1. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① ±1 ② ±2 ③ ±3 ④ ±4 ⑤ ±5

해설

$$i(x+2i)^2 = i(x^2+4ix-4) = x^2 i - 4x - 4i$$
$$= -4x + (x^2-4)i$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$\therefore\ x^2-4=0 \quad \Rightarrow \quad x=\pm2$

2. $x = 1 + 2i$, $y = \dfrac{1+2i}{1-i}$, $z = \dfrac{1-2i}{1-i}$ 일 때,$xy + xz$ 의 값을 구하면?

① $-1 + 3i$ ② $-1 - 2i$ ③ $-1 + 2i$
④ $-1 - i$ ⑤ $-1 + i$

해설

$x = 1 + 2i,\ y = \dfrac{1+2i}{1-i},\ z = \dfrac{1-2i}{1-i}$

$$\begin{aligned} \therefore\ xy + xz &= \frac{(1+2i)^2}{1-i} + \frac{(1-2i)(1+2i)}{1-i} \\ &= \frac{-3+4i+5}{1-i} \\ &= \frac{2+4i}{1-i} \\ &= -1 + 3i \end{aligned}$$

3. 임의의 두 복소수 a, b 에 대하여 연산 $\oplus$ 를 $a \oplus b = ab - (a+b)$ 로 정의한다. $\mathrm{Z} = \dfrac{5}{2-\mathrm{i}}$ 일 때, $\mathrm{Z} \oplus \overline{\mathrm{Z}}$ 의 값은?

① 1　　② $1+2i$　　③ $1-2i$

④ -1　　⑤ $2-2i$

해설

$\mathrm{Z} \oplus \overline{\mathrm{Z}} = Z\overline{Z} - (Z + \overline{Z})$, $Z = 2+i$, $\overline{Z} = 2-i$ 이므로 연산을 계산해보면, $5-4=1$ 답은 ①

4. 복소수 $z = i(a + \sqrt{5}i)^2$ 이 $z = \bar{z}$ 가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

① 5　② $\sqrt{5}$　③ 0　④ ± 5　⑤ $\pm\sqrt{5}$

해설

$z = i(a^2 - 5 + 2a\sqrt{5}i)$
$\quad = -2a\sqrt{5} + (a^2 - 5)i$
$z = \bar{z}$ 이면 실수이므로 허수부분이 0이다.
$\therefore\ a = \pm\sqrt{5}$

5. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = -\sqrt{-6}$

㉡ $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = 3i$

㉢ $\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 2\sqrt{3}i$

㉣ $\dfrac{4}{\sqrt{-4}} = -2i$

㉤ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{10}$

㉥ $\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = 6$

① ㉠,㉡　② ㉢,㉣　③ ㉠,㉣,㉤
④ ㉣,㉥　⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉥

해설

㉠ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{2}i \times \sqrt{3}i = -\sqrt{6}$

㉡ $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i} = -3i$

㉢ $\sqrt{-27} - \sqrt{-3} = 3\sqrt{3}i - \sqrt{3}i = 2\sqrt{3}i$

㉣ $\dfrac{4}{\sqrt{-4}} = \dfrac{4}{2i} = -2i$

㉤ $\sqrt{-2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2}i \times \sqrt{5} = \sqrt{10}i$

㉥ $\sqrt{(-3)^2} + (\sqrt{-3})^2 = \sqrt{9} + (\sqrt{3}i)^2 = 0$

6. 복소수 $z = (1+i)x + 1 - 2i$에 대하여 z^2이 음의 실수일 때, 실수 x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$z \ = \ (1+i)x + 1 - 2i \ = \ (x+1) + (x-2)i$

z^2의 음의실수 $\Leftrightarrow$ z가 순허수

$\therefore \ x + 1 = 0, \quad x = -1$

7. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 를 정리하면

$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3+2k)i$

이것이 순허수이려면 $3k = 0,\ 3 + 2k \neq 0$

$k = 0$ 이므로 $z = 3i,\ \bar{z} = -3i$

$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$

8. x, y가 양의 실수이고, $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$일 때, $x + y$의 값을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.

$(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$

$x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots$ ㉠

$xy - 2 = 0 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$

$\therefore\ x + y = 3$ ($\because$ x, y 는 양의 실수)

9. 실수 x, y 대하여 $\frac{x}{1+i}+\frac{y}{1-i}=2-i$가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8　　② 7　　③ 5　　④ 4　　⑤ $\frac{9}{5}$

해설

$$\frac{(1-i)x+(1+i)y}{(1+i)(1-i)}=2-i$$

$$\frac{(x+y)-(x-y)i}{2}=2-i$$

$(x+y)-(x-y)i=4-2i$

복소수의 상등에 의해서

$x+y=4\cdots$㉠, $x-y=2\cdots$㉡

㉠, ㉡ 에서 $x=3,\ y=1\quad\therefore\ 2x+y=7$

10. n 개의 수 $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$ 는 $1, -1, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 중에서 하나의 값을 가진다고 한다. 보기 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=0$, $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2=0$ 이라고 할 때, 다음 중 n 의 값이 될 수 있는 것은?

