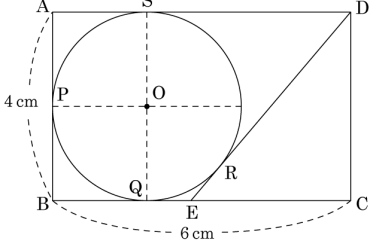


1. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O와 $\triangle CDE$ 가 접하고 있다. $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 아닌 것은?



$$\overline{AP} = \overline{AS} = 2$$

$$\overline{DS} = \overline{DA} - \overline{AS} = 4$$

$$(\triangle CDE \text{의 둘레}) = \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC}$$

$$= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + \textcircled{1}$$

$$= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{2} + \overline{EC})$$

$$= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{3} + \overline{EC})$$

$$= \overline{CD} + \overline{DR} + \textcircled{4}$$

$$= \textcircled{5}$$

- ① $\overline{EC}$

② $\overline{RE}$

③ $\overline{EQ}$

④ $\overline{CQ}$

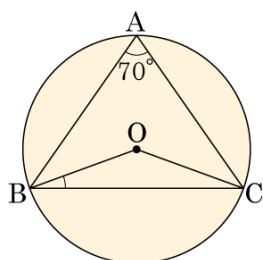
⑤ 16cm

해설

$$\textcircled{5} \ 4 + 4 + 4 = 12(\text{ cm})$$

2. 다음 그림에서 $\angle BAC = 70^\circ$ 일 때, $\angle OBC$ 의 크기는?

- ① 15° ② 20° ③ 25°
④ 30° ⑤ 35°



해설

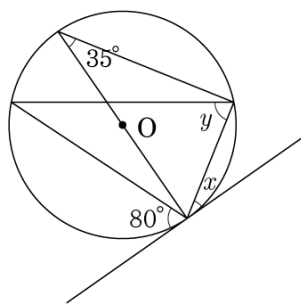
$$\angle BOC = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$$

$\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

3. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

- ① 95° ② 105° ③ 115°
 ④ 120° ⑤ 130°

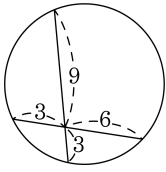


해설

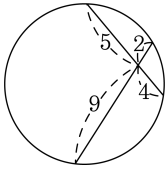
원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 $\angle x = 35^\circ$, $\angle y = 80^\circ$

4. 다음 중 옳은 것은?

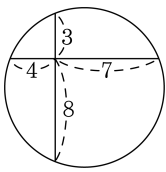
①



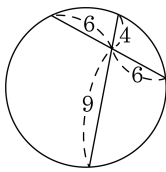
②



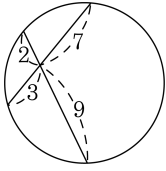
③



④



⑤



해설

$$6 \times 6 = 4 \times 9$$

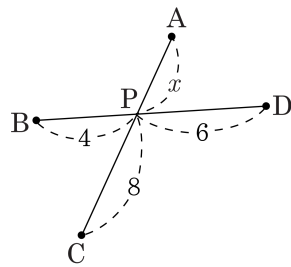
5. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $\widehat{PA}$ 의 길이는?

① 2

② 3

③ 4

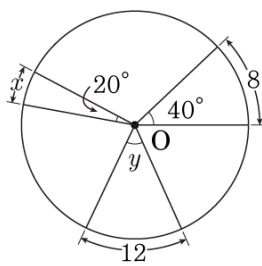
④ 5



해설

$$4 \times 6 = x \times 8, \therefore x = 3,$$

6. 다음 그림의 원 O 에서 x 와 y 의 값은?



① $x = 4$, $y = 80^\circ$

② $x = 8$, $y = 80^\circ$

③ $x = 4$, $y = 60^\circ$

④ $x = 6$, $y = 60^\circ$

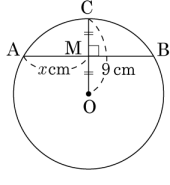
⑤ $x = 8$, $y = 60^\circ$

해설

$$20 : 40 = x : 8, \quad x = 4$$

$$8 : 12 = 40 : y, \quad y = 60$$

7. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



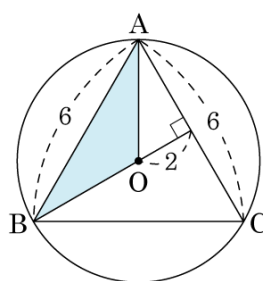
- ① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm
- ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm
- ③ $\frac{7\sqrt{3}}{2}$ cm
- ④ $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ cm
- ⑤ $\frac{11\sqrt{3}}{2}$ cm

