1. 이차함수 $y = -5x^2 + 20x + 3 + 2k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < -\frac{23}{2}$ 또는 $k < -11.5$

해설

$$
\begin{aligned}
y &= -5x^2 + 20x + 3 + 2k \\
&= -5(x-2)^2 + 23 + 2k
\end{aligned}
$$

x 축과 만나지 않으려면 $23 + 2k < 0$, $2k < -23$, $k < -\frac{23}{2}$ 이다.

2. 다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것을 모두 골라라.

㉠ $y=-\frac{1}{2}x^2$	㉡ $y=-4x^2+8x$
㉢ $y=-2x^2+4$	㉣ $y=-x^2-2x-2$
㉤ $y=-5x^2-4x+1$	

▶ 답 :

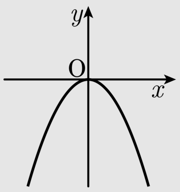
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

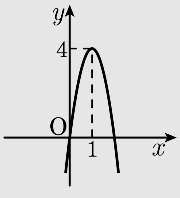
▷ 정답 : ㉤

해설

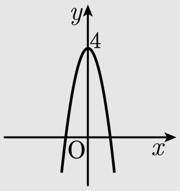
㉠ $y=-\frac{1}{2}x^2$: 꼭짓점이 $(0,0)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



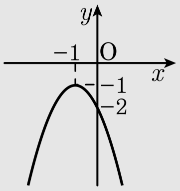
㉡ $y=-4x^2+8x=-4(x-1)^2+4$: 꼭짓점이 $(1,4)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 3, 4 사분면을 지난다.



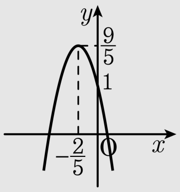
㉢ $y=-2x^2+4$: 꼭짓점이 $(0,4)$ 이고, y 절편은 4 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.



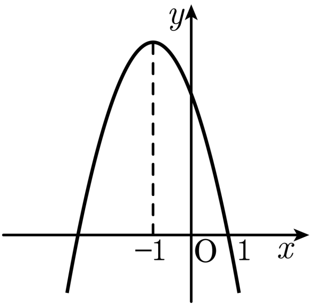
㉣ $y=-x^2-2x-2=-(x+1)^2-1$: 꼭짓점이 $(-1,-1)$ 이고, y 절편은 -2 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



㉤ $y=-5x^2-4x+1=-5\left(x+\frac{2}{5}\right)^2+\frac{9}{5}$: 꼭짓점이 $\left(-\frac{2}{5},\frac{9}{5}\right)$ 이고, y 절편은 1 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.



3. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $ab < 0$	㉡ $ac < 0$
㉢ $a - b + c > 0$	㉣ $a + b + c < 0$
㉤ $4a - 2b + c > 0$	㉥ $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

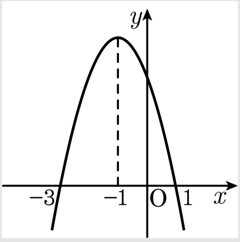
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 이다.
㉡ $a < 0$, $c > 0$ 이므로 $ac < 0$ 이다.
㉢ $f(-1) = a - b + c > 0$
㉣ $f(1) = a + b + c = 0$
㉤ $x = -1$ 을 대칭축으로 가지므로 또 다른 x 절편은 -3 이다.



$\therefore\ f(-2) = 4a - 2b + c > 0$

㉥ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

4. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-1,\ 4)$ 이고, y 절편이 6 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 4)$ 이므로

$y = a(x+1)^2+4$ 이고, y 절편이 6 이므로 $6 = a(0+1)^2+4,\ a = 2$ 이다.

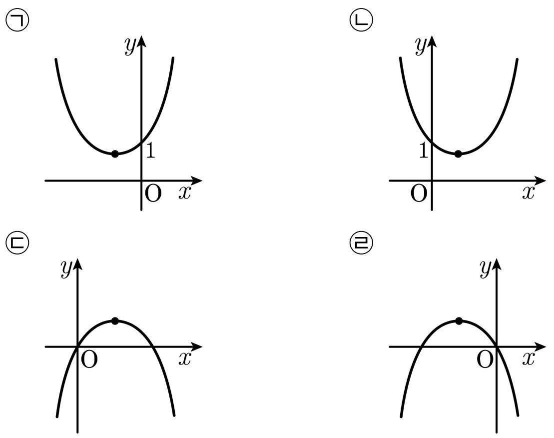
$y = 2(x+1)^2 + 4 = 2x^2 + 4x + 6$

$a = 2, b = 4, c = 6$

$\therefore a + b + c = 12$

5. 다음 이차함수의 그래프를 보기에서 골라 순서대로 써라.

보기



(1) $y = x^2 - x + 1$
(2) $y = -2x^2 + 2x$
(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$
(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

(1) $y = x^2 - x + 1$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉡이다.
(2) $y = -2x^2 + 2x$ 를 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉢이다.
(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는$\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉠이다.
(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$ $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉣이다.