① 300　② 303　③ 305　④ 308　⑤ 310

해설

$a_1, a_2, \cdots a_n$ 중 1이 a 개, -1 이 b 개 , $\sqrt{2}i$ 가 c 개, $-\sqrt{2}i$ 가 d 개 있다고 하면, a, b, c, d 는 음이 아닌 정수

$a_1+a_2+\cdots+a_n$

$= 1\times a+(-1)\times b+(\sqrt{2}i)\times c+(-\sqrt{2}i)\times d$

$= a-b+\sqrt{2}i\,(c-d)=0$

a, b, c, d 는 실수이므로 $a-b, c-d$ 도 실수

복소수의 상등에 의해 $a=b,\ c=d \cdots$ ①

$a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$

$= 1^2\times a+(-1)^2\times b+(\sqrt{2}i)^2\times c+(-\sqrt{2}i)^2\times d$

$= a+b-2c-2d=(a+b)-2(c+d)=0$

$a+b=2(c+d)$

$2a=4c$($\because$ ①)

$\therefore\ a=2c$

$\therefore\ a:b:c:d=1:1:2:2$

$\therefore\ n=a+b+c+d=6a$, n 은 6 의 배수

11. 두 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}} = a + bi$ 일 때, $\dfrac{1}{2}ab$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $-3\sqrt{3}$
④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $-4\sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}}$$
$$= 4\sqrt{2}i + \sqrt{24} - \sqrt{8}i$$
$$= 4\sqrt{2}i + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}i$$
$$= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}i$$
$$a = 2\sqrt{6}, b = 2\sqrt{2}$$
$$\therefore \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{3}$$

12. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{203}+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{158}$ 의 값을 구하면?

① $-1-i$　② $1+i$　③ $-1+i$
④ $1-i$　⑤ 0

해설

$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=-\frac{2i}{2}=-i$

$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$

$\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{203}+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{158}$

$=(-i)^{203}+i^{158}$

$=i+(-1)=-1+i$

13. 자연수 n 에 대하여 $f(n) = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n$ 으로 정의할 때,
$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2014)$ 의 값은?

① -2014 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 2014

해설

$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$

$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$ 이므로

$f(n) = (-i)^n + (i)^n$

$f(1) = (-i)^1 + i^1 = 0$
$f(2) = (-i)^2 + i^2 = -2$
$f(3) = (-i)^3 + i^3 = 0$
$f(4) = (-i)^4 + i^4 = 2$

$2014 = 4 \times 503 + 2$ 이므로
$f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(2014)$
$= 503 \times (0 - 2 + 0 + 2) + 0 - 2 = -2$

14. a, b 가 실수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

Ⅰ n이 양의 홀수일 때, $\sqrt[n]{-3^n}$ 은 실수이다.

Ⅱ $-1 < a < 1$일 때, $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = 3$

Ⅲ $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{a}{b}}$이면 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$이다.

Ⅳ $0 < a < b$일 때, $\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

① Ⅰ, Ⅱ　② Ⅰ, Ⅲ　③ Ⅱ, Ⅲ

④ Ⅰ, Ⅳ　⑤ Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ

해설

Ⅰ. $\sqrt[n]{-3^n} = -\sqrt[n]{3^n} = -3 \in R$ (참)

Ⅱ. $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(a-2)^2} = |a+1| - |a-2|$

$= a + 1 - (2 - a)$

$= 2a - 1 \neq 3$

Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 이면 $b < 0$, $a \geq 0$ 이다.

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{-(-b)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{(-b)}i$

$= \sqrt{a(-b)}i = \sqrt{-a(-b)} = \sqrt{ab}$

$\therefore$ $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ (참)

Ⅳ. $0 < a < b$ 이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이다.

