

1. 567^{2009} 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

567^{2009} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$7^1 = 7,$$

$$7^2 = 49,$$

$$7^3 = 343,$$

$$7^4 = 2401,$$

$$7^5 = 16807,$$

$$7^6 = 117649,$$

...

7 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자가 7, 9, 3, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

567^{2009} 의 지수인 2009 를 4 로 나누면

$$2009 \div 4 = 502 \cdots 1 \text{ 이므로}$$

567^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 첫 번째 숫자인 7 이다.

2. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

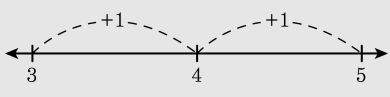
해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

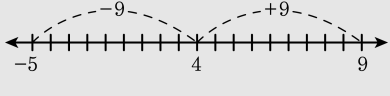
3. 수직선 위에서 두 정수 A, B 를 나타내는 점에서 같은 거리에 대응하는 수는 4 이고, $|A| = 5$ 일 때, B 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 3
- ▷ 정답 : 13

해설

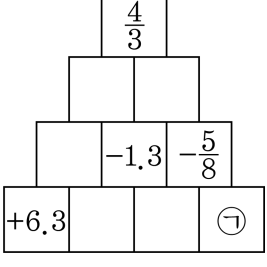
i) $A = 5$ 일 때, 4와의 거리는 1이므로 B는 왼쪽으로 1만큼 이동한 3이다.



ii) $A = -5$ 일 때, 4와의 거리는 9이므로 B는 오른쪽으로 9만큼 이동한 13이다.



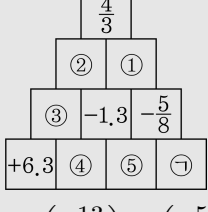
4. 다음 그림에서 이웃하는 두 수의 합을 위쪽 빈칸에 써 넣을 때, ㉠에 들어갈 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{16}{15}$

해설



$$\textcircled{1} \left(-\frac{13}{10} \right) + \left(-\frac{5}{8} \right) = \left(-\frac{54}{40} \right) + \left(-\frac{25}{40} \right) = -\frac{77}{40}$$

$$-\frac{77}{40} + \textcircled{2} = \frac{4}{3}, \textcircled{2} = \frac{4}{3} + \frac{77}{40} \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{2} = \frac{160}{120} + \frac{231}{120} = \frac{391}{120}$$

$$\textcircled{3} + (-1.3) = \frac{391}{120} \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{3} = \frac{391}{120} + \frac{13}{10} = \frac{391}{120} + \frac{156}{120} = \frac{547}{120}$$

$$\frac{547}{120} = (+6.3) + \textcircled{4} \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{4} = \frac{547}{120} - \left(+\frac{63}{10} \right) = \frac{547}{120} - \frac{756}{120} = -\frac{209}{120}$$

$$-\frac{209}{120} + \textcircled{5} = -1.3 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{5} = (-1.3) - \left(-\frac{209}{120} \right) = -\frac{13}{10} + \frac{209}{120} = -\frac{156}{120} + \frac{209}{120} = \frac{53}{120}$$

$$\textcircled{7} + \left(\frac{53}{120} \right) = -\frac{5}{8} \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{7} = -\frac{5}{8} - \frac{53}{120} = -\frac{75}{120} - \frac{53}{120} = -\frac{128}{120} = -\frac{16}{15}$$

5. 다음 중 두 변수 x, y 가 정비례 관계인 것을 모두 고르면?

① $x = 3y$

② $2x - y = 3$

③ $xy = 3$

④ $y = \frac{1}{3}x$

⑤ $y = 5$

해설

① $x = 3y, y = \frac{1}{3}x$ (정비례)

② $2x - y = 3, y = 2x - 3$

③ $xy = 3, y = \frac{3}{x}$

④ $y = \frac{1}{3}x$ (정비례)

6. 정비례 관계 $y = ax$ 의 그래프가 $(2, -3)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ 2

해설

관계식에 $x = 2, y = -3$ 을 대입하면

$$-3 = 2a$$

$$\therefore a = -\frac{3}{2}$$

7. $y = \frac{10}{x}$ 의 그래프가 $(-1, a)$, $(b, 5)$ 를 지날 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ 8 ⑤ 12

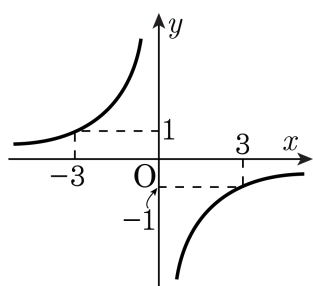
해설

$$\frac{10}{(-1)} = a, a = -10$$

$$5 = \frac{10}{b}, b = 2$$

$$\therefore a + b = -8$$

8. 다음 그래프의 식은?



