

1.  $x$ 에 대한 항등식  $a(x+1) + b(x-1) = x+3$ 에서  $a, b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 2$

▷ 정답:  $b = -1$

### 해설

준식을 정리하면

$$(a+b)x + a - b = x + 3$$

계수비교법에 의하여

$$a + b = 1, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1$$

2. 다음 등식  $a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1) = 2x^2 - 3x - 2$ 가  $x$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $abc$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

### 해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면,  $2a = -2$

$$\therefore a = -1$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  $-b = -3$

$$\therefore b = 3$$

양변에  $x = 2$ 을 대입하면,  $2c = 0$

$$\therefore c = 0$$

$$\therefore abc = 0$$

3.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$  을 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여 항상  $ax+by+5 = 0$ 이다. 이때  $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = t \text{라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 3t + 1$$

이것을  $ax + by + 5 = 0$ 에 대입하면

$$a(2t - 1) + b(3t + 1) + 5 = 0$$

$$(2a + 3b)t + (-a + b + 5) = 0$$

이 식이 모든 실수  $t$ 에 대하여 성립해야 하므로

$$2a + 3b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$-a + b + 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a = 3, b = -2 \quad \therefore a + b = 3 + (-2) = 1$$

해설

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC \text{ 성질 이용}$$

$$3x + 3 = 2y - 2$$

$$3x - 2y + 5 = 0 \text{ 은 } ax + by + 5 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2$$

4. 다항식  $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$  을  $x + 1$  로 나눈 나머지는?

① -33

② -22

③ -11

④ 11

⑤ 33

해설

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$  이라 하면,

$f(x) = (x + 1)Q(x) + R$  에서  $f(-1) = R$  이므로

$$f(-1) = (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11$$

5. 다항식  $x^3 + 5x^2 - kx - k$  가  $x - 1$  로 나누어 떨어지도록 상수  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서  $x = 1$  을 대입하면

$$1^3 + 5 \times 1^2 - k \times 1 - k = 0$$

$$\therefore k = 3$$

6. 다항식  $f(x) = x^3 + 3x^2 + kx - k$ 가  $x + 1$ 로 나누어떨어지도록 상수  $k$ 의 값을 정하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

즉,  $f(-1) = 0$  이므로

$$f(-1) = -1 + 3 - k - k = 0, \therefore k = 1$$

7. 다음 중  $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

①  $x$

②  $x - 1$

③  $x + 1$

④  $x^3 - x$

⑤  $x^4$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - x^2 &= x(x^3 - x) \\ &= x^2(x^2 - 1) \\ &= x^2(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

8.  $x^4 - 6x^2 + 8$ 를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

①  $(x^2 - 2)(x^2 - 4)$

②  $(x^2 - 2)(x - 4)(x + 4)$

③  $(x^2 - 2)(x - 2)(x + 2)$

④  $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

⑤  $(x^2 - \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 8 &= (x^2)^2 - 6x^2 + 8 \\ &= (x^2 - 2)(x^2 - 4) \\ &= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$$

$$f(2) = 0, \quad f(-2) = 0,$$

즉,  $(x - 2)(x + 2)$ 로 나누어 떨어지므로  
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

9.  $2012 = k$ 라 할 때,  $2013 \times 2011$ 을  $k$ 로 나타내면?

①  $k^2 + k$

②  $k^2 - 1$

③  $k^2 + k + 1$

④  $k^2 - k + 1$

⑤  $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k + 1)(k - 1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

10.  $a^2b^3c^4$ ,  $ab^2c^4e^3$  의 최대공약수를 구하면?

①  $ab^2c^3$

②  $ab^2c^4$

③  $ab^3c^4$

④  $a^2b^3c^4$

⑤  $ab^2c^4e^3$

### 해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.

$a^2b^3c^4$ ,  $ab^2c^4e^3$  에서

공통인수는  $a, b, c$  이고

차수가 낮은 것은 각각  $a, b^2, c^4$  이다.

이들을 모두 곱하면 최대공약수는  $ab^2c^4$

11.  $x$ 에 대한 항등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$ 에서  $a, b, c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

▷ 정답 :  $b = -1$

▷ 정답 :  $c = 1$

### 해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$$

$$= cx^2 + (b-c)x + a-b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b-c)x + a-b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

12. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

13.  $x$ 에 대한 다항식  $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 1024

### 해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉,  $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은  $2^5 = 32$

14.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x-2$ 로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때,  $-3(m+n)$ 의 값은?

