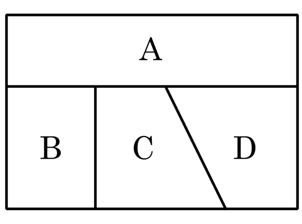
1. 다음 그림과 같은 도형에 4 가지색으로 칠하려고 한다. 이웃하는 부분은 서로 다른 색을 칠한다고 할 때, 칠하는 방법은 모두 몇 가지인가?

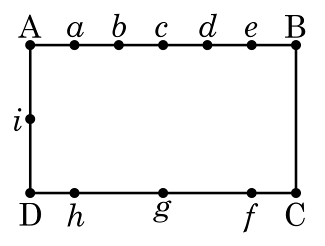


① 48 가지 ② 36 가지 ③ 32 가지
④ 28 가지 ⑤ 16 가지

해설

A 에 색을 칠하는 방법은 4 가지, B 는 A 에 칠한 색을 제외한 3 가지,
C 는 A, B 에 칠한 색을 제외한 2 가지, D 는 A, C 에 칠한 색을 제외한 2 가지
따라서 칠하는 방법의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$

2. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 변 위에 점 a 부터 i 까지 9 개의 점이 있다. 이 점 중 4 개를 이어서 만든 사각형 중에서 한 변이 $\overline{AB}$ 위에 있는 사각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 60 가지

해설

사각형의 한 변이 $\overline{AB}$ 위에 있는 경우의 수는 a, b, c, d, e 의 점 5 개 중에서 2 개를 고르는 경우의 수이므로 $\frac{5\times4}{2\times1}=10$(가지)

(1) 점 i 를 고르는 경우 : 3 개의 꼭짓점이 결정되었으므로 나머지 한 개의 꼭짓점을 고르는 경우의 수는 f, g, h 의 3 가지

(2) 점 i 를 고르지 않는 경우 : 나머지 두 개의 꼭짓점은 $\overline{CD}$ 에 있으므로 3 개의 점에서 2 개를 고르는 경우의 수이다. $\therefore \frac{3\times2}{2\times1}=3$ 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times3+10\times3=60$(가지) 이다.

3. A 주머니에는 분홍 공 2개와 파란 공 3개가 들어 있고, B 주머니에는 분홍 공 4개와 파란 공 2개가 들어 있다. 먼저 동전을 던져 앞면이 나오면 A 주머니를, 뒷면이 나오면 B 주머니를 선택한 후 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공이 분홍 공일 확률은?

① $\frac{1}{5}$　② $\frac{1}{6}$　③ $\frac{2}{9}$　④ $\frac{8}{15}$　⑤ $\frac{7}{16}$

해설

동전의 앞면이 나올 경우, 분홍 공일 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$ 이고,

동전의 뒷면이 나올 경우, 분홍 공일 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{4}{6} = \frac{1}{3}$ 이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{8}{15}$ 이다.

4. A 주머니에는 노란 공이 2 개, 검은 공이 3 개 들어 있고, B 주머니에는 노란 공이 3 개, 검은 공이 1 개 들어 있다. 두 주머니에서 공을 각각 한 개씩 꺼낼 때, 노란 공 1 개, 검은 공 1 개가 나올 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{20}$

해설

A 주머니에서 노란 공, B 주머니에서 검은 공이 나올 확률은

$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

A 주머니에서 검은 공, B 주머니에서 노란 공이 나올 확률은

$\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{10} + \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$

5. 1에서 10까지의 수가 각각 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 다음 중 경우의 수가 가장 적은 것은?

① 4의 배수의 눈이 나오는 경우의 수
② 10의 약수인 눈이 나오는 경우의 수
③ 홀수인 눈이 나오는 경우의 수
④ 소수인 눈이 나오는 경우의 수
⑤ 5보다 큰 수의 눈이 나오는 경우의 수

해설

① (4, 8) 2가지
② (1, 2, 5, 10) 4가지
③ (1, 3, 5, 7, 9) 5가지
④ (2, 3, 5, 7) 4가지
⑤ (6, 7, 8, 9, 10) 5가지

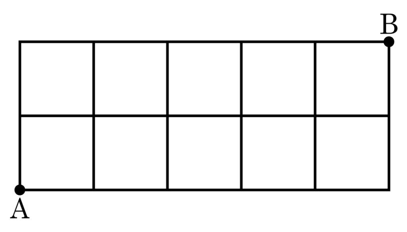
6. 민호가 100 원, 50 원, 10 원짜리 동전을 각각 5 개씩 가지고 있다. 이 동전을 사용하여 민호가 250 원을 지불하는 경우의 수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$(200,\ 50\times1,\ 0)$, $(200,\ 0,\ 10\times5)$, $(100,\ 50\times3,\ 0)$
$(100,\ 50\times2,\ 10\times5)$, $(0,\ 50\times5,\ 0)$, $(0,\ 50\times4,\ 10\times5)$ 의 6 가지

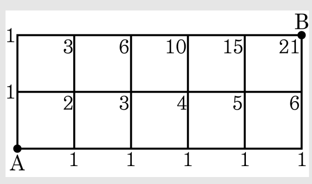
7. 다음 그림과 같은 길이 있다. A 에서 B 까지 가는 최단 거리의 수를 구하여라.



▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 21 가지

해설



이므로

최단거리는 합의 법칙을 이용한다. 따라서 21 가지이다.