$\sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2} = |\sqrt{a} - \sqrt{b}| = \sqrt{b} - \sqrt{a}$

15. $\alpha = -2 + i$, $\beta = 1 - 2i$ 일 때 $\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$ 의 값은?
(단, $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1　　② 2　　③ 4　　④ 10　　⑤ 20

해설

$\alpha\overline{\alpha} + \overline{\alpha}\beta + \alpha\overline{\beta} + \beta\overline{\beta}$
$= \alpha(\overline{\alpha} + \overline{\beta}) + \beta(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha} + \overline{\beta})$
$= (\alpha + \beta)(\overline{\alpha + \beta})$
$= (-1 - i)(-1 + i)$
$= 2$

16. $\overline{z} = -z$ 를 만족하는 z 에 대하여 $w = \dfrac{z-1}{z+1}$ 이라 할 때, $w\overline{w}$ 의 값을 구하여라. (단, $\overline{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$z = a + bi$ ($a,\ b$ 는 실수)로 놓으면 $\overline{z} = a - bi$

$\overline{z} = -z$ 이므로 $a - bi = -(a + bi)$

$a - bi = -a - bi$, $2a = 0$

따라서 $a = 0$ 이므로 $z = bi$

$z = bi$ 를 $w = \dfrac{z-1}{z+1}$ 에 대입하면

$$w = \frac{-1+bi}{1+bi},\ \overline{w} = \overline{\left(\frac{-1+bi}{1+bi}\right)} = \frac{-1-bi}{1-bi}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ w\overline{w} &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-1-bi}{1-bi} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-(1+bi)}{-(-1+bi)} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{1+bi}{-1+bi} = 1 \end{aligned}$$

17. $x = \frac{1-\sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ i

해설

$x = \frac{1-\sqrt{2}i}{3}$, $3x - 1 = -\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면

$9x^2 - 6x + 1 = -2$, $9x^2 - 6x = -3$

양변을 3 으로 나누면

$\therefore\ 3x^2 - 2x = -1$

18. 다음 조건을 모두 만족하는 0 이 아닌 세 실수 a, b, c 에 대하여 식 $\sqrt{a}\times\sqrt{a}+\dfrac{\sqrt{-b}}{\sqrt{b}}-\dfrac{\sqrt{2c}}{\sqrt{-2c}}$ 을 간단히 하면?

㉠ $a>b>c$	㉡ $ac<bc$
㉢ $\lvert bc\rvert=bc$	㉣ $a>0$

① a　② $a-2i$　③ $a+2i$
④ $-a$　⑤ $-a-2i$

해설

i) $a>b>c,\quad ac<bc \quad\Rightarrow\quad c<0$
ii) $\lvert bc\rvert=bc \;\Rightarrow\; b,\ c$는 같은 부호$\Rightarrow\quad b<0$

$\therefore\ \sqrt{a}\times\sqrt{a}+\dfrac{\sqrt{-b}}{\sqrt{b}}-\dfrac{\sqrt{2c}}{\sqrt{-2c}}$

$=\lvert a\rvert+\sqrt{\dfrac{-b}{b}}-\sqrt{\dfrac{2c}{-2c}}$

$=a+i-i=a$

19. 0이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 때, $|a|+|b|-|a-b|$ 를 간단히 하면?

① $2a$ ② $-2b$ ③ 0 ④ $-2a$ ⑤ $2b$

해설

$a \geq 0,\ b < 0$

$|a|+|b|-|a-b| = a-b-(a-b) = 0$

20. $a-b<0$ 이고 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2}-|a+b|$ 를 간단히 하면?

① b　　② $2b$　　③ $a-2b$

④ $2a+b$　　⑤ 0

해설

$a-b<0$, $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 이므로 $a<0,\ b<0$

따라서 $a-b<0,\ a+b<0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-b)^2}-|a-b| &= |a-b|-|a+b| \\ &= -(a-b)+(a+b) \\ &= -a+b+a+b=2b\end{aligned}$$

21. α, β를 복소수라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\alpha+\beta i=0$ 이면 $\alpha=0,\ \beta=0$

② $\alpha+\beta i=r+\delta i$ 이면 $\alpha=r,\ \beta=\delta$

③ $\alpha^2+\beta^2=0$ 이면 $\alpha=0,\ \beta=0$

④ $\alpha\beta=0$ 이면 $\alpha=0$ 또는 $\beta=0$

⑤ $\alpha^2<0$

해설

① $\alpha=1,\ \beta=i$ 이면 $\alpha+\beta i=1+i^2=0$ 이지만 $\alpha\neq 0,\ \beta\neq 0$ 이다.

② $\alpha=1,\ \beta=1$ 이면 $\alpha+\beta i=1+i$ 이고, $r=2,\ \delta=-1+i$ 이면 $r+\delta i=1+i$ 에서 $\alpha+\beta i=r+\delta i$ 이지만 $\alpha\neq r,\ \beta\neq\delta$ 이다.

③ $\alpha=1,\ \beta=i$ 이면 $\alpha^2+\beta^2=1+i^2=0$ 이지만 $\alpha\neq 0,\ \beta\neq 0$ 이다.

④ $\alpha\neq 0$ 이고 $\beta\neq 0$ 이라 가정하고 $\alpha\beta=0$ 의 양변에 $\dfrac{1}{\alpha}$ 을 곱하면 $\beta=0$ 이 되어 모순이다. 따라서 $\alpha\beta=0$ 이면 $\alpha=0$ 또는 $\beta=0$ 이다.

