

1. 유리식 $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $a \neq b$)

① $\frac{a+b}{a-b}$

② $\frac{a-b}{a+b}$

③ $\frac{a}{a+b}$

④ $\frac{a}{a-b}$

⑤ 1

해설

$$\frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2} = \frac{(a - b)(a + b)}{(a - b)^2} = \frac{a + b}{a - b}$$

2. $1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)}$ 을 계산하면?

① 1

② $\frac{1}{x}$

③ $\frac{1}{x-1}$

④ $\frac{x}{x-1}$

⑤ $\frac{x+1}{x(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x-1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)^2 + x}{x(x-1)} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - 2x + x - 1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - x}{x(x-1)} = \frac{x(x-1)}{x(x-1)} = 1 \end{aligned}$$

3. 유리식 $\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{a}{b}$ ② $\frac{b}{ac}$ ③ $\frac{c}{ab}$ ④ $\frac{a}{bc}$ ⑤ $\frac{a}{c}$

해설

$$\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab} = \frac{a+b}{(a-b)c} \times \frac{a(a-b)}{b(a+b)} = \frac{a}{bc}$$

4. 분수식 $\frac{\frac{x+1}{x-1}}{\frac{x-1}{4}}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{x+1}{4}$

해설

$$(\text{준 식}) = \frac{(x+1)(x-1)}{4(x-1)} = \frac{x+1}{4}$$

5. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{xy}{x^2 - 2y^2}$ 의 값을 구하면?

① -2

② 2

③ -4

④ 4

⑤ -6

해설

$$x = 4k, y = 3k \text{ (단, } k \neq 0 \text{)}$$

$$\frac{xy}{x^2 - 2y^2} = \frac{12k^2}{16k^2 - 18k^2} = -6$$

6. 어떤 수 x 의 8배에 2를 더한 수의 4분의 1은?

① $2x + \frac{1}{2}$

② $x + \frac{1}{2}$

③ $2x + 2$

④ $2x + 4$

⑤ $2x + 16$

해설

$$\frac{8x + 2}{4} = 2x + \frac{1}{2}$$

7. $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 점근선의 방정식은 $x=1, y=a$ 이다. a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ -1

⑤ -2

해설

$$y = \frac{3(x-1) + 2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$$

따라서 점근선의 방정식이 $x=1, y=3$ 이므로
 $a=3$

8. 함수 $y = -\frac{2}{x} - 3$ 의 점근선의 방정식은?

① $x = 0, y = 3$

② $x = 0, y = -3$

③ $x = 1, y = 3$

④ $x = -1, y = 3$

⑤ $x = 1, y = -3$

해설

$y = -\frac{2}{x} - 3$ 는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼
평행이동한 그래프이므로 점근선의 방정식은 $x = 0, y = -3$
이다.

9. $\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(a+b)x - a}{x(x-1)}$$

따라서, $a+b=1$, $a=-1$

$$\therefore a=-1, b=2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$$

10. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여 푼다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

11. 다음 유리식을 간단히 하시오.

$$\frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}}$$

① 1

② x

③ $-x$

④ $\frac{1}{x}$

⑤ $-\frac{1}{x}$

해설

$$(\text{준식}) = \frac{\frac{(1+x) + (1-x)}{(1-x)(1+x)}}{\frac{(1+x) - (1-x)}{(1-x)(1+x)}} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$$

해설

주어진 식의 분모와 분자에 $(1-x)(1+x)$ 를 곱하면
(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) + \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)}{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) - \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)} \\ &= \frac{(1+x) + (1-x)}{(1+x) - (1-x)} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

12. $3x = 2y \neq 0$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{12}{5}$

③ $\frac{7}{12}$

④ $\frac{12}{7}$

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$3x = 2y \neq 0$ 에서 $x : y = 2 : 3$

따라서 $x = 2k$, $y = 3k$ ($k \neq 0$)로 놓으면

$$\begin{aligned}\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} &= \frac{3(2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 3k}{(2k)^2 + 2k \cdot 3k} \\ &= \frac{12k^2 + 12k^2}{4k^2 + 6k^2} = \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{12}{5}\end{aligned}$$

13. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, b = 3k, c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p+q = 14$$

14. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

① $ac = bd$

② $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

③ $a + b = c + d$

④ $a - c = b - d$

⑤ $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이면 $ad = bc$

15. 철수는 걸어서 학교에 다닌다. 한 걸음에 75cm씩 1분에 평균 90 걸음을 가고, 통학 시간은 16분이다. 동생 철이도 같은 학교에 같은 길을 따라 걸어다니고, 한 걸음에 60cm씩 1분에 평균 100 걸음을 간다고 할 때, 동생 철이의 통학 시간은 몇 분인가?

① $14 + \frac{2}{9}$ 분

② 15 분

③ 18 분

④ 20 분

⑤ $22 + \frac{2}{9}$ 분

해설

철수 통학 거리는 $75 \times 90 \times 16$ (cm)

동생 철이의 통학 시간은 $\frac{75 \times 90 \times 16}{60 \times 100} = 18$ (분)

16. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

$$\text{I. } y = \frac{2x-5}{x-2}$$

$$\text{II. } y = \frac{x-1}{3x+4}$$

$$\text{III. } y = \frac{x+1}{2x}$$

$$\text{IV. } y = \frac{2x}{x-1}$$

① I, II

② I, IV

③ II, IV

④ II, III

⑤ I, II, IV

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

$$\text{이므로 } y = \frac{k}{x-p} + q$$

꼴로 정리 했을 때, $k = 2$ 이면

평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

$$\text{I. } y = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2}$$

$$\therefore k = -1$$

$$\text{II. } y = \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

$$\text{III. } y = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1} \therefore k = 1$$

$$\text{IV. } y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

17. 함수 $y = -\frac{1}{x} + 1$ 의 역함수를 바르게 구한 것은?

① $y = \frac{1}{1-x}$
④ $y = \frac{1+x}{x}$

② $y = \frac{1}{1+x}$
⑤ $y = \frac{x}{1+x}$

③ $y = \frac{x}{1-x}$

해설

$$y = -\frac{1}{x} + 1 \text{ 에서 } \frac{1}{x} = 1 - y$$

$$1 = (1 - y)x, x = \frac{1}{1 - y}$$

$$\therefore y = \frac{1}{1 - x}$$

18. 등식 $\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$ 을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} \text{ 에서}$$

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{11}{4} = 2 + \frac{3}{4} \text{ 이므로}$$

$$a = 2 \text{ 이고 } \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{이 때, } b + \frac{1}{c} = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} \text{ 이므로 } b = 1, c = 3$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + 1^2 + 3^2 = 14$$

19. $2x^2 - 5xy - 3y^2 = 0$ 이고, $xy > 0$ 일 때, $\frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$ 의 값은?

① $\frac{2}{5}$

② $\frac{4}{5}$

③ $\frac{6}{5}$

④ $\frac{7}{5}$

⑤ $\frac{9}{5}$

해설

$$2x^2 - 5xy - 3y^2 = 0$$

$$\begin{array}{cc} x & -3y \\ 2x & y \end{array}$$

$$\Rightarrow (x-3y)(2x+y) = 0$$

$$x = 3y \text{ 또는 } 2x = -y$$

$xy > 0$ 이므로 x, y 의 부호는 같다

$$\therefore x = 3y$$

$$\Rightarrow \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2} = \frac{(3y-y)^2}{(3y)^2+y^2} = \frac{2}{5}$$

20. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

21. $t = 0$ 에서 $t = 1$ 까지 인구는 $i\%$ 증가하였고, $t = 1$ 에서 $t = 2$ 까지 인구는 $j\%$ 증가하였다면, $t = 0$ 에서 $t = 2$ 까지 인구 증가율은?