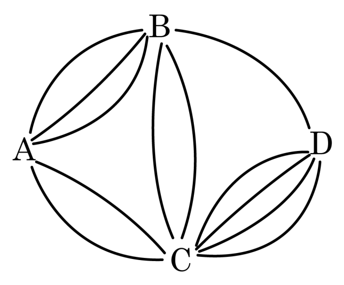
8. 3만원을 가지고 블라우스 한 벌과 치마 한 벌을 사기 위해 쇼핑을 나갔다. 쇼핑몰을 한 번 돌고나니 3가지의 블라우스(각각 1 만 5천원, 1만 8천원, 2만 2천원)가 맘에 들었고, 3가지의 치마(각각 8천원, 1 만원, 1만 3천원)가 맘에 들었다. 가지고 있는 현금으로 살 수 있는 방법의 가짓수는?

① 1가지　② 3가지　③ 6가지
④ 8가지　⑤ 9가지

해설

블라우스와 치마를 차례로 (A, B, C) , (a, b, c)로 두면, 각각의 가격의 합이 가지고 있는 돈(3 만원)을 넘지 않는 경우는 Aa, Ab, Ac, Ba, Bb, Ca의 6 가지이다.

9. A, B, C, D 네 지점 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점을 한번 밖에 지나 갈 수 없다고 할 때, A에서 D로 가는 길의 수를 구하면 ?



① 11가지 ② 24가지 ③ 28가지
④ 32가지 ⑤ 39가지

해설

A → B → D : 3 × 1 = 3(가지)
A → C → D : 2 × 4 = 8(가지)
A → B → C → D : 3 × 2 × 4 = 24(가지)
A → C → B → D : 2 × 2 × 1 = 4(가지)
따라서 A에서 D로 가는 경우의 수는
3 + 8 + 24 + 4 = 39(가지)이다.

10. 동전 2 개와 주사위 2 개를 동시에 던질 때, 적어도 하나의 동전은 뒷면이 나오고 주사위는 모두 홀수의 눈이 나올 경우의 수는?

① 16 가지 ② 20 가지 ③ 24 가지
④ 25 가지 ⑤ 27 가지

해설

적어도 하나의 동전이 뒷면이 나오는 경우는 (뒤, 뒤), (앞, 뒤), (뒤, 앞) 의 3 가지이고, 주사위에서 홀수가 나오는 경우는 각각 1, 3, 5 의 3 가지이므로 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지) 이다.

11. 1, 2, 3, 4 의 숫자가 각각 적힌 네 장의 카드가 들어있는 주머니에서 3 장의 카드를 뽑아 세 자리 정수를 만들 때, 작은 것부터 크기순으로 20 번째 수는?

① 413 ② 421 ③ 423 ④ 431 ⑤ 432

해설

네 장의 카드에서 세 장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리 정수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (가지) 이다. 이 때, 20 번째 수는 뒤에서 다섯 번째 수이므로 413 이다.

12. 0, 1, 2, 3, $\cdots$, 9 의 숫자가 각각 적힌 10 장의 카드에서 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들 때, 그 중에서 3 의 배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 27 개

해설

3 의 배수가 되려면 각 자릿수의 합이 3 의 배수이어야 한다.
십의 자리가 1 이면 일의 자리 : 2, 5, 8, 십의 자리가 2 이면 일의 자리 : 1, 4, 7, 십의 자리가 3 이면 일의 자리 : 0, 6, 9, $\cdots$ 십의 자리가 9 이면 일의 자리 : 0, 6, 9
이와 같이 하면 십의 자리에 올 수 있는 경우의 수는 9 가지이고, 그 각각에 대하여 일의 자리에 올 수 있는 수는 3 가지이다. 그러므로 구하는 갯수는 $9 \times 3 = 27$ (개) 이다.

13. 10 은 $1+1+8$ 로 나타낼 수 있다. 이와 같이 10 을 3 개의 자연수의 합으로 나타내는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라. (단, $1+1+8$ 은 $1+8+1$, $8+1+1$ 과 같은 것으로 한다.)

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 8 가지

해설

합이 10이 되는 자연수 (x, y, z) 는
$(1, 1, 8), (1, 2, 7), (2, 2, 6), (1, 3, 6), (2, 3, 5), (3, 3, 4), (1, 4, 5), (2, 4, 4)$
$\therefore$ 8 가지

14. 색깔이 다른 두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, x에 대한 방정식 $ax-b=0$의 해가 자연수일 확률를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7}{18}$

해설

$a=1$일 때, $b=1,2,3,4,5,6$의 6가지
$a=2$일 때, $b=2,4,6$의 3가지
$a=3$일 때, $b=3,6$의 2가지
$a=4$일 때, $b=4$의 1가지
$a=5$일 때, $b=5$의 1가지
$a=6$일 때, $b=6$의 1가지
따라서, 구하는 확률은 $\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

15. 두 개의 주머니에 검은색 바둑돌과 흰색 바둑돌이 섞여서 들어있는데, 첫 번째 주머니에는 검은색 바둑돌이 6 개, 흰색 바둑돌이 4 개 들어 있고, 두 번째 주머니에는 각각의 바둑돌의 개수는 알 수 없지만 총 20 개의 바둑돌이 들어 있다. 각각의 주머니에서 한 개씩의 바둑돌을 꺼냈을 때, 적어도 한 개는 검은색 바둑돌이 나올 확률이 $\frac{16}{25}$ 이다. 이 때, 두 번째 주머니에 들어있는 흰색 바둑돌의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 18 개