⑤ $(\text{순허수})^2<0$ 이나 $\alpha=1+i$ 이면 $\alpha^2=(1+i)^2=2i$ 가 되어 양수도 음수도 아니다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

22. 자연수 n에 대하여 함수 $f(n)$과 다음과 같다고 하자.

$$f(n) \begin{cases} i^{n+1}(n=4k) \\ -i^{n}(n=4k+1)(\text{단,k는정수}) \\ 2i(n=4k+2) \\ -i(n=4k+3) \end{cases}$$

(단,k 는 정수) 이 때, $f(1)+f(2)+\cdot\cdot\cdot+f(2005)$ 를 구하면?

① i ② $-i$ ③ 0 ④ $500i$ ⑤ $501i$

해설

$n=4k \Rightarrow f(n)={}^{4k+1}=i$
$n=4k+1 \;\Rightarrow\; f(n)=-i^{4k+1}=-i$
$n=4k+2 \;\Rightarrow\; f(n)=2\pi$
$n=4k+3 \;\Rightarrow\; f(n)=-i$
$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=-i+2i-i+i=i$
계속 반복되므로
$f(1)+f(2)+\cdots+f(2005)$
$=i\times 501+f(2005)$
$=501i-i=500i$

23. 복소수 α, β 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $\overline{\alpha}$ 는 α 의 켤레복소수이다.)

> ㉠ $\alpha + \overline{\alpha}$ 는 실수이다.
>
> ㉡ $\alpha - \overline{\alpha}$ 는 허수이다.
>
> ㉢ α^2 이 실수이면 α 도 실수이다.
>
> ㉣ $\overline{\alpha + \beta} = \overline{\alpha} + \overline{\beta}$ 이고 $\overline{\alpha\beta} = \overline{\alpha} \cdot \overline{\beta}$ 이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$\alpha = a + bi,\ \beta = c + di\ (a,\ b,\ c,\ d$ 는 실수)라 하면

㉠ $\alpha + \overline{\alpha} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

$\therefore$ 참

㉡ α 가 실수이면 $\alpha = \overline{\alpha}$ 이므로 $\alpha - \overline{\alpha} = 0$ 이다.
따라서 $\alpha - \overline{\alpha}$ 가 반드시 허수인 것은 아니다.

$\therefore$ 거짓

㉢ $i^2 = -1$ 은 실수이지만 i 는 순허수이다.

$\therefore$ 거짓

㉣
$$\begin{aligned}\overline{\alpha + \beta} &= \overline{(a + c) + (b + d)i} \\ &= (a + c) - (b + d)i \\ &= (a - bi) + (c - di) \\ &= \overline{\alpha} + \overline{\beta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{\alpha\beta} &= \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i} \\ &= (ac - bd) - (ad + bc)i \\ &= (a - bi)(c - di) \\ &= \overline{\alpha} \cdot \overline{\beta}\end{aligned}$$

$\therefore$ 참

24. $a,\ b$는 양수라 할 때, 다음 중 $z = a(1+i) + b(1-i), i = \sqrt{-1}$의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $1-3i$　　② $2+3i$　　③ $4-2i$

④ $-3+2i$　　⑤ $2-5i$

해설

$z = (a+b) + (a-b)\,i$ (a, b 는 양수)

① $1-3i$ 에서 $a+b=1,\ a-b=-3$

$a=-1,\ b=2 \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

② $2+3i$ 에서 $a+b=2,\ a-b=3$

$a=\frac{5}{2},\ b=-\frac{1}{2} \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

③ $4-2i$ 에서 $a+b=4,\ a-b=-2$

$a=1,\ b=3 \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건을 만족시킴

④ $-3+2i$ 에서 $a+b=-3,\ a-b=2$

$a=-\frac{1}{2},\ b=-\frac{5}{2} \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

⑤ $2-5i$ 에서 $a+b=2,\ a-b=-5$

$a=-\frac{3}{2},\ b=\frac{7}{2} \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

25. $z = \dfrac{1+i}{1-i}$ 일 때, $1 + z + z^2 + \cdots + z^{2008}$ 의 값은?

① $-i$ ② -1 ③ 0 ④ i ⑤ 1

해설

$z = \dfrac{1+i}{1-i} = i, z^2 = -1,\ z^3 = -i,\ z^4 = 1$

(준식) : $1 + z + z^2 + z^3 + \cdots + z^{2008}$

처음 네 항의 합 :

$1 + i - 1 - i = 0$

$1 + z + z^2 + z^3 + \cdots + z^{2008}$

$= 0 + 0 + \cdots + 0 + z^{2008}$

$= z^{2008}$

$= (z^4)^{502}$

$= 1$