① 4

② 8

③ 12

④ 14

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x+1)Q(x) + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x-2)Q'(x) \end{aligned}$$

$$\therefore f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{6}, n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m + n = -\frac{14}{3}, -3(m+n) = 14$$

15. 등식  $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$  이  $x$  에 관한 항등식일 때, 상수  $b$  의 값은?

① 3

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1) \{a(x-1) + b\} + c$$

1	3	2	1	
		3	5	
1	3	5	6	← c
		3		
	3	8		← c
	↑			
	a			

해설

$x = 1$  을 대입하면  $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 6$$

$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

$$\rightarrow (x-1)(3x+5) = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

→ 양변을  $x-1$  로 나누면

$$3x+5 = a(x-1) + b = ax - a + b$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

16. 다항식  $8x^3 - 1$ 을  $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라 할 때  $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$\therefore$  상수항은 -1

17.  $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$  일 때, 상수  $a, b$ 의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

18.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니  $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

19. 등식  $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$  일 때,  $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & 4 & 1 & -6 \\
 & & 1 & 5 & 6 \\
 \hline
 -2 & 1 & 5 & 6 & 0 \\
 & & -2 & -6 & \\
 \hline
 -3 & 1 & 3 & 0 & \\
 & & -3 & & \\
 \hline
 & 1 & 0 & & 
 \end{array}$$

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$$

$$\therefore a + b + c = 4$$

20. 세 개의 다항식  $x^3 + ax + b$ ,  $x^3 + cx^2 + a$ ,  $cx^2 + bx + 4$ , 의 공약수 중 하나가  $x - 1$  일 때,  $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② -2

③ 3

④ -3

⑤ 4

해설

$$f(x) = x^3 + ax + b \rightarrow f(1) = 1 + a + b = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$g(x) = x^3 + cx^2 + a \rightarrow g(1) = 1 + c + a = 0 \cdots \text{㉡}$$

$$h(x) = cx^2 + bx + 4 \rightarrow h(1) = c + b + 4 = 0 \cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉠} + \text{㉡} + \text{㉢} \text{에서 } 2(a + b + c) + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

21.  $x$ 의 다항식  $x^3 + ax + b$ 를  $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때, 나머지가  $2x + 1$ 이 되도록 상수  $a, b$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

### 해설

$x^3 + ax + b$ 를  $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때,

몫을  $x + q$ 라 하면 (일반적으로  $px + q$ 로 해야겠지만  $x^3$ 의 계수가 1이므로  $x + q$ )

$$x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + q) + 2x + 1$$

$$\therefore x^3 + ax + b = (x - 2)(x - 1)(x + q) + 2x + 1$$

이 등식은  $x$ 에 관한 항등식이므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + a + b = 2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 8 + 2a + b = 4 + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a = -5, b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지가 상수일 때,  $f(x)$ 의 일차항의 계수는?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ -2

해설

$f(x) = (x^2 - 1)(x + a) + r$  ( $a, r$ 는 상수)라 하면

$$f(x) = x^3 + ax^2 - x - a + r$$

$\therefore$  일차항의 계수는 -1

23. 다항식  $(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$  을 전개한 식이  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$  일 때,  $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15}$  의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$$(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$$

$$= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$$

양변에  $x = -1$  을 대입하면

$$(-1 + 1 + 2 - 1)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15} = 1$$

24.  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 12$ 가  $x - 1$ 로는 나누어 떨어지고,  $x + 1$ 로 나누었을 때는 나머지가  $-14$ 이다. 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

①  $-12$

②  $12$

③  $-20$

④  $20$

⑤  $-36$

해설

나머지 정리에 의해  $f(1) = 0, f(-1) = -14$

$$f(1) = 3 + a + b - 12 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = -3 + a - b - 12 = -14 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면,  $a = 5, b = 4$

$$\therefore ab = 20$$

25.  $x^3$ 의 계수가 1인 삼차다항식  $f(x)$ 가  $x-1$ 을 인수로 갖고,  $x^2+2$ 로 나누었을 때의 나머지는  $x+5$ 이다. 이 때,  $f(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈 나머지는?