해설

두 개 중 적어도 한 개의 검은색 바둑돌이 나오는 사건의 확률이 $\frac{16}{25}$ 이므로, 두 번째 주머니에 흰색 바둑돌이 x 개 들어 있다고 할 때, 모두 흰색 바둑돌이 나올 확률은

$\frac{4}{10} \times \frac{x}{20} = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$

$\frac{4x}{200} = \frac{72}{200}$

$\therefore\ x = 18$

16. 정사면체의 네 면에 각각 7 , 7 ,-7 , 0이 적혀 있다. 이 정사면체를 두 번 던졌을 때, 바닥에 깔리는 숫자의 합이 0이 될 확률은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{5}{16}$　③ $\frac{3}{8}$　④ $\frac{7}{16}$　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$(0,\ 0)$, $(7,\ -7)$, $(-7,\ 7)$일 확률의 합이므로 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{5}{16}$이다.

17. A, B가 문제를 푸는데 A가 문제를 풀 확률은 $\frac{2}{3}$, B가 문제를 풀 확률은 x라고 한다. A, B가 둘 다 문제를 풀지 못할 확률이 $\frac{1}{5}$일 때, x의 값은?

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{7}{10}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

해설

B가 이 문제를 풀 확률을 x라 하면

$\frac{1}{3}\times(1-x)=\frac{1}{5}$ $\therefore\ x=\frac{2}{5}$

따라서 B가 이 문제를 풀 확률은 $\frac{2}{5}$이다.

18. A, B, C 세 명의 명중률은 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ 이다. 이 때, 세 명이 동시에 1발을 쏘았을 때, 이들 중 2명만 목표물에 명중시킬 확률은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{11}{24}$　③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{3}{4}$　⑤ $\frac{1}{12}$

해설

A, B가 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{8}$

B, C가 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{4}$

C, A가 명중시킬확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{12}$

따라서 2명만 목표물에 명중시킬 확률은

$\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=\frac{11}{24}$

19. 천하장사 씨름 대회의 결승전에서는 5번의 시합에서 3번을 먼저 이기면 천하장사가 된다. 지금까지 2번의 시합에서 A가 2승을 하였다고 할 때, A가 천하장사가 될 확률은 B가 천하장사가 될 확률의 몇 배인가? (단, 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같다.)

① 2배 ② 4배 ③ 6배 ④ 7배 ⑤ 8배

해설

A가 이기는 경우는 3회째 이기거나, 4회째 이기거나, 5회째 이기는 방법이 있다. 5회까지 3경기를 지면 B가 먼저 3승이 되어 A가 지게 된다.

A가 이길 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{8}$

B가 이길 확률은 $1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$

따라서 A가 이길 확률이 B가 이길 확률의 7배이다.

20. 다음은 어느 분식점의 메뉴판이다. 전화주문으로 다른 음식을 두 개 주문하는 방법의 수는? (주문 순서는 상관 있다.)

MENU
김밥
떡볶이
우동
쫄면
라면

① 5가지　　② 10가지　　③ 9가지
④ 18가지　　⑤ 20가지

해설

$5 \times 4 = 20$(가지)

21. 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3 의 숫자가 각각 적힌 카드 중에서 3 개를 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 25 개

해설

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times (n-1) \times n$ 이다.
세 수를 다음과 같이 뽑은 후
(1, 1, 1), (1, 1, 2)(1, 1, 3) (1, 2, 2)(1, 3, 3)
(1, 2, 3)(2, 2, 3)(2, 3, 3)
각각의 괄호 안에서 세 수를 나열하는 경우의 수는 다음과 같다.

$\therefore\ 1+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!}+3!+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!} = 1+3+3+3+3+6+3+3 =$ 25(개)

22. 다섯 개의 문자 가, 가, 나, 나, 다를 일렬로 나열할 때, 같은 문자는 바로 옆에 오지 않도록 나열하는 경우의 수를 구하여라

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 12가지

해설

먼저 가가나나를 일렬로 나열하는 방법은 다음과 같다.
(i) 가가나나 나나가가
(ii) 가나나가 나가가나
(iii) 가나가나 나가나가
이때,
(i)의 경우는 다를 어느 곳에 놓아도 조건을 만족하지 않는다.
(ii)의 경우는 다를 나(다)나, 가(다)가로 배열할 경우의 2가지
(iii)의 경우는 다를 (다)가(다)나(다)가(다)나(다)로 배열할 경우의 5 가지 이므로
$5 \times 2 = 10$(가지)
따라서 모든 경우의 수는 $2 + 10 = 12$(가지)이다.

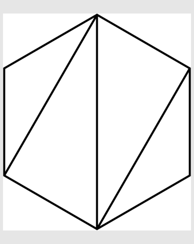
23. 정육각형의 내부에 3 개의 대각선을 그어 4 개의 삼각형을 만들려고 한다. 이러한 방법 중 2 쌍의 삼각형이 합동인 경우의 수를 구하여라

▶ 답: __________ 가지

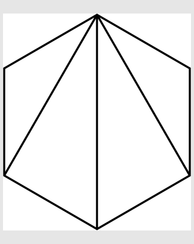
▷ 정답 : 12 가지

해설

육각형의 내부에 3 개의 대각선을 그어서 2 쌍의 삼각형이 합동인 4 개의 삼각형으로 나누는 방법은 두 가지가 있다.