① $(i + j) \%$

② $ij \%$

③ $(i + ij) \%$

④ $\left(i + j + \frac{ij}{100}\right) \%$

⑤ $\left(i + j + \frac{i + j}{100}\right) \%$

해설

$t = 0$ 에서의 인구는 P

$t = 2$ 까지 인구 증가율을 $k\%$ 라 하자.

$$P \left(1 + \frac{k}{100}\right)$$

$$= P \left(1 + \frac{i}{100}\right) \left(1 + \frac{j}{100}\right),$$

$$1 + \frac{k}{100} = 1 + \frac{i + j}{100} + \frac{ij}{10000}$$

$$\therefore k = i + j + \frac{ij}{100}$$

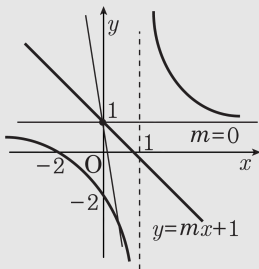
22. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $0 < m \leq 12$ ② $-12 \leq m < 0$ ③ $-12 < m \leq 0$
 ④ $0 \leq m < 12$ ⑤ $-12 \leq m \leq 12$

해설

$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-1+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

- (i) 그림에서 $m = 0$ 일 때
 두 그래프는 만나지 않는다.



- (ii) $y = \frac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$$\frac{x+2}{x-1} = mx + 1$$

$$\text{즉, } mx^2 - mx - 3 = 0$$

이때, 판별식을 D 라 하면

$$D = m^2 + 12m < 0, \quad m(m+12) < 0$$

$$\therefore -12 < m < 0$$

- (i), (ii)에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는
 $-12 < m \leq 0$

23. $a + \frac{1}{b} = c$, $b + \frac{1}{c} = d$, $c + \frac{1}{d} = a$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$c = a + \frac{1}{b}$ 을 $b + \frac{1}{c} = d$ 에 대입하면

$$d = b + \frac{1}{a + \frac{1}{b}} = b + \frac{b}{ab + 1} = \frac{ab^2 + 2b}{ab + 1}$$

c 와 d 를 $a = c + \frac{1}{d}$ 에 대입하면

$$a = a + \frac{1}{b} + \frac{ab + 1}{ab^2 + 2b} \text{ 에서 } \frac{ab + 2 + ab + 1}{ab^2 + 2b} = 0$$

$$\text{즉, } \frac{2ab + 3}{ab^2 + 2b} = 0$$

따라서, $2ab + 3 = 0$ 이고, $ab = -\frac{3}{2}$ 이다.

24. $\frac{a}{b+c-a} = \frac{b}{c+a-b} = \frac{c}{a+b-c}$ 의 값들의 합은?

- ① 0 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ -1

해설

(분모의 합)

$$= (b+c-a) + (c+a-b) + (a+b-c) = a+b+c$$

i) $a+b+c \neq 0$ 일 때, 가비의 리를 이용하면

$$\begin{aligned} \frac{a}{b+c-a} &= \frac{b}{c+a-b} = \frac{c}{a+b-c} \\ &= \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1 \end{aligned}$$

ii) $a+b+c = 0$ 일 때,

$$b+c = -a, \quad c+a = -b, \quad a+b = -c \quad \text{이므로}$$

$$\frac{a}{-a-a} = \frac{b}{-b-b} = \frac{c}{-c-c} = -\frac{1}{2}$$

i), ii) 에서 구하는 값은 1 또는 $-\frac{1}{2}$

$\therefore$ 분수식의 값들의 합은 $\frac{1}{2}$

25. 함수 $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 한다. $y = g(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프가 만나는 점을 A, B라 할 때 선분 AB의 길이는?

① $\sqrt{6}$

② $2\sqrt{6}$

③ $4\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{3}$

⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 는 $y = x$ 에 대해 대칭이므로 $\begin{cases} y = g(x) \\ y = x \end{cases}$

의 교점은 $\begin{cases} y = f(x) \\ y = x \end{cases}$ 의 교점과 같다.

$$\frac{x+2}{x-1} = x, \quad x+2 = x^2 - x$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0, \quad x = 1 \pm \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$A(1 + \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}), B(1 - \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3})$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$$