① -1

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$x^3$ 의 계수가 1이므로

$$f(x) = (x^2 + 2)(x + \alpha) + x + 5 \cdots \textcircled{1}$$

$x-1$ 의 인수를 가지므로,  $f(1) = 0$

①에 넣어 계산하면,

$$f(1) = 3(1 + \alpha) + 6 = 0, \alpha = -3$$

$$\therefore f(2) = (2^2 + 2)(2 - 3) + 2 + 5 = 1$$

26. 삼차식  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 는  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = 4$ ,  $f(3) = 6$ 을 만족한다.  $f(x)$ 를  $x - 4$ 로 나누었을 때 나머지는?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 2

해설

$$f(1) = 1 + a + b + c = 2$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b + c = 4$$

$$f(3) = 27 + 9a + 3b + c = 6$$

세 식을 연립하면,

$$a = -6, b = 13, c = -6$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 6x^2 + 13x - 6$$

$$\therefore f(4) = 64 + 16 \times (-6) + 4 \times 13 - 6 = 14$$

27. 다항식  $f(x) = x^3 - 3x^2 + kx - 6$ 이 일차식  $x - 2$ 로 나누어떨어질 때,  $f(x)$ 를  $x - 1$ 로 나눈 나머지는?

① -3

② -1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x)$$

$$\text{즉, } f(2) = 8 - 12 + 2k - 6 = 0$$

$$\therefore k = 5$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 6$$

$$\therefore f(1) = -3$$

28.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + kx^2 + kx - 1$ 을  $x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를  $Q_1(x), R_1$ ,  $x + 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를  $Q_2(x), R_2$ 라 할 때,  $R_1 = R_2$ 를 만족하는 실수  $k$ 의 값을 구하면?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^3 + kx^2 + kx - 1 &= (x - 2)Q_1(x) + R_1 \\ &= (x + 2)Q_2(x) + R_2\end{aligned}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } R_1 = 8 + 4k + 2k - 1 = 6k + 7$$

$$x = -2 \text{ 대입, } R_2 = -8 + 4k - 2k - 1 = 2k - 9$$

$$R_1 = R_2 \text{ 이므로 } 6k + 7 = 2k - 9$$

$$\therefore k = -4$$

29. 다항식  $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$  를  $x-1$  로 나누면 나누어떨어지고,  $x+1$  로 나누면 나머지가 2 라고 한다.  $mn$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면  $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

30.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x + 1$ 로 나누면 나머지가  $-5$ 이고,  $x - 2$ 로 나누면 나머지가  $1$ 이라고 한다. 이 때, 상수  $m, n$ 에 대하여  $m + n$ 은?

①  $-1$

②  $0$

③  $1$

④  $2$

⑤  $3$

해설

$f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$ 이 라 하면,

$$f(x) = (x + 1)Q_1(x) - 5$$

$$f(x) = (x - 2)Q_2(x) + 1$$

$$\therefore f(-1) = -1 + m - n + 1 = -5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 1$$

$$m = -3, \quad n = 2$$

따라서  $m + n = -1$ 이다.

31. 다항식  $f(x)$ 를  $x-3, x-4$ 로 나누는 나머지가 각각 3, 2이고, 다항식  $f(x+1)$ 을  $x^2-5x+6$ 으로 나누는 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(3) = 3, f(4) = 2$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$$f(x+1) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$x = 2$ 대입,

$$f(3) = 2a + b = 3$$

$x = 3$ 대입,

$$f(4) = 3a + b = 2$$

$$a = -1, b = 5$$

$$R(x) = -x + 5,$$

$$R(1) = -1 + 5 = 4$$

32. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - x$ 로 나누면 3이 남고  $x^2 + x - 6$ 로 나누면  $x - 1$ 이 남을 때,  $f(x)$ 를  $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -3

해설

$$f(x) = x(x-1)Q_1(x) + 3$$

$$f(x) = (x-2)(x+3)Q_2(x) + x-1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$f(1) = 3, f(2) = 1 \text{ 이므로}$$

$$a + b = 3, 2a + b = 1$$

$$\text{연립하여 풀면, } a = -2, b = 5$$

$$\therefore (\text{구하는 나머지}) R(x) = -2x + 5$$

$$\therefore R(1) = 3$$

33. 다항식  $P(x)$ 를  $x+1$ 로 나누면 떨어지고,  $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이때,  $P(x)$ 를  $(x+1)(x-2)$ 로 나누었을 때 나머지는?