위의 그림과 같이 나누는 방법이 6 개의 각 꼭짓점에 대하여 존재하므로 6 가지



위의 그림과 같이 나누는 방법이 6 개의 각 꼭짓점에 대하여 존재하므로 6 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $6 + 6 = 12$ (가지) 이다.

24. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 처음 나온 수를 x, 나중에 나온 눈의 수를 y라고 할 때, $\frac{2y}{x} < 1$ 이 되는 경우의 수를 구하여라.

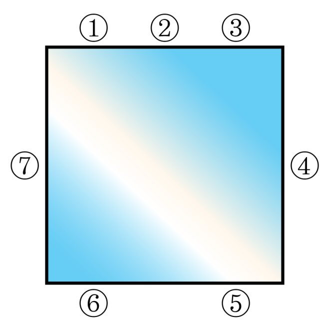
▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

$\frac{2y}{x} < 1, 2y < x$ 를 만족하는 (x, y)는
$(3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1), (5, 2), (6, 2)$
$\therefore$ 6 가지

25. 다음 그림과 같이 정사각형 모양의 탁자에 의자가 놓여 있다. 7 명의 학생이 이 의자에 하나씩 앉을 수 있는 서로 다른 방법의 가짓수를 구하여라.



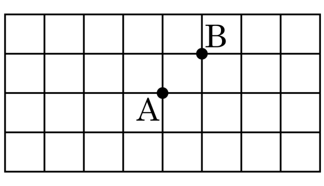
▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ 가지

▷ 정답 : 5040 가지

해설

기준이 ①번 의자일 경우 7 명을 원형으로 늘어 세우는 방법과 같고, 기준은 ① 부터 ⑦까지 가능하다.
따라서 $(7-1)! \times 7 = 7! = 5040$(가지) 이다.
(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

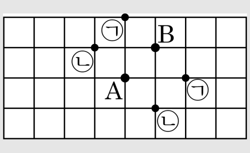
26. 다음과 같은 도형에서 한 점 A 에서 선을 따라 4 개의 선분을 이동하여 점 B 로 가려고 할 때, 점 A 가 이동할 수 있는 방법의 가짓수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 16 가지

해설



위의 그림처럼 점 A 에서 점 B 까지 가려면 두 번 움직였을 때 점 ㉠ 또는 점 ㉡ 또는 점 A 에 있어야 한다.
즉, 점 A 에서 점 B 까지 네 번에 가는 경우는
(1) 점 A 에서 ㉠을 거쳐 갈 경우
점 A 에서 ㉠까지 1 가지의 길이 2 방향, ㉠에서 점 B 까지 2 가지의 가는 방법이 있으므로
$1 \times 2 \times 2 = 4$ (가지)
(2) 점 A 에서 ㉡을 거쳐 갈 경우
점 A 에서 ㉡까지 2 가지의 길이 2 방향, ㉡에서 점 B 까지 1 가지의 가는 방법이 있으므로
$2 \times 2 \times 1 = 4$ (가지)
(3) 두 번 움직여 점 A 에서 점 B 까지 가는 경우
점 A 에서 다시 점 A 위치로 오는 경우 4 가지, 점 A 에서 점 B 까지 2 가지의 가는 방법이 있으므로 $4 \times 2 = 8$ (가지)
따라서 점 A 에서 점 B 까지 가는 모든 방법의 수는 $4+4+8 = 16$ (가지) 이다.

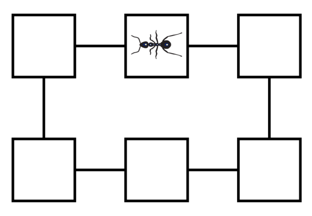
27. 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 각각 적힌 6장의 카드에서 임의로 3장의 카드를 뽑아 세 자리의 정수를 만들 때, 450 이상일 확률은?

① $\frac{2}{5}$　② $\frac{1}{12}$　③ $\frac{3}{25}$　④ $\frac{1}{72}$　⑤ $\frac{2}{15}$

해설

모든 경우의 수 : $6 \times 5 \times 4 = 120$ (가지)
㉠ 백의 자리 숫자가 6일 때, $5 \times 4 = 20$ (가지)
㉡ 백의 자리 숫자가 5일 때, $5 \times 4 = 20$ (가지)
㉢ 백의 자리 숫자가 4이고 450이상일 때, $2 \times 4 = 8$ (가지)
㉠, ㉡, ㉢에서 세 자리의 정수 중 450보다 큰 경우의 수는 $20 + 20 + 8 = 48$ (가지)이므로 구하는 확률은 $\frac{48}{120} = \frac{2}{5}$ 이다.

