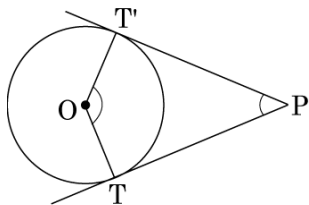


1. 다음 그림과 같이 원 밖의 한 점 P에서 원 O에 접선 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 을 그었을 때, $\angle TOT' + \angle TPT'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 정답 : 180°

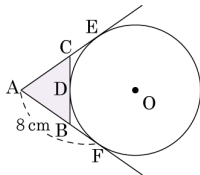
해설

접선의 성질에 의해 $\angle PT'O = \angle PTO = 90^\circ$

사각형 $PT'OT$ 의 내각의 합은 360° 이다.

$$\therefore \angle T'OT + \angle T'PT = 180^\circ$$

2. 다음 그림에서 세 점 D, E, F 는 원 O 의 접점일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

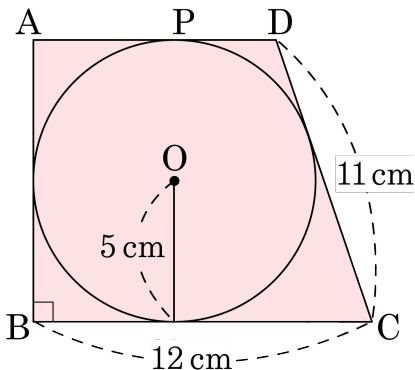
▷ 정답: 16 cm

해설

$$\overline{AE} = \overline{AF}, \triangle ABC \text{의 둘레} = \overline{AE} + \overline{AF} = 2\overline{AF}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{의 둘레} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$$

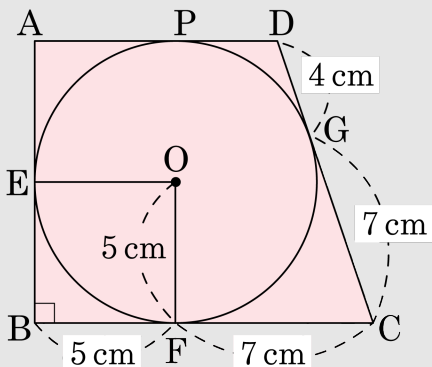
3. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 외접하고 $\angle B = 90^\circ$ 이다. $\overline{AD}$ 와 원 O 와의 접점을 점 P 라 할 때, $\overline{DP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설



그림에서 $\overline{BE} = \overline{AE} = \overline{AP} = \overline{BF} = 5 \text{ cm}$ 이므로

$\overline{CF} = \overline{CG} = 7 \text{ cm}$, $\overline{DG} = 4 \text{ cm}$

$\therefore \overline{DP} = \overline{DG} = 4 \text{ cm}$

4. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

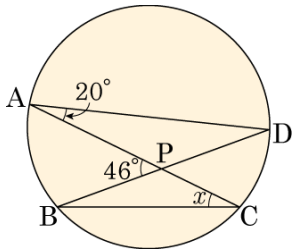
① 20°

② 22°

③ 24°

④ 26°

⑤ 28°

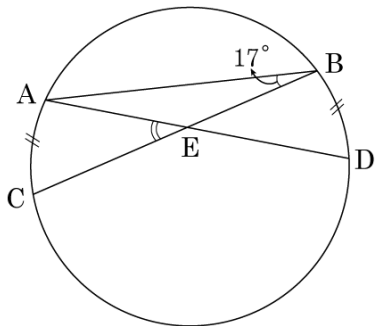


해설

5.0pt $\widehat{CD}$ 의 원주각 $\angle CAD = \angle DBC = 20^\circ$

$$\angle x + 20^\circ = 46^\circ \quad \therefore \angle x = 26^\circ$$

5. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 이고 $\angle ABC = 17^\circ$ 일 때, $\angle AEC$ 의 크기는?