① $y = -\frac{1}{x}$
④ $y = -\frac{4}{x}$

② $y = -\frac{2}{x}$
⑤ $y = -\frac{5}{x}$

③ $y = -\frac{3}{x}$

해설

$y = \frac{a}{x}$ 에서 $(3, -1)$ 을 지나는 직선이므로 $-1 = \frac{a}{3}$
 $a = -3$
 $\therefore y = -\frac{3}{x}$

9. 어떤 수를 7로 나누었더니 몫이 5이고 나머지가 3이었다. 이 수를 9로 나누었을 때의 몫을 x , 나머지를 y 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

어떤 수를 A 라 하면 $A = 7 \times 5 + 3 = 9 \times 4 + 2$ 이므로 몫이 4, 나머지가 2이다.

따라서 $x + y = 4 + 2 = 6$ 이다.

10. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① 2^{10}

② 2×3

③ $2^2 \times 3^3$

④ 3×5^2

⑤ 13^{11}

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $10 + 1 = 11$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

④ $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)

⑤ $11 + 1 = 12$ (개)

11. 세 수 140, 28, 100 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7$

② $2^2 \times 5^2$

③ $2 \times 5 \times 7^2$

④ $2^3 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7$

해설

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$, $28 = 2^2 \times 7$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 5^2 \times 7$ 이다.

12. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

키위 1박스
 $2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$

바나나 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$

▶ 답 :

▷ 정답 : 바나나

해설

$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 23100$

→ 거봉 1 박스의 가격 23100 원

$2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18900$

→ 키위 1 박스의 가격 18900 원

$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$ 의 최소공배수 : $2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 21000$

→ 오렌지 1 박스의 가격 21000 원

$2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12600$

→ 바나나 1 박스의 가격 12600 원

13. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 가장 큰 정수일 때, 다음을 구하여라.

$$\left| \left[-\frac{16}{3} \right] + \left[\frac{23}{6} \right] \right|$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$-6 < -\frac{16}{3} < -5 \text{ 이므로 } \left[-\frac{16}{3} \right] = -6$$

$$3 < \frac{23}{6} < 4 \text{ 이므로 } \left[\frac{23}{6} \right] = 3 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \left| \left[-\frac{16}{3} \right] + \left[\frac{23}{6} \right] \right| = |-6 + 3| = 3 \text{ 이다.}$$

14. 다음 수 중에서 가장 작은 수를 a , 가장 큰 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 를 구하면?

$-5, \quad 0.2, \quad -\frac{4}{3}, \quad 0, \quad -7.5, \quad \frac{7}{2}, \quad -1, \quad \frac{12}{4}$

- ① -5
- ② -4
- ③ -3
- ④ -2
- ⑤ -1

해설

작은 순서대로 나열하면,
 $-7.5, \quad -5, \quad -\frac{4}{3}, \quad -1, \quad 0, \quad 0.2, \quad \frac{12}{4}, \quad \frac{7}{2}$
가장 작은 수 $a = -7.5$, 가장 큰 수 $b = \frac{7}{2} = 3.5$
 $a + b = -7.5 + 3.5 = -4$

15. 다음 수 중에서 가장 큰 수를 A , 절댓값이 가장 큰 수를 B 라 할 때, $A+B$ 를 구하면?

$0, -5, -2, -\frac{3}{5}, 4, \frac{7}{3}$

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$$A = 4, B = -5$$

$$\therefore A + B = -1$$

16. $-\frac{4}{3} \leq x < \frac{6}{2}$ 일 때 정수 x 는 모두 몇 개인가?

- ① 7 개 ② 6 개 ③ 5 개 ④ 4 개 ⑤ 3 개

해설

$x = -1, 0, 1, 2$ 의 4 개

17. 1 이하의 분모가 5 인 기약분수 중 가장 큰 수는 A , $-\frac{14}{3}$ 이상의 분모가 6 인 기약분수 중 가장 작은 수는 B 라 할 때, $A+B+(-0.5)+(-1.7)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{167}{30}$

해설

$$A = \frac{a}{5}, B = \frac{b}{6} \text{ 라 하면, } A = \frac{a}{5} \leq \frac{5}{5} \text{ 이므로 } a = 4 \therefore A = \frac{4}{5}$$

$$B = \frac{b}{6} \geq -\frac{28}{6} \text{ 이므로 } b = -25 \therefore B = -\frac{25}{6}$$

$$\therefore \frac{4}{5} + \left(-\frac{25}{6}\right) + (-0.5) + (-1.7) = -\frac{167}{30}$$

18. 다음 표는 음표와 박자 수를 나타낸 것이다. 다음 악보에서 한 마디의 총 박자 수를 구하여라.



이름	기호	박자수
2분음표		2
4분음표		1
점 8분음표		$\frac{3}{4}$
8분음표		$\frac{1}{2}$
16분음표		$\frac{1}{4}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(총 박자 수)} &= \frac{3}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 2 + \frac{1}{4} \\ &= \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} + (1 + 2) \\ &= 1 + \frac{1}{2} + 3 \\ &= 4 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{8}{2} + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \end{aligned}$$

19. 희정, 유리, 혜영, 진희 네 사람이 카드놀이를 하는데 매회 네 사람이 얻은 점수의 합은 0점이 된다고 한다. 이 때, ㉠, ㉡, ㉢, ㉣의 합을 구하여라.