28. 다음과 같은 6 개의 빈 칸 중 한 칸에 있는 어떤 개미가 인접한 칸으로 이동할 확률은 각각 $\frac{1}{2}$ 이다. 이 개미가 10 번 이동하여 원래 칸으로 돌아올 확률을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{171}{512}$

해설

인접한 칸으로 이동하는 것을 1 만큼 이동했다고 보고, 시계방향으로 1 만큼 이동한 것을 시계반대방향으로 5 만큼 이동했다고 생각하자.
개미가 시계반대방향으로 1 만큼 a 번 이동하고, 시계방향으로 1 만큼 b 번 이동하였다고 하면 ($a,\ b$ 는 자연수) 다시 제자리로 돌아와야 하므로
$a+5b=6k \cdots$ ㉠ (단, k 는 자연수이다.)
또 10 번 이동하므로
$a+b=10 \cdots$ ㉡
㉡에서 $a=10-b$ 를 ㉠에 대입하면
$10-b+5b=6k,\ 4b=6k-10$
한편 k 는 자연수이므로 위의 식에 $1,\ 2,\ 3,\cdots$ 을 대입하면
$b=2,\ 5,\ 8$ ($\because$ ㉡으로부터 $b\le 10$)
$\therefore (a,\ b)=(2,\ 8),\ (5,\ 5),\ (8,\ 2)$
이때, $a=2,\ b=8$ 인 경우는 시계 반대 방향으로 1 만큼 이동하는 것을 2 번 선택하면 나머지 8 번은 모두 시계 반대 방향으로 5 만큼 이동하면 되므로 그 경우의 수는
$\frac{10\times 9}{2!}=45$ (가지)
또한 $a=5,\ b=5$ 인 경우는 시계 반대 방향으로 1 만큼 이동하는 것을 5 번 선택하면 나머지 5 번은 모두 시계 반대 방향으로 5 만큼 이동하면 되므로 그 경우의 수는
$\frac{10\times 9\times 8\times 7\times 6}{5!}=252$ (가지)
마찬가지로 $a=8,\ b=2$ 인 경우에도 $b=2$ 인 경우를 선택하면 되므로 그 경우의 수는
$\frac{10\times 9}{2!}=45$ (가지)
따라서 구하는 확률은 $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\times(45+252+45)=\frac{1}{2^{10}}\times 342=\frac{171}{512}$
이다.

29. 석영, 정현, 민수, 혜민 4 명이 한 줄로 늘어서서 사진을 찍으려고 한다. 이들 4 명이 늘어설 때 석영이와 혜민이가 서로 이웃할 확률은?

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{3}{4}$　⑤ $\frac{1}{6}$

해설

석영, 정현, 민수, 혜민 4 명이 한 줄로 늘어서는 경우는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지) 이다.
석영이와 혜민이가 서로 이웃하므로 한 사람으로 생각하면 3 명이 일렬로 서는 방법은 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) 가 된다. 이때, 석영이와 혜민이가 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 $6 \times 2 = 12$ (가지) 이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ 이다.

30. 두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, 일차함수 $y=ax+b$ 가 $(1,\ 2)$ 를 지날 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{36}$

해설

$y=ax+b$ 가 $(1,\ 2)$ 를 지나려면 $2=a+b$, 즉 두 개의 주사위를 던져서 나온 수의 합이 2 가 되어야 한다. 모든 경우의 수는 $6\times6=36$ 가지이고, 두 눈의 합이 2 가 되는 경우의 수는 $(1,\ 1)$ 뿐이므로 확률은 $\frac{1}{36}$ 이다.

31. 예지의 증조할머님은 사탕을 항아리 안에 보관하신다. 항아리 속에 땅콩사탕과 박하사탕을 합해서 40 개가 들어 있는데, 이 중 임의로 항아리에서 꺼낼 때, 그것이 땅콩사탕일 확률이 $\frac{9}{20}$ 이라고 한다. 이때, 항아리 속에 들어 있는 박하사탕의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 22 개

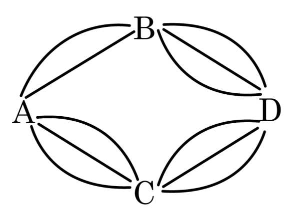
해설

박하사탕의 개수를 x 개라고 하면

$\frac{40-x}{40} = \frac{9}{20}$, $40 - x = 2 \times 9$,

$-x = -22 \quad \therefore x = 22$

32. 다음 그림과 같이 A 에서 D 로 가는 도로에서 A 를 출발하여 D 를 거쳐 다시 A 까지 돌아올 때, 모든 경우의 수를 구하여라.



▶ 답: 가지

▷ 정답: 225 가지

해설

A 를 출발하여 D 를 거쳐 다시 A 까지 돌아오는 경우는 모두 네 가지로 나누어 각각의 경우를 살펴보면

1) A – B – D – B – A 로 가는 경우 :
$2 \times 3 \times 3 \times 2 = 36$ (가지)

2) A – B – D – C – A 로 가는 경우 :
$2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$ (가지)

3) A – C – D – C – A 로 가는 경우 :
$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ (가지)

4) A – C – D – B – A 로 가는 경우 :
$3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$ (가지)

따라서 구하는 경우의 수는
$36 + 54 + 81 + 54 = 225$ (가지) 이다.

33. 두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, $a < b+3$ 일 경우의 수는 얼마인지 알맞은 것을 찾으시오.

① 22가지
② 24가지
③ 26가지
④ 28가지
⑤ 30가지

해설

$a < b+3$ 에서 $a-b < 3$ 이므로
두 눈의 수를 뺀 값이 2 이하인 경우를 구하면
(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6),
(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6),
(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6),
(4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),
(5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),
(6, 4), (6, 5), (6, 6)
따라서 30가지이다.