① 13°

② 17°

③ 21°

④ 28°

⑤ 34°

해설

호의 길이가 같으므로 $\angle ABC = \angle BAD = 17^\circ$

$\angle AEC = \angle ABC + \angle BAE = 17^\circ + 17^\circ = 34^\circ$

6. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 12\text{cm}$ 이고 $\angle APB = 25^\circ$ 일 때, $\angle CQD$ 의 크기를 구하면?

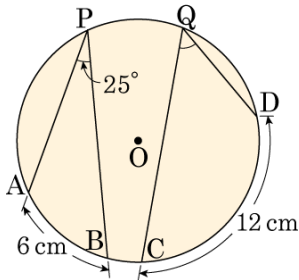
① 35°

② 40°

③ 50°

④ 55°

⑤ 60°



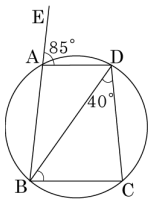
해설

원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$$6 : 12 = 25^\circ : \angle x$$

$$\therefore \angle x = 50^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\angle EAD = 85^\circ$, $\angle BDC = 40^\circ$ 일 때, $\angle DBC$ 의 크기를 구하면?



① 50°

② 55°

③ 60°

④ 65°

⑤ 70°

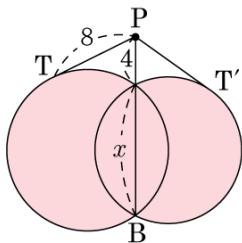
해설

$$\angle EAD = \angle DCB$$

$$\therefore \angle DCB = 85^\circ$$

$$\therefore \angle DBC = 180^\circ - 40^\circ - 85^\circ = 55^\circ$$

8. 다음 그림에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 이 접선일 때, x 의 값을 구하여라.



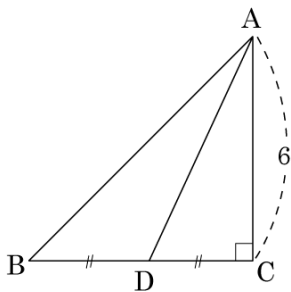
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$ 이므로 $8^2 = 4(4 + x)$, $64 = 4(4 + x)$, $4 + x = 16$, $x = 12$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = 6$, $\tan B = \frac{3}{4}$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 D 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설

$\triangle ABC$ 에서

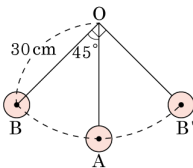
$$\tan B = \frac{6}{\overline{BC}} = \frac{3}{4} \quad \therefore \overline{BC} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 4$$

따라서 $\triangle ADC$ 에서

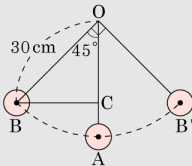
$$\overline{AD} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ 이다.}$$

10. 다음 그림과 같이 시계의 추가 B 지점과 B' 지점 사이를 일정한 속도로 움직이고 있다. 추의 길이는 30cm 이고, $\angle BOA = \angle AOB' = 45^\circ$, $\angle BOB' = 90^\circ$ 이다. 추가 가장 높은 위치에 있을 때, 추는 A 지점을 기준으로 하여 몇 cm 의 높이에 있는가?



- ① $15(2 - \sqrt{2})\text{cm}$ ② $20(2 - \sqrt{2})\text{cm}$ ③ $25(2 - \sqrt{2})\text{cm}$
 ④ $30(2 - \sqrt{2})\text{cm}$ ⑤ $35(2 - \sqrt{2})\text{cm}$

해설

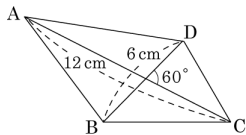


점 B 에서 $\overline{OA}$ 에 내린 수선의 발을 C 라 하면

$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{OC}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OC}}{30} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \overline{OC} = 15\sqrt{2}\text{cm 이다.}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \overline{AC} &= \overline{OA} - \overline{OC} \\ &= 30 - 15\sqrt{2} \\ &= 15(2 - \sqrt{2})\text{cm 이다.} \end{aligned}$$

11. 다음 사각형 ABCD 의 넓이를 구하면?