①  $x$

②  $-x+1$

③  $x+1$

④  $-2x+2$

⑤  $2x+2$

해설

$$P(x) = (x+1)Q(x)$$

$$P(x) = (x-2)Q'(x) + 3$$

$$P(x) = (x+1)(x-2)Q''(x) + ax + b$$

$$P(-1) = 0, \quad P(2) = 3 \text{이므로,}$$

$$-a + b = 0, \quad 2a + b = 3$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 1$$

따라서 나머지는  $x+1$ 이다.

34. 다항식  $f(x)$ 를  $x+1$ 로 나눈 나머지가  $-2$ 이고,  $x-2$ 로 나눈 나머지가  $1$ 일 때,  $f(x)$ 를  $(x+1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

①  $2x+1$

②  $x+1$

③  $x-1$

④  $2x-1$

⑤  $3x+2$

해설

$$f(x) = (x+1)Q_1(x) - 2$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 1$$

$$f(x) = (x+1)(x-2)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(-1) = -a + b = -2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -1$$

구하는 나머지는  $x-1$

35. 다항식  $f(x)$ 를  $x+1$ 로 나눌 때의 나머지가 3이고,  $x-2$ 로 나누어서 떨어진다. 이 다항식을  $(x+1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

①  $2x + 1$

②  $-x + 2$

③  $x - 1$

④ 2

⑤ 3

해설

$R(x) = ax + b$ 라 두면

$$R(-1) = -a + b = 3, R(2) = 2a + b = 0$$

$$a = -1, b = 2 \text{ 이므로 } R(x) = -x + 2$$

36. 다항식  $f(x)$ 를  $x-2$ ,  $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 1,  $-4$ 이다.  $f(x)$ 를  $x^2+x-6$ 으로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(5)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$f(2) = 1, f(-3) = -4$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$$f(x) = (x+3)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$2a + b = 1, -3a + b = -4$$

$$\therefore a = 1, b = -1$$

$$R(x) = x - 1$$

$$R(5) = 5 - 1 = 4$$

37. 다항식  $f(x)$ 를  $x+1$ ,  $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 3,  $-1$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x^2+3x+2$ 로 나눌 때의 나머지는?

①  $2x+5$

②  $-3x$

③  $3x+6$

④  $4x+7$

⑤  $5x+8$

해설

다항식  $f(x)$ 를  $x^2+3x+2$ , 즉  $(x+1)(x+2)$ 로 나눌 때의 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $ax+b$ 라고 하면

$f(x) = (x+1)(x+2)Q(x) + ax + b$ 로 놓을 수 있다.

문제의 조건에서  $f(-1) = 3$ ,  $f(-2) = -1$ 이므로

$$f(-1) = -a + b = 3$$

$$f(-2) = -2a + b = -1$$

이것을 풀면  $a = 4$ ,  $b = 7$

따라서, 구하는 나머지는  $4x+7$

38.  $x$ 에 대한 다항식  $2x^3 - 5x^2 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지도록 상수  $a, b$ 의 값을 정하면?

- ①  $a = 7, b = -6$       ②  $a = 6, b = -5$       ③  $a = 5, b = -3$   
④  $a = 4, b = -5$       ⑤  $a = 3, b = 7$

### 해설

직접 나누면

몫이  $2x - 3$ , 나머지가  $(a - 7)x + b + 6$ 이므로

$$2x^3 - 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 2)(2x - 3) + (a - 7)x + b + 6$$

$x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지기 위해서는 나머지가 0이어야 하므로

$$(a - 7)x + b + 6 = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

39.  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을  $x+3$ 으로 나눈 나머지가 2이면  $f(x)$ 를  $x^2+2x-3$ 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $2x+1$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)Q(x) + 3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x) + 2\} + 3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x) + 2(x-1) + 3 \\ &= (x^2 + 2x - 3)Q'(x) + 2x + 1\end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는  $2x+1$

40. 다항식  $f(x)$ ,  $g(x)$  에서  $f(x)$  를  $x^2 - 1$  로 나눈 나머지가 2이고  $g(x)$  를  $x^2 - 3x + 2$  로 나눈 나머지가  $2x + 1$  이다.  $2f(x) + 3g(x)$  를  $x - 1$  로 나눈 나머지는?