34. 노란색 도화지 3장과 파란색 도화지 1장을 일렬로 세워서 그 색의 배열로 신호를 만들 때, 만들 수 있는 신호의 경우의 수를 p개, *natural* 에서 사용된 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수를 q개라 할 때, $p+q$의 값을 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 424 가지

해설

4장의 도화지에서 노란색의 도화지가 3장이므로

$\frac{4\times3\times2\times1}{3\times2\times1}=4$(가지)

$\therefore\ p=4$

7개의 알파벳에서 a가 2번 나오므로

$\frac{7\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times1}=420$(가지)

$\therefore\ q=420$

$\therefore\ p+q=424$(가지)

35. 3 에서 7 까지의 숫자가 적힌 5 장의 카드에서 3 장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들려고 한다. 이 때, 백의 자리에 3이 오는 경우의 수는?

① 3 가지 ② 6 가지 ③ 12 가지
④ 24 가지 ⑤ 60 가지

해설

백의 자리에 올 수 있는 수는 3 이고, 십의 자리에 올 수 있는 수는 3을 제외한 4 가지이다. 그리고 일의 자리는 백의 자리와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 3 가지 이므로 구하는 경우의 수는 $4 \times 3 = 12$ (가지)이다.

36. 10부터 9999까지의 자연수 중, 숫자 2가 2번만 쓰인 네 자리 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 459 개

해설

나머지 자리의 숫자는 2 를 제외한 9 개의 자연수가 될 수 있다.
(1) 천의 자리의 숫자가 2 인 경우
① 백의 자리의 숫자가 2 인 경우 : $9 \times 9 = 81$ (가지)
② 십의 자리의 숫자가 2 인 경우 : $9 \times 9 = 81$ (가지)
③ 일의 자리의 숫자가 2 인 경우 : $9 \times 9 = 81$ (가지)
따라서 $81 + 81 + 81 = 243$ (가지)
(2) 백의 자리의 숫자가 2 인 경우
① 십의 자리의 숫자가 2 인 경우
(천의 자리에 0과 2가 올 수 없으므로) :
$8 \times 9 = 72$ (가지)
② 일의 자리의 숫자가 2 인 경우
(천의 자리에 0과 2가 올 수 없으므로) :
$8 \times 9 = 72$ (가지)
따라서 $72 + 72 = 144$ (가지)
(3) 십의 자리의 숫자가 2 인 경우
① 일의 자리의 숫자가 2 인 경우
(천의 자리에 0과 2가 올 수 없으므로) :
$8 \times 9 = 72$ (가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $243 + 144 + 72 = 459$ 개이다.

37. 세 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 $p,\ q,\ r$ 이라 할 때, $pq+qr+rp$ 의 값이 홀수가 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 108 가지

해설

$pq+qr+rp$ 가 홀수가 되는 경우의 수는

(1) $pq,\ qr,\ rp$ 모두 홀수인 경우 :

$(p,\ q,\ r)=$ (홀, 홀, 홀)

$3\times3\times3=27$ (가지)

(2) pq 만 홀수인 경우 :

$(p,\ q,\ r)=$ (홀, 홀, 짝)

$3\times3\times3=27$ (가지)

(3) qr 만 홀수인 경우 :

$(p,\ q,\ r)=$ (짝, 홀, 홀)

$3\times3\times3=27$ (가지)

(4) rp 만 홀수인 경우 :

$(p,\ q,\ r)=$ (홀, 짝, 홀)

$3\times3\times3=27$ (가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $27+27+27+27=108$ (가지)이다.

38. 1, 2, 3, 4 의 네 정수를 중복 사용하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수를 m 개,
3 개의 볼펜을 4 개의 필통에 넣는 방법의 가짓수를 n 개라 할 때, mn 의 값을 4의 거듭제곱의 꼴로 나타내어라.

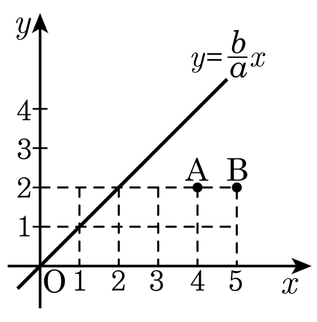
▶ 답 :

▷ 정답 : 4^8

해설

1) (만)(천)(백)(십)(일) 의 각각의 자리에 올 수 있는 경우의 수는 1, 2, 3, 4 의 4 가지이므로 서로 다른 4 개에서 중복 사용하여 다섯 개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$
2) 볼펜 1 개가 필통에 들어 갈 경우의 수는 각각 4 개이므로 볼펜 3 개를 넣는 경우의 수는
$4 \times 4 \times 4 = 4^3$
따라서 $m = 4^5$, $n = 4^3$ 이므로 $mn = 4^8$ 이다.

39. 다음 그림과 같이 두 점 A(4, 2), B(5, 2) 와 직선 $y = \frac{b}{a}x$ 가 있다. 주사위 두 개를 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b 라고 할 때, 직선 $y = \frac{b}{a}x$ 와 선분 AB 가 만나지 <u>않는</u> 경우의 수를 구하여라.



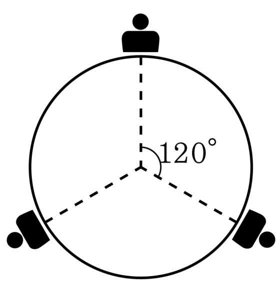
▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 32 가지

해설

A(4, 2), B(5, 2) 의 각 점을 $y = \frac{b}{a}x$ 에 각각 대입을 하면 선분 AB 와 만나는 경우는 $\frac{2}{5} \le \frac{b}{a} \le \frac{1}{2}$ 을 만족해야 한다.
따라서 (a, b) 의 경우의 수는
(2, 1), (4, 2), (5, 2), (6, 3) 으로 4 가지이다.
따라서 직선 $y = \frac{b}{a}x$ 와 선분 AB 가 만나지 않는 경우의 수는 전체 36 가지에서 4 가지를 제외한 32 가지이다.