해설

$\overline{OA} = 9(\text{cm}), \overline{OM} = \frac{9}{2}(\text{cm})$

$x = \sqrt{9^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9^2 \times 3}{4}} = \frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



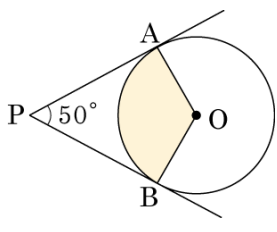
- ① 3 ② $3\sqrt{2}$ ③ 6 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 12

해설

원의 중심 O 와 $\overline{AB}$ 사이의 거리는 원의 중심 O 와 $\overline{AC}$ 사이의 거리인 2 와 같다.

$$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$$

9. 다음 그림과 같이 점 P에서 반지름의 길이가 18인 원 O에 그은 두 접선의 접점을 A, B라 하고, $\angle APB = 50^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 길이는?



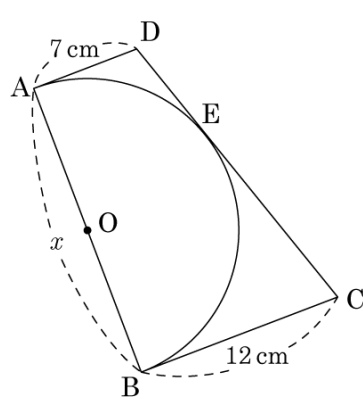
- ① π ② 3π ③ 4π ④ 6π ⑤ 13π

해설

$\angle AOB = 130^\circ$ 이므로

$$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 2\pi \times 18 \times \frac{130^\circ}{360^\circ} = 13\pi \text{ 이다.}$$

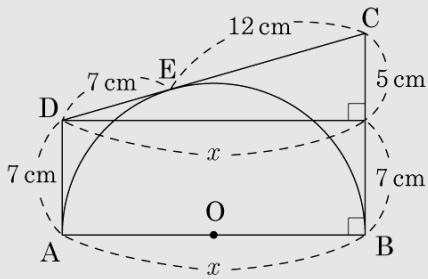
10. 반원 O 와 접하는 선분 AD, CD, BC 가 다음과 같을 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



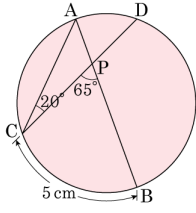
- ① $2\sqrt{21}$ (cm) ② $3\sqrt{21}$ (cm) ③ $4\sqrt{21}$ (cm)
④ $5\sqrt{21}$ (cm) ⑤ $6\sqrt{21}$ (cm)

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{19^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{336} = 4\sqrt{21} \\ &= 4\sqrt{21} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



11. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5\text{ cm}$ 이고, $\angle ACD = 20^\circ$, $\angle BPC = 65^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AD}$ 의 길이는?

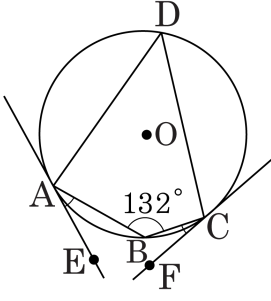


- ① 10cm ② 12cm ③ $\frac{14}{3}\text{cm}$
 ④ $\frac{16}{5}\text{cm}$ ⑤ $\frac{20}{9}\text{cm}$

해설

$\triangle ACP$ 에서 $\angle CAB = 45^\circ$ 이므로
 $\angle CAB : \angle ACD = 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{AD}$
 $45^\circ : 20^\circ = 5 : 5.0\text{pt}\widehat{AD}$
 $\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AD} = \frac{20}{9}\text{ cm}$

12. 다음과 같이 두 점 A, C 는 원 O 의 접점 이라고 한다. $\angle EAB + \angle BCF$ 의 크기는 얼마인가?

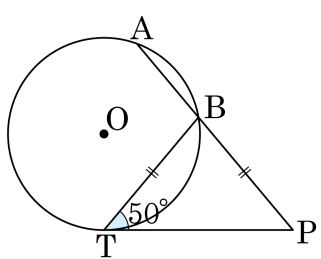


- ① 46° ② 47° ③ 48° ④ 49° ⑤ 50°

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면
 $\angle EAB = \angle ADB$
 $\angle BCF = \angle BDC$
 $\therefore \angle EAB + \angle BCF = \angle ADC$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ADC = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$
 $\therefore \angle EAB + \angle BCF = 48^\circ$

13. 다음 그림에서 점 T는 원 O의 접점이고, $\overline{BT} = \overline{BP}$, $\angle BTP = 50^\circ$ 일 때, $\angle ATB$ 의 크기를 구하여라.