- ① 13      ② -13      ③ 16      ④ -16      ⑤ 26

해설

$$f(x) = (x^2 - 1)Q_1(x) + 2,$$

$$\therefore f(1) = 2$$

$$g(x) = (x^2 - 3x + 2)Q_2(x) + 2x + 1,$$

$$\therefore g(1) = 3$$

$2f(x) + 3g(x)$  를  $x - 1$  로 나눈 나머지는

$$2f(1) + 3g(1) = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13$$

41.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + 2x^2 - ax + b$ 가  $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어질 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + 2x^2 - ax + b = (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x + 2)(x - 1)Q(x) \end{aligned}$$

인수정리에 의해  $x = -2, x = 1$ 을 대입하면 우변이 0이 된다.

$$\therefore f(-2) = -8 + 8 + 2a + b = 0$$

$$f(1) = 1 + 2 - a + b = 0 \text{ 연립하면, } a = 1, b = -2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 5$$

42.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 - x + b$ 를  $x-3$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다.  $a + b + c + d + k$ 의 값을 구하면?

$k$	1	$a$	-1	$b$
		$c$	$d$	33
1	4	11		37

① 19

② 20

③ 21

④ 22

⑤ 23

해설

다항식  $x^3 + ax^2 - x + b$ 를  $x-3$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

3	1	$a$	-1	$b$
		3	$3a + 9$	$9a + 24$
1	$a + 3$	$3a + 8$		$9a + b + 24$

이때  $k = 3$ ,  $c = 3$ ,  $a + 3 = 4$ ,  $3a + 9 = d$ ,  $9a + b + 24 = 37$   
 이므로

$$k = 3, c = 3, a = 1, d = 12, b = 4$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d + k = 1 + 4 + 3 + 12 + 3 = 23$$

43.  $a, b, c$ 가 삼각형의 세변의 길이를 나타내고  $ab(a+b) = bc(b+c) + ca(c-a)$ 인 관계가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

①  $a = b$ 인 이등변 삼각형

②  $a = c$ 인 이등변 삼각형

③ 정삼각형

④  $a$ 가 빗변인 직각 삼각형

⑤  $b$ 가 빗변인 직각 삼각형

해설

$$ab(a+b) = bc(b+c) + ca(c-a)$$

$$a^2b + ab^2 - bc(b+c) - ac^2 + a^2c = 0$$

$$(b+c)a^2 + (b^2 - c^2)a - bc(b+c) = 0$$

$$(b+c) \{a^2 + (b-c)a - bc\}$$

$$= (b+c)(a+b)(a-c) = 0$$

44.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x + y)(y + z)(z + x)$  의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$x + y + z = 1$  을 변형하면

$$(\text{준식}) = (1 - z)(1 - x)(1 - y)$$

$$= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

45.  $x + y - 1 = 0$ 일 때, 다음 중  $2x^2 + y^2 - xy - 8$ 의 인수인 것은?

①  $x - 1$

②  $x + 1$

③  $x + 2$

④  $4x + 5$

⑤  $4x + 7$

해설

$$x + y - 1 = 0 \text{ 에서 } y = -x + 1$$

$$\therefore 2x^2 + y^2 - xy - 8$$

$$= 2x^2 + (-x + 1)^2 - x(-x + 1) - 8$$

$$= 4x^2 - 3x - 7$$

$$= (4x - 7)(x + 1)$$

46. 최대공약수가  $x - 1$ , 최소공배수가  $x^3 - 7x + 6$ 인 두 이차다항식의 합은?

①  $2x^2 + x + 3$

②  $2x^2 + 3x - 1$

③  $x^2 - x - 2$

④  $2x^2 - x - 1$

⑤  $x^2 - 3x - 2$

### 해설

최대공약수가  $x - 1$ 이므로

두 다항식을  $A(x - 1)$ ,  $B(x - 1)$

( $A$ ,  $B$ 는 서로소인 일차식)으로 놓으면

$$x^3 - 7x + 6 = AB(x - 1)$$

$$(x - 1)(x - 2)(x + 3) = AB(x - 1)$$

$$\therefore AB = (x - 2)(x + 3)$$

$A$ ,  $B$ 는 일차식이어야 하므로

$$\begin{cases} A = x - 2 \\ B = x + 3 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} A = x + 3 \\ B = x - 2 \end{cases}$$

따라서 두 다항식은  $(x - 1)(x - 2)$ ,  $(x - 1)(x + 3)$ 이다.

