

1. 다음 중 두 수의 최대공약수가 1 이 아닌 것은?

① 8, 11

② 15, 16

③ 19, 27

④ 13, 52

⑤ 28, 45

해설

④ 주어진 두 수의 최대공약수는 13 이다.

2. 다음 중 두 수 A, B 의 공약수가 아닌 수는?

$$A = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7, \quad B = 2 \times 3^3 \times 5^3 \times 11$$

- ① 6 ② 18 ③ 21 ④ 30 ⑤ 45

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고
최대공약수 $= 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로
③ $21 = 3 \times 7$ 은 공약수가 아니다.

3. 다음 중 18 , $2^2 \times 5$, $3^2 \times 5$ 의 공배수 중 400 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 360

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이므로, 400 에 가장 가까운 공배수는 360 이다.

4. 세 수 9, 18, 27 의 공배수 중 500 이하의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 3 개 ② 5 개 ③ 7 개 ④ 9 개 ⑤ 11 개

해설

9, 18, 27 의 공배수는 최소공배수 54 의 배수이므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이므로 9 개이다.

5. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 12 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $72 = 2^3 \times 3^2$
36, 60, 72 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

6. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm ② 12 cm ③ 18 cm ④ 24 cm ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

7. $\frac{28}{5}$ 과 $\frac{35}{8}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

- ① $\frac{32}{7}$ ② $\frac{36}{7}$ ③ $\frac{40}{7}$ ④ $\frac{41}{7}$ ⑤ $\frac{43}{7}$

해설

구하는 기약 분수를 $\frac{a}{b}$ 로 놓으면

$a = 40, b = 7$ 이므로 $\frac{a}{b} = \frac{40}{7}$

8. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면
11, 13, 17, 19 의 4 개이다.
따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

9. 다음 중 최대공약수를 구했을 때, 최대공약수가 가장 큰 것은 어느 것인가?

① 12, 18

② 24, 32

③ 14, 20

④ $2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3, 2^2 \times 3^2, 2 \times 3^2 \times 7$

해설

① 6

② 8

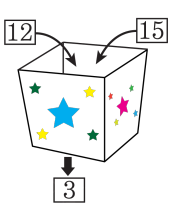
③ 2

④ 30

⑤ 6

이므로 가장 큰 것은 ④

10. 다음 그림과 같은 요술 상자에 두 개의 숫자카드를 넣으면 두 수의 최대공약수가 적힌 한 장의 카드가 나온다고 한다. 다음 물음에 답하여라. 갑, 을, 병 세 사람이 아래와 같은 카드를 넣었을 때, 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 누구인지 말하여라.



갑 : 4, 12 을 : 15, 40 병 : 16, 40

▶ 답 :

▷ 정답 : 갑

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array} \quad \therefore \text{최대공약수 : } 2^2$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array} \quad \therefore \text{최대공약수 : } 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array} \quad \therefore \text{최대공약수 : } 2^3$$

따라서 가장 작은 숫자가 적힌 카드가 나온 사람은 갑이다.

11. 두 수 $3^x \times 7^5 \times 11^7$, $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 이고
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 3 의 지수가 3 이므로
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 7 의 지수가 3 이어야 한다.
또한,
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 11 의 지수가 7 이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 11 의 지수가 5 이어야 한다.
따라서 $x = 2$, $y = 3$, $z = 5$ 이다.

12. 다음은 창완이와 지혜의 대화이다. 안에 알맞은 수를 모두 써넣어라.

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!
지혜 : 무엇을 구했는데?
창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20이 답이야.
지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
창완 : 그렇지! 그럼 공약수는 이구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 20

해설

창완 : 드디어 구했어! 지혜야!
지혜 : 무엇을 구했는데?
창완 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 20이 답이야.
지혜 : 그럼 그 두 수의 공약수도 모두 구할 수 있겠네?
창완 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
지혜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
창완 : 그렇지! 그럼 공약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20 이구나.

$20 = 2^2 \times 5$ 이고, 2^2 의 약수는 1, 2, 2^2 , 5의 약수는 1, 5 이므로 이들을 각각 곱하면 20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다.