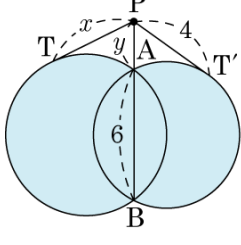
▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}$

▷ 정답 : 30°

해설

$$\begin{aligned}\angle P &= 50^\circ \\ \angle BTP &= \angle TAB = 50^\circ \\ \angle ABT &= 100^\circ \\ \angle ATB &= 180^\circ - 50^\circ - 100^\circ = 30^\circ\end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 이 각각 두 원의 접선이고 $\overline{AB} = 6$ 일 때, x, y 의 곱 xy 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PT'}^2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{PT} = \overline{PT'} = 4$$

$$\therefore x = 4$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$y(y+6) = 4^2$$

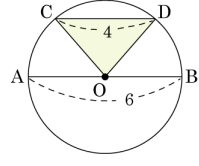
$$y^2 + 6y - 16 = 0$$

$$(y+8)(y-2) = 0$$

$$\therefore y = 2 \text{ (}\because y > 0\text{)}$$

따라서, $xy = 8$ 이다.

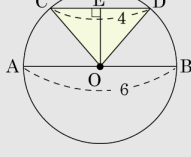
15. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이는?



- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 3

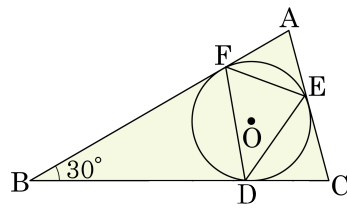
해설

$\overline{OC} = 3$, $\overline{CE} = 2$ 이므로 $\overline{OE} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 이다.



따라서 $\triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 이다.

16. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle B = 30^\circ$ 일 때, $\angle FED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 75 °

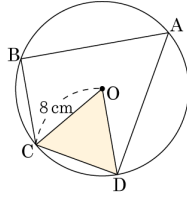
해설

선분 $\overline{OF}$, $\overline{OD}$ 를 그으면

$$\angle FOD = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\therefore \angle FED = 150^\circ \times \frac{1}{2} = 75^\circ$$

17. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\angle B = \angle D$, $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$ 이고 원 O 의 반지름의 길이가 8 cm 일 때, $\triangle OCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $16\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\angle A = 2x$, $\angle B = 3x$, $\angle C = 4x$ 라 두면

$\angle D = 3x$

$\therefore 2x + 3x + 4x + 3x = 360^\circ$

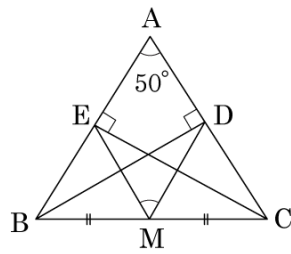
$12x = 360^\circ$, $x = 30^\circ$

$\angle B = \angle D = 90^\circ$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 원의 중심 O 를 지난다.

$\angle COD = 2\angle CAD = 2 \times \frac{1}{2} \times \angle A = 60^\circ$

$(\triangle OCD \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 60^\circ$
 $= 16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle EMD$ 의 크기를 구하면?



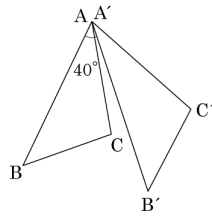
- ① 40° ② 50° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\triangle ABD$ 에서 $\angle ABD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

따라서 $\angle EMD = 2\angle EBD = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ 이다.

19. $\triangle A'B'C'$ 은 점 A 를 중심으로 $\triangle ABC$ 를 40° 회전시킨 것이다. 점 A, B, B', C' 이 한 원주 위에 있을 때, $\angle ACB$ 의 크기는?