$\therefore$  (두 다항식의 합)

$$= (x - 1)(x - 2) + (x - 1)(x + 3) = 2x^2 - x - 1$$

47.  $x^2$ 의 계수가 1인 두 다항식  $A, B$ 에 대해 두 다항식의 곱이  $(x-1)(x^3+3x^2-9x+5)$ 이고, 두 다항식의 최소공배수가  $(x-1)^2(x+5)$ 일 때, 두 다항식의 상수항의 합은?

- ① -4      ② -3      ③ -2      ④ -1      ⑤ 0

해설

$$AB = LG = (x-1)(x^3+3x^2-9x+5)$$

$L = (x-1)^2(x+5)$  이므로  $G = x-1$   
따라서  $x^2$ 의 계수가 1인 두 다항식은  
각각  $(x-1)^2, (x-1)(x+5)$ 이다.

48. 두 다항식  $A, B$  의 최대공약수  $G$  를  $A \circ B$ , 최소공배수  $L$  을  $A \star B$  로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

$$A = aG, B = bG \quad (a, b \text{ 는 서로소})$$

$$A^2 \circ AB = [(가)], A^2 \circ B^2 = [(나)]$$

$$\therefore (A^2 \circ AB) \star (A^2 \circ B^2) = [(다)]$$

①  $A, G^2, A$

②  $aG^2, G, A$

③  $A, AB, AG$

④  $aG^2, G^2, AG$

⑤  $G, G, AB$

해설

$$\begin{aligned} (가) &= A^2 \circ AB = (G^2a^2 \text{ 과 } G^2ab \text{ 의 최대공약수}) \\ &= aG^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (나) &= A^2 \circ B^2 = (G^2a^2 \text{ 과 } G^2b^2 \text{ 의 최대공약수}) \\ &= G^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (다) &= (A^2 \circ AB) \star (A^2 \circ B^2) \\ &= ((가) \text{ 와 } (나) \text{ 의 최소공배수}) = aG^2 = AG \end{aligned}$$

49.  $y = kx^2 + (1 - 2k)x + k - 1$ 의 그래프는  $k$ 에 관계없이 항상 한 정점 A를 지난다. B의 좌표를  $B(b, 1)$ 라 할 때,  $\overline{AB}$ 의 길이가  $\sqrt{2}$ 가 되도록 하는  $b$ 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ -2

④ -3

⑤ -1

### 해설

(i) 준식을  $k$ 에 관하여 정리하면

$$(x^2 - 2x + 1)k + (x - y - 1) = 0$$

이 식이  $k$ 의 값에 관계없이 성립할 조건은

$$x^2 - 2x + 1 = 0, \quad x - y - 1 = 0$$

$$\therefore x = 1, \quad y = 0$$

$$\therefore A(1, 0)$$

(ii)  $A(1, 0), B(b, 1)$ 에서

$$\overline{AB} = \sqrt{2} \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(b-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$$

$$b^2 - 2b = 0, \quad b(b-2) = 0 \quad \therefore b = 0, 2$$

$\therefore b$ 의 값들의 합은 2

50. 함수  $f(x) = x^2 + px + q$ 와  $g(x)$ 는 유리수를 계수로 갖는 다항식이고,  $f(\sqrt{2}+1) = 0$ ,  $g(\sqrt{2}+1) = 2 + \sqrt{2}$ 이다. 이 때,  $g(x)$ 를  $f(x)$ 로 나눈 나머지는?

①  $x + 1$

②  $x - 1$

③  $-x + 1$

④  $-x - 1$

⑤  $2x + 1$

### 해설

$g(x)$ 를  $f(x)$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$

나머지를  $ax + b$ 라 하면

$$g(x) = f(x)Q(x) + ax + b$$

$$\begin{aligned}g(\sqrt{2} + 1) &= f(\sqrt{2} + 1)Q(\sqrt{2} + 1) + a(\sqrt{2} + 1) + b \\ &= a(\sqrt{2} + 1) + b \quad (\because f(\sqrt{2} + 1) = 0)\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + a\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

따라서 구하는 나머지는  $x + 1$