① $16\sqrt{2}\text{ cm}^2$

② $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$

③ 18 cm^2

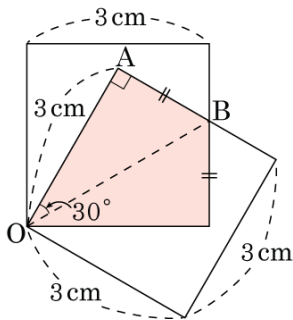
④ $18\sqrt{2}\text{ cm}^2$

⑤ $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{넓이}) &= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

12. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 3 cm 인 정사각형을 30° 회전시켜서 생기는 정사각형과 겹치는 부분의 넓이를 구하여라.



답 :

cm²



정답 : $3\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$$\overline{AB} = 3 \tan 30^\circ = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$\triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} (\text{cm}^2)$$

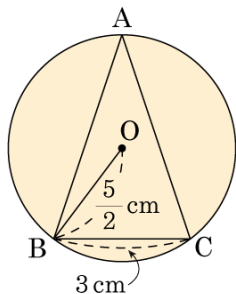
$$\begin{aligned} (\text{어두운 부분의 넓이}) &= 2\triangle ABO \\ &= 2 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $\frac{5}{2}$ cm 인
 원에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 3$ cm 일
 때, $\sin A + \cos A$ 의 값을 구하면?

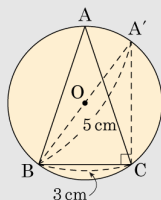
① $\frac{7}{5}$
 ④ $\frac{7}{4}$

② $\frac{9}{5}$
 ⑤ 3

③ $\frac{12}{5}$



해설



$\overline{BO}$ 의 연장선과 원이 만나는 점을 A' 이라 하면
 $\overline{BA'}$ 은 이 원의 지름이고 $\overline{BA'} = 5$ cm, $\angle BCA' = 90^\circ$ 이다.
 또, 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로 $\angle A = \angle A'$

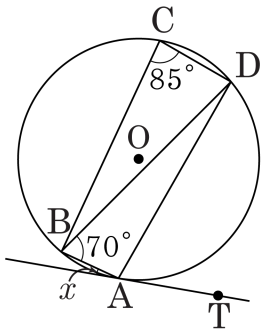
$$\therefore \sin A = \sin A' = \frac{\overline{BC}}{\overline{BA'}} = \frac{3}{5}$$

$$\overline{A'C} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm}) \text{ 이므로}$$

$$\cos A = \cos A' = \frac{\overline{A'C}}{\overline{BA'}} = \frac{4}{5}$$

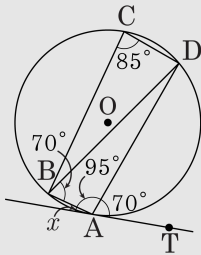
$$\therefore \sin A + \cos A = \frac{7}{5}$$

14. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기로 알맞은 것은?

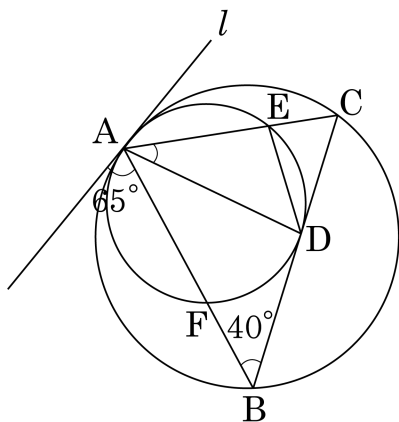


- ⑤ 15°

해설

 $\angle BAD + \angle C = 180^\circ$ 이므로
$$\angle \text{BAD} = 95^\circ$$
$$\angle x = \angle ADB = 180^\circ - 70^\circ - 95^\circ = 15^\circ$$

15. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 에서 두 원과 접하고 큰 원의 현 BC 는 점 D 에서 작은 원에 접할 때, $\angle DAC$ 의 크기를 구하여라.