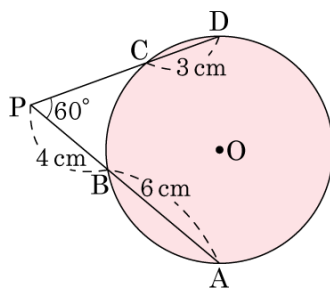


- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABB'$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AB'}$ 이므로 $\angle ABB' = \angle AB'B = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$, $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 이므로
 $\angle ACB = \angle A'C'B'$
 $\square ABB'C'$ 이 한 원 위에 있으므로 대각의 크기의 합이 180°
 즉, $\angle ABB' + \angle AC'B' = 70^\circ + \angle AC'B' = 180^\circ$
 $\therefore \angle AC'B = \angle ACB = 110^\circ$

20. 다음 그림과 같이 원 O 밖의 한 점 P에서 원에 그은 두 직선이 원과 만나서 생기는 현을 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 라고 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$, $\overline{PB} = 4\text{cm}$, $\angle APD = 60^\circ$ 일 때, 원 O의 넓이는?



- ① $19\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{19\pi}{4}\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$
 ④ $\frac{21\pi}{4}\text{cm}^2$ ⑤ $21\pi\text{cm}^2$

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 라고 하자.

원에서의 비례 관계에 의하여 $\overline{PD} \cdot \overline{PC} = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 일 때, $\overline{PC} = x$ 라 하자.

$$(x+3) \times x = 10 \times 4$$

$$x^2 + 3x - 40 = 0$$

$$(x+8)(x-5) = 0 \therefore x = 5\text{cm} = \overline{PC}$$

$\overline{AC}$, $\overline{AD}$ 를 그으면 $\overline{AP} = 2\overline{PC}$, $\angle APC = 60^\circ$ 이므로 $\angle ACP = 90^\circ$ ($\therefore$ 특수각의 성질) 즉, $\overline{AD}$ 가 원의 지름이다.

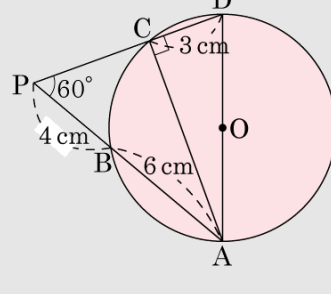
$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$ 이므로 $\triangle ACD$ 에서

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$$

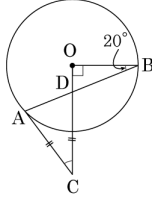
$$4r^2 = 75 + 9$$

$$\therefore r^2 = 21$$

따라서, 원의 넓이는 $\pi r^2 = 21\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



21. 다음 그림에서 선분 AC는 원 O의 접선이고 $\overline{AC} = \overline{CD}$, $\angle OBD = 20^\circ$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.



▷ 정답: 40°

해설

다음 그림과 같이 점 B에서 접선을 그어 $\overline{AC}$ 의 연장선과 만나는 점을 P라 하면

$$\overline{PA} = \overline{PB} \text{ 이므로 } \angle PAD = \angle PBD$$
$$\overline{AC} = \overline{CD} \text{ 이므로 } \angle CAD = \angle CDA$$
$$\therefore \angle PBD = \angle CDA$$

여기서 $\angle PBD$ 와 $\angle CDA$ 는 동위각이므로 $\overline{PB} \parallel \overline{CD}$

이때 $\angle PBO = 90^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 90^\circ$

삼각형 BOD 에서

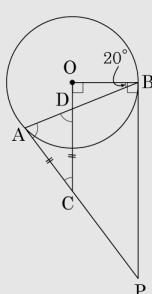
$$\angle ODB = 180^\circ - (90^\circ + 20^\circ) = 70^\circ$$

삼각형 ADC 에서

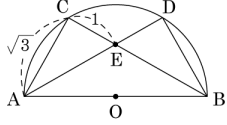
$\angle ADC = 70^\circ$ ($\angle ODB$ 의 만꼭지각)

삼각형 ADC는 이등변삼각형이므로

삼각형 ADC 는 이등변삼각형이므로
 $\angle ACD = 100^\circ$ ($50^\circ + 50^\circ$) $\therefore \angle ADC = 100^\circ$



22. 다음 그림과 같이 지름이 $\overline{AB}$ 인 반원에서 점 C, D 는 원주 위의 점이고, $\angle BAD = \angle CAD$ 이다. $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 교점을 E 라 하고, $\overline{AC} = \sqrt{3}$, $\overline{CE} = 1$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



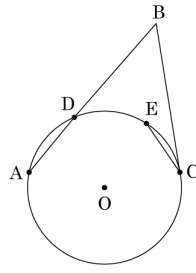
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

$\triangle ACE$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{3}$, $\overline{CE} = 1$ 이고,
 $\angle ECA = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{AE} = 2$, $\angle CAE = \angle BAE = 30^\circ$
 또, $\triangle ABE$ 에서
 $\overline{AE} = \overline{BE} = 2$, $\overline{DE} = 1$, $\overline{BD} = \sqrt{3}$
 $\therefore \overline{AB} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2} = \sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2} = 2\sqrt{3}$

- 23.** 다음 그림에서 두 점 D, E 가 호 AC 의 삼등분점이고, $\angle ABC = 50^\circ$, 점 C 는 원 O 의 접점일 때, $\angle ECB$ 의 크기를 구하여라.