40. 아이 3 명과 어른 3 명이 둥근 탁자 둘레에 같은 간격으로 앉을 때, 다음 그림과 같이 어른 3 명이 탁자의 중심에 대하여 서로 $120°$ 를 이루며 앉게 되는 경우의 수를 구하여라.



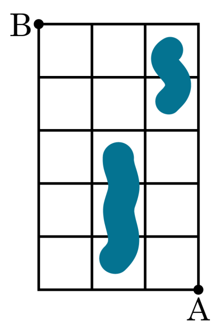
▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

어른 A 의 자리를 고정하면 어른 B, C 의 자리가 정해진다. 순서는 시계방향으로 A, B, C 또는 A, C, B 의 두 가지가 가능하다. 나머지 3 자리에 아이 3 명이 앉는 경우의 수는 $3! = 6$ (가지) 이다.
따라서 구하고자 하는 경우의 수는
$2 \times 3! = 12$ (가지)
(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

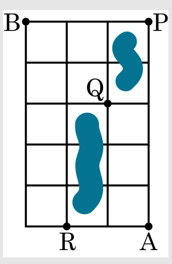
41. 다음 그림과 같이 가운데에 지나갈 수 없는 늪이 있는 길이 있다. A 지점에서 B 지점까지 갈 수 있는 최단 경로의 가짓수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 31 가지

해설



A → P → B : 1 가지

A → Q → B : $\frac{4!}{3!1!} \times \frac{4!}{2!2!} = 24$(가지)

A → R → B : $1 \times \frac{6!}{1!5!} = 6$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $1 + 24 + 6 = 31$(가지) 이다.

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

42. A, B, C 의 알파벳이 적힌 문자 카드가 3 장, 1 부터 9 까지의 자연수가 적힌 숫자 카드가 9 장, ★, ♦ 가 그려진 그림 카드가 2 장이 있다. 이 중에서 문자 카드 1 장, 숫자 카드 2 장, 그림 카드 1 장을 골라서 (문자, 작은 숫자, 큰 숫자, 그림) 순서로 만들 수 있는 조합은 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 216 가지

해설

문자 카드를 고르는 방법의 수는 3 가지
숫자 카드를 고르는 방법의 수는 9 장에서 순서를 생각하지 않고
2 장을 고르는 경우의 수이므로 $\frac{9\times8}{2}=36$ 가지
그림 카드를 고르는 방법의 수는 2 가지
따라서 구하고자 하는 조합의 수는 $3\times36\times2=216$ (가지) 이다.

43. 0, 1, 2, 3, 5, 7 중 서로 다른 4 개의 수를 선택하여 만든 자연수를 x 라 할 때, $2500 < x < 5300$ 일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{5}$

해설

6 개의 숫자 중 4 개를 골라 네 자리 자연수를 만드는 모든 경우의 수는 $5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$

(1) 천의 자리가 2 일 때, $25\square\square$, $27\square\square$ 의 경우 : $2 \times 4 \times 3 = 24$ (가지)

(2) 천의 자리가 3 인 경우 : $5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)

(3) 천의 자리가 5 일 때, $50\square\square$, $51\square\square$, $52\square\square$ 의 경우 : $3 \times 4 \times 3 = 36$(가지)

(1) ~ (3) 에서 경우의 수는

$24 + 60 + 36 = 120$

따라서 구하는 확률은 $\frac{120}{300} = \frac{2}{5}$ 이다.

44. 1 에서 8까지의 숫자가 한번씩 적힌 8장의 카드가 있다. 처음 뽑은 숫자를 x , 두 번째 뽑은 숫자를 y 라 할 때, $2x+y=12$ 가 될 확률을 $\frac{b}{a}$ 라 하자. $|9b-a|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

전체 경우의 수 : $8 \times 7 = 56$(가지)

$2x+y=12$ 가 될 경우 : $(2,\ 8),\ (3,\ 6),\ (5,\ 2)$ 의 3가지

$\therefore \frac{3}{56}$

$\therefore a = 56,\ b = 3$

$\therefore |9b-a| = 29$

45. 야구는 공격하는 회에 3 아웃을 당하면 다음 회로 넘어간다. 1 번 타자의 타율은 2 할 5 푼, 2 번 타자의 타율은 2 할, 3 번 타자의 타율은 3 할인 어떤 팀이 1 회초 공격에서 4 번 타자가 타석에 들어설 확률을 구하여라. (단, 1, 2, 3 번 타자는 안타 또는 아웃 외에 다른 상황을 맞지 않는 것으로 가정한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{29}{50}$

해설

(적어도 한 명이 안타를 칠 확률)

$= 1 - $(한 명도 안타를 치지 못할 확률)

$= 1 - \left(\frac{75}{100} \times \frac{8}{10} \times \frac{7}{10}\right)$

$= 1 - \frac{21}{50}$

$= \frac{29}{50}$

46. A, B, C 세 사람이 낚시를 하였다. A 가 물고기를 잡을 확률이 $\frac{1}{5}$, A, B 모두 물고기를 잡지 못할 확률이 $\frac{12}{25}$, A, B, C 모두 물고기를 잡을 확률이 $\frac{1}{25}$ 일 때, B 또는 C 가 물고기를 잡을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{10}$

해설

B 가 물고기를 잡을 확률을 x, C 가 물고기를 잡을 확률을 y 라 하면

A, B 모두 물고기를 잡지 못할 확률이 $\frac{12}{25}$ 이므로

$\frac{4}{5} \times (1 - x) = \frac{12}{25} \qquad \therefore\ x = \frac{2}{5}$

A, B, C 모두 물고기를 잡을 확률이 $\frac{1}{25}$ 이므로

$\frac{1}{5} \times \frac{2}{5} \times y = \frac{1}{25} \qquad \therefore\ y = \frac{1}{2}$

따라서 B 또는 C 가 물고기를 잡을 확률은 $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10}$ 이다.

