의 $G.C.M.$은 일치한다.
($\Leftarrow$ *Euclid* 호제법)
그러므로 $x - 1$은 $A(x)$, $B(x)$의 공약수이다.
$\therefore\ A(1) = 0$ 에서 $p = -5$,
$B(1) = 0$에서 $q = -4$
$x^3 - 5x^2 + 3x + 1 = (x^2 - 4x + 3)Q(x) + a(x - 1)$
양변에 $x = 3$을 대입하면 $-8 = 2a$ $\therefore\ a = -4$
$\therefore\ R(x) = -4(x - 1)$ $\therefore\ R(2) = -4$