13. 45와 75의 공약수의 개수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$45 = 3^2 \times 5, 75 = 3 \times 5^2$$

$$45 \text{ 와 } 75 \text{ 의 최대공약수는 } 3 \times 5 = 15$$

$$\text{공약수의 개수는 } 2 \times 2 = 4(\text{개})$$

14. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수는?

- ① $2^3 \times 5^2 \times 7$ ② $2 \times 3 \times 5^2$ ③ $2^3 \times 3^2 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$
최소공배수: $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

15. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 5^2$, $2 \times 3^4 \times 7$ 의 최소공배수를 구하면, $2^A \times 3^B \times 5^C \times 7^D$ 이다.

$A + B + C + D$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 와 $2 \times 3^4 \times 7$ 의 최소공배수는

$2^2 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 이므로

$A = 2$, $B = 4$, $C = 2$, $D = 1$ 이고,

$A + B + C + D = 9$ 이다.

16. 두 분수 $\frac{81}{n}$, $\frac{72}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 의 값을 모두 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

n 은 81, 72 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
81 와 72 의 최대공약수는 9 이다.
9의 약수는 1, 3, 9 이다.
따라서 13 이다.

17. 몇 명의 학생들에게 바나나 45 개, 귤 56 개, 자두 77 개를 똑같이 나누어 줄 때, 바나나는 3 개가 모자라고, 귤과 자두는 각각 2 개, 5 개가 남는다. 이때, 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 6 명

해설

바나나 45 개를 나누면 3 개가 모자르다. : $(45 + 3)$ 개를 나누면 나누어 떨어지다

굴 56 개를 나누면 2 개가 남는다. : $(56 - 2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다

자두 77 개를 나누면 5 개가 남는다. : $(77 - 5)$ 개를 나누면

다투어 떨어진다.

이러한 수는 48, 54, 72 의 공약수이다. 그런데 77 개를 나누면 5 개가 남았으므로 학생 수는 5 명보다는 많아야 한다.

따라서 구하는 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72의 최대공약수는 6
이므로 6의 약수 중 5보다 큰 수는 6뿐이므로 학생 수는 6명이다.

이것 6의 약수 중 5보다 큰 수는 6뿐이므로 역행 수는 6명이다.

18. 학생들에게 검정 펜 50 자루, 빨강 펜 24 자루, 파랑 펜 100 자루를 똑같이 나누어줄 때, 검정 펜과 빨강 펜은 각각 6 개, 4 개가 부족하고, 파랑 펜은 2 개가 남는다. 이때, 최대 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 14명

해설

김정 펜 50 자루를 나누면 6 개가 부족하다. : $(50 + 6)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

빨강 펜 24 자루를 나누면 4 개가 부족하다. : $(24 + 4)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

파랑 펜 100 자루를 나누면 2 개가 남는다. : $(100 - 2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

이러한 수 중 가장 큰 수는 56, 28, 98 의 최대공약수인 14 이다.
따라서 최대 학생 수는 14 명이다

따라서 최대 학생 수는 14 명이다.

19. 가로와 세로의 길이가 각각 4cm, 12cm, 8cm인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개 있다. 이것을 빈틈없이 쌓아서 될 수 있는 대로 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 할 때, 필요한 나무토막의 개수는?

① 24개 ② 36개 ③ 48개 ④ 60개 ⑤ 72개

해설

4, 12, 8의 최소공배수는 24이므로
(필요한 나무토막의 개수)
 $= (24 \div 4) \times (24 \div 12) \times (24 \div 8)$
 $= 6 \times 2 \times 3 = 36(\text{개})$

20. 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남고, 6으로 나누면 5가 남는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 59

해설

4, 5, 6으로 나누면 항상 1이 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x+1$ 은 4, 5, 6의 공배수이다.

4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 60의 배수 중 가장 작은 수는 60이다.

따라서 $x+1=60$ 이므로 $x=59$ 이다.

21. 세 수 2×7^4 , $2^a \times 3 \times 7^3$, $2 \times b^c \times 7^d$ 의 최대공약수가 2×7^3 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 일 때, $a \times b - c \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

최대공약수가 2×7^3 ,
최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 이므로
 $a = 3$, $b = 5$, $c = 2$, $d = 5$
 $\therefore a \times b - c \times d = 3 \times 5 - 2 \times 5 = 5$