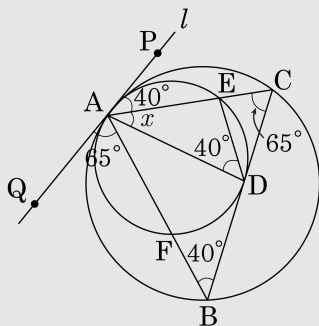


▶ 답 : ○

▶ 정답 : 37.5°

해설

직선 l 위의 두 점을 P, Q 라 하고, $\angle DAC = \angle x$ 라 하면
 $\angle ABC = \angle PAC = \angle ADE = 40^\circ$, $\angle ACB = \angle QAB = 65^\circ$



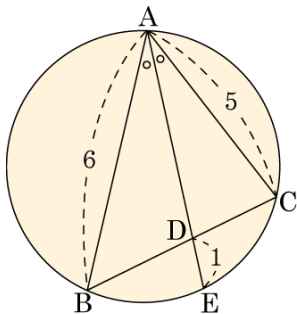
$\triangle ADE$ 에서 $\angle DEC = \angle x + 40^\circ$

$\overline{BC}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\angle EDC = \angle EAD = \angle x$ 이다.

$\triangle EDC$ 에서 $\angle x + 40^\circ + \angle x + 65^\circ = 180^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle x = 37.5^\circ$$

16. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{DE} = 1$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\angle AEB = \angle ACB$ (5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각)

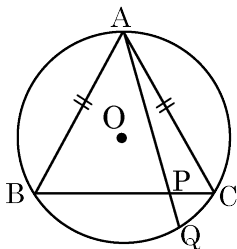
$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)

$\overline{AD} = x$ 라 하면 $6 : x = x + 1 : 5$

$$6 \times 5 = x \times (x + 1), x^2 + x - 30 = 0$$

$$(x - 5)(x + 6) = 0 \therefore x = 5$$

17. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선이 밑변 BC와 점 P에서 만나고, 이 삼각형의 외접원과 점 Q에서 만날 때, $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 임을 설명하려고 한다. 이때 사용되는 정리를 고르면?



- ① $\overline{AB}$ 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이면 $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이다.
- ② $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 $\overline{AC}$ 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.
- ③ $\angle ABP = \angle AQB$ 이면 $\overline{AB}$ 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.
- ④ $\overline{AC}$ 가 점 P, Q, C를 지나는 원의 접선이면 $\angle ABP = \angle AQB$ 이다.
- ⑤ $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 $\overline{AB}$ 는 세 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.

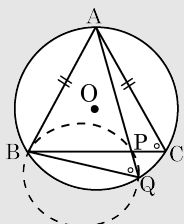
해설

$\angle ABC = \angle ACB$ (이등변삼각형)

$\angle ACB = \angle AQB$ (호 AB의 원주각)

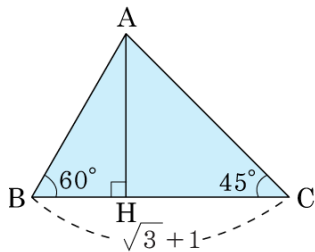
$\therefore \angle ABC = \angle AQB$

따라서 그림처럼 $\overline{AB}$ 가 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이 된다.



또, $\overline{AB}$ 가 접선일 때 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 이다.

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABH = 60^\circ$, $\angle ACH = 45^\circ$, $\overline{BC} = \sqrt{3} + 1$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 x 라 하면 x^2 을 구하면?



① 2.2

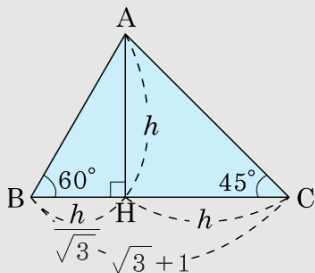
② 3

③ 3.5

④ 4

⑤ 4.5

해설



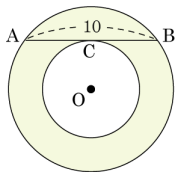
$$\overline{AH} = h \text{ 라 하면 } \frac{h}{\sqrt{3}} + h = \sqrt{3} + 1$$

양변에 $\sqrt{3}$ 을 곱하면,

$$(1 + \sqrt{3})h = (\sqrt{3} + 1) \times \sqrt{3}$$

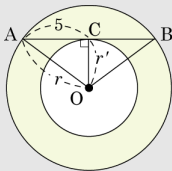
$$\therefore h = \overline{AH} = \sqrt{3}, \overline{AH}^2 = 3 \text{ 이다.}$$

19. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설



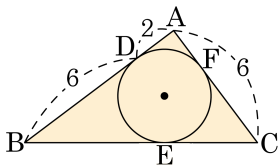
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이 $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

20. 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AD} = 2$, $\overline{BD} = 6$, $\overline{AC} = 6$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② $10\sqrt{3}$ ③ 18

- ④ 24 ⑤ 30

해설

원 밖의 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 2$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 4$$

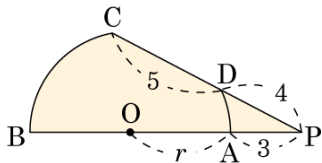
$$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$$

$$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 10, \overline{CA} = 6 \text{ 이다.}$$

이때, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이 성립하므로
이 삼각형은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\text{따라서, 넓이는 } \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

21. 다음은 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 를 현 CD 를 따라 자른 도형이다. 반원 O 의 지름과 현의 연장선이 만나는 점을 P 라 할 때 반원의 반지름 r 를 구 하면?



① 3

② 4

③ 4.5

④ 5.5

⑤ 6

해설

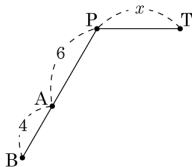
$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC} \text{ 이므로 } 3(3 + r + r) = 4(4 + 5)$$

$$9 + 6r = 36$$

$$6r = 27$$

$$\therefore r = 4.5$$

22. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 가 세 점 A, B, T 를 지나는 원의 접선이 되도록 하는 x 의 값은?



- ① $2\sqrt{15}$ ② $3\sqrt{10}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$$x^2 = 6 \times 10 \quad \therefore x = 2\sqrt{15}$$

23. 원 O 에 내접하는 정오각형 ABCDE 에서 대각선 AC 와 BE 의 교점을 P 라 할 때, $\overline{AP} = 2$ 이다. 이때, 선분 CP 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 + \sqrt{5}$

해설

$$\angle BAC = \angle BCA = \angle ABE = \frac{1}{5} \times 180 = 36^\circ$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle APB$$

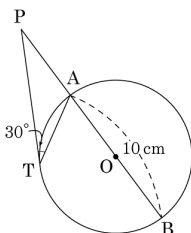
$$\text{또 } \angle CPB = \angle CBE = 72^\circ \text{ 이므로 } \overline{BC} = \overline{CP},$$

$$\overline{AP} = 2, \overline{CP} = x \text{ 라 하면}$$

$$x : (2 + x) = 2 : x$$

$$x = \overline{CP} = 1 + \sqrt{5}$$

24. 다음 그림과 같이 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{AB}$ 는 지름이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\angle PTA = 30^\circ$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라. (단, 점 T 는 접점이다.)

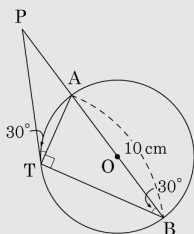


▶ 답 :

▶ 정답 : $5\sqrt{3}$

해설

$\overline{BT}$ 를 그으면 $\angle ABT = \angle PTA = 30^\circ$



$\angle ATB = 90^\circ$ 이므로

$\angle TAB = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$

$\triangle APT$ 의 외각의 성질에 의하여 $\angle APT = 30^\circ$ 이므로 $\triangle TPB$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{PT} = \overline{BT}$

$\triangle ATB$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{BT} = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

$\therefore \overline{PT} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$

25. 길이가 13 인 선분 AB 와 길이가 12 인 선분 CD 가 선분 CD 의 중점 M 에서 만나고, 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, 선분 AM 과 BM 의 길이의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있으므로 $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = \overline{MC} \cdot \overline{MD}$

$$\overline{MA} \cdot (13 - \overline{MA}) = 36$$

$$\overline{MA}^2 - 13\overline{MA} + 36 = 0$$

$$\therefore \overline{MA} = 4 \text{ 또는 } \overline{MA} = 9$$

따라서 두 선분의 길이의 차는 5