47. A, B, C 세 사람이 어떤 시험을 보았다. B 의 합격률이 25 %, B, C 모두 떨어질 확률이 50 %, A, B 모두 떨어질 확률이 37.5 % 일 때, C 또는 A 가 합격할 확률을 구하여라.

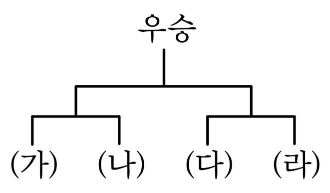
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{6}$

해설

A 가 합격할 확률을 x, C 가 합격할 확률을 y 라 하면
B, C 모두 떨어질 확률이 50 % 이므로
$\frac{3}{4} \times (1-y) = \frac{1}{2} \quad \therefore\ y = \frac{1}{3}$
A, B 모두 떨어질 확률이 37.5 % 이므로
$(1-x) \times \frac{3}{4} = \frac{375}{1000} \quad \therefore\ x = \frac{1}{2}$
따라서 C 또는 A 가 합격할 확률은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ 이다.

48. 다음과 같은 준결승과 결승전이 있는 토너먼트 경기에서 A, B, C, D 팀이 각각 (가), (나), (다), (라) 자리에 배정될 확률은 $\frac{1}{4}$ 이고, A 가 B 를 이길 확률은 $\frac{2}{5}$, C 를 이길 확률은 $\frac{3}{4}$ 이고, D 를 이길 확률은 $\frac{2}{7}$ 일 때, B 가 C 를 이길 확률은 $\frac{3}{5}$, D 를 이길 확률은 $\frac{3}{7}$ 이며 C 가 D 를 이길 확률은 $\frac{5}{8}$ 일 때, C 가 우승할 확률을 구하여라. (단, C 는 준결승전에서 A 또는 B 와 시합을 하는 것으로 한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{19}{56}$

해설

C 가 A, B, D 와 먼저 시합을 하는 각각의 경우를 고려한다.
(1) C 가 A 와 먼저 시합을 하는 경우
1) B, D 중 B 가 이기고 올라오는 경우 :
$\frac{1}{4} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{70}$
2) B, D 중 D 가 이기고 올라오는 경우 :
$\frac{1}{4} \times \frac{4}{7} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{56}$
(2) C 가 B 와 먼저 시합을 하는 경우
1) A, D 중 A 가 이기고 올라오는 경우 :
$\frac{2}{5} \times \frac{2}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{35}$
2) A, D 중 D 가 이기고 올라오는 경우 :
$\frac{2}{5} \times \frac{5}{7} \times \frac{5}{8} = \frac{10}{56}$
따라서 (1), (2) 에 의해 $\frac{3}{70} + \frac{5}{56} + \frac{1}{35} + \frac{10}{56} = \frac{19}{56}$ 이다.

49. 어떤 탁구 선수 A 가 B, C 와 시합을 가진다. A 가 B 에게 이기지 못할 확률은 $\frac{3}{7}$, A 가 B, C 에게 모두 이길 확률은 $\frac{9}{56}$ 일 때, A 가 B, C 중 한 명의 선수에게만 이길 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{119}{224}$

해설

	B선수	C선수
이길 확률	$\frac{4}{7}$	x
질 확률	$\frac{3}{7}$	y

각각의 확률을 표로 나타내면 위와 같다.

B, C 모두에게 이길 확률이 $\frac{9}{56}$ 이므로 $\frac{4}{7}x = \frac{9}{56}$

$\therefore\ x = \frac{9}{32}$, $y = \frac{23}{32}$

따라서 한 선수에게만 이길 확률은

(B에게 이기고 C에게 질 확률) + (C에게 이기고 B에게 질 확률) 이므로

$\frac{4}{7} \times \frac{23}{32} + \frac{3}{7} \times \frac{9}{32} = \frac{119}{224}$ 이다.

50. 흰색, 검정색, 빨간색, 파란색 네 가지 색의 양말들이 각각 20 켤레씩 나무상자 안에 어지럽게 섞여 있다. 색깔을 구별할 수 없는 어두운 상자에서 양말을 꺼낼 때, 적어도 다섯 켤레의 짝을 확실하게 맞추려면 최소한 몇 개의 양말을 꺼내야 하는가? (단, 색깔이 같으면 짝이 맞는 것으로 본다.)

① 12 개 ② 13 개 ③ 14 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

일단 5 짝을 꺼내면 한 켤레의 짝을 맞출 수 있다. 짝이 맞는 한 켤레를 빼고 하면 3 짝이 남고, 다시 2 짝을 꺼내면 또 한 켤레의 짝을 맞출 수 있다.

$\therefore\ 5+2+2+2+2=13$(개)