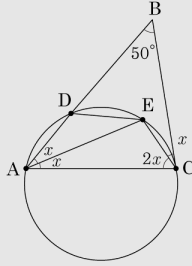
▶ 답:

○
—

▶ 정답 : 26 _

해설

다음 그림과 같이 보조선을 연결한 후



$\angle ECB = x$ 라 하면 접선과 현이 이루는 성질에 의하여 $\angle EAC = x$

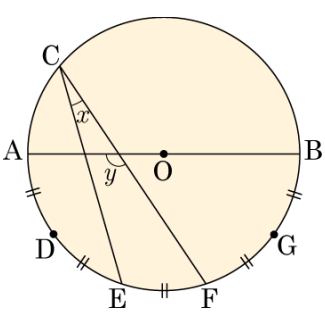
또한, $\widehat{5.0\text{ptDE}} = \widehat{5.0\text{ptEC}}$ 이므로 $\angle DAE = x$

$$5.0\text{pt}\widehat{\text{AE}} = 25.0\text{pt}\widehat{\text{EC}} \text{ 이므로 } \angle \text{ACE} = 2x$$

따라서 삼각형 ABC 의 모든 내각의 합은 180° 이므로 $x + x + 2x + x + 50^\circ = 180^\circ$

 $x = 26^\circ$
$$\therefore \angle ECB = 26^\circ$$

24. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 원 O의 지름이고 $5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 2 : 7$, $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 5등분점을 각각 D, E, F, G라 할 때, $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.



▶ 답: $\angle x = 18^\circ$

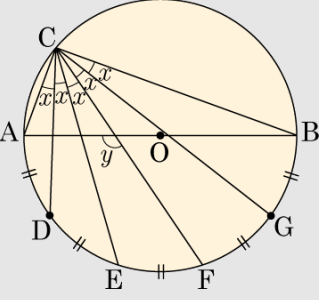
▶ 답: $\angle y = 124^\circ$

▷ 정답: $\angle x = 18^\circ$

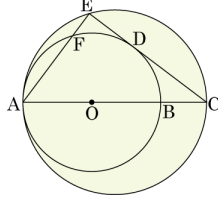
▷ 정답: $\angle y = 124^\circ$

해설

$\widehat{AB}$ 는 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$
 $5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{DE} = 5.0\text{pt}\widehat{EF} = 5.0\text{pt}\widehat{FG} = 5.0\text{pt}\widehat{GB}$ 이므로
 $\angle ACD = \angle DCE = \angle ECF = \angle FCG = \angle GCB = \angle x$
 $5\angle x = 90^\circ \quad \angle x = 18^\circ$
 $5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = \angle ABC : \angle BAC = 2 : 7$
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ \times \frac{7}{9} = 70^\circ$
 $\therefore \angle y = \angle BAC + \angle ACF$
 $= 70^\circ + 3 \times 18^\circ = 124^\circ$



25. 다음 그림과 같이 선분 AB, AC 를 지름으로 하는 두 원이 있다. 직선 EC 는 원 O 와 점 D 에서 접하고, $AB = 6$, $BC = 2$ 일 때, 선분 AF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{18}{5}$

해설

보조선 OD 를 연결하면 $\angle CDO = 90^\circ$ 이므로 $\overline{CD} = 4$ 이고, 삼각형 OCD 와 OAE 는 닮은 직각삼각형이다. 닮음비를 이용하여 선분 CE 와 EA 의 길이를 구하면 각각 $\frac{32}{5}$, $\frac{24}{5}$

$\overline{ED}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{ED}^2 = \overline{EF} \cdot \overline{EA}$

$\therefore \overline{EF} = \frac{6}{5}$, $\overline{AF} = \overline{EA} - \overline{EF} = \frac{24-6}{5} = \frac{18}{5}$