	희정	유리	혜영	진희
1회	+4	㉠	+7	-5
2회	㉡	+2	-4	㉢
3회	-3	+3	-2	+2
합계	+5	-1	+1	㉣

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$(+4) + \textcircled{1} + (+7) + (-5) = 0, \textcircled{1} + 6 = 0$
 $\therefore \textcircled{1} = -6,$
 $\textcircled{2} + 2 + (-4) + \textcircled{3} = 0$
 $\therefore \textcircled{2} + \textcircled{3} = 2$
 $5 + (-1) + 1 + \textcircled{4} = 0$
 $\therefore \textcircled{4} = -5$
 $\therefore \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4} = -9$

20. $(-3)^2 \times 4 - 15 \div (2 + 3)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 9 \times 4 - 15 \div 5 \\ &= 36 - 3 \\ &= 33\end{aligned}$$

21. 일의 자리의 숫자가 5 인 두 자리의 자연수가 있다. 이 자연수의 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수가 처음 수보다 9 만큼 작다고 할 때, 처음 수를 구하면?

① 35 ② 45 ③ 55 ④ 65 ⑤ 75

해설

십의 자리의 숫자를 x 라 하면
처음 수는 $10x + 5$, 바꾼 수는 $50 + x$ 다.
 $50 + x = 10x + 5 - 9$
 $-9x = -54, x = 6$
따라서 구하는 자연수는 65 이다.

22. $y = \frac{6}{x}$ 과 $y = ax$ 의 그래프에서 두 그래프가 만나는 점을 각각 P, Q 라고 한다. 점 P 의 x 좌표가 -2 이고, 점 Q 의 y 좌표를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

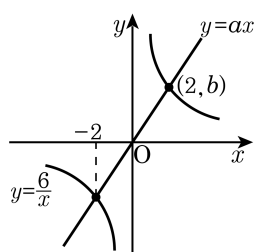
① $-\frac{9}{2}$

② $\frac{9}{2}$

③ $-\frac{3}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 6



해설

점 P 는 두 그래프의 교점이므로 $\frac{6}{-2} = -2a$, $-3 = -2a$, $a = \frac{3}{2}$

점 Q 도 두 그래프의 교점이고 점 P 와 점 Q 가 원점에 대해 대칭
이므로 $b = 3$

$$\therefore a + b = \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2}$$

23. 자연수 x 를 소인수분해하여 곱해진 모든 수들의 합을 $S(x)$ 라 한다.
(단, 1 은 생각하지 않는다.)
예를 들면, $2250 = 2 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 $S(2250) = 2 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5 = 23$
이 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해하면 세 종류의 소인수가 나타나고
 $S(m) = 17$ 이라고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수와 작은 수의
차를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

17 을 세 종류의 소수의 합으로 나타내면,
 $17 = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 5 = S(360)$
 $17 = 2 + 2 + 3 + 5 + 5 = S(300)$
 $17 = 2 + 2 + 3 + 3 + 7 = S(252)$
 $\therefore 360 - 252 = 108$

24. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하면?

① 1

② 1, 2

③ 1, 2, 4

④ 1, 2, 4, 8

⑤ 1, 2, 4, 8, 16

해설

a, b 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.

32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32 이다.

따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

25. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

- ① 16 ② 24 ③ 40 ④ 80 ⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \qquad 3 \qquad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

26. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는
분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

- ① $\frac{8}{7}$
- ② $\frac{48}{7}$
- ③ $\frac{8}{105}$
- ④ $\frac{48}{105}$
- ⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

27. 다음 조건을 만족하는 서로 다른 세 정수 A, B, C의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

- ㉠ C는 세 수 중에서 수직선의 가장 왼쪽에 있다.
- ㉡ A의 절댓값은 -6의 절댓값과 같다.
- ㉢ A, B는 각각 -6보다 크다.
- ㉣ B는 A보다 0에 더 가깝다.

▶ 답 :

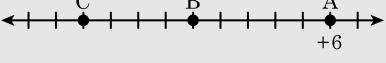
▷ 정답 : $A > B > C$

해설

C는 세 수 중에서 수직선의 가장 왼쪽에 위치하므로 C는 세 정수 중에서 가장 작은 수이다. A의 절댓값은 -6의 절댓값과 같고 -6보다 큰 수이므로 $A = 6$ 이다.

B는 A보다 0에 더 가까이 있으므로 A보다 작은 수이다.

따라서 세 수를 수직선 위에 나타내보면 다음과 같다.



부등호를 사용하여 세 수의 대소 관계를 나타내면 $A > B > C$ 이다.

28. 어떤 정수에 -6 을 곱해야 할 것을 잘못하여 -6 을 빼었더니 0 이 되었다. 바르게 계산한 것은?

① -36

② 36

③ -12

④ 12

⑤ 0

해설

어떤 정수를 $\square$ 라 하자.

$$\square - (-6) = \square + (+6) = 0 \quad \therefore \square = -6$$

바르게 계산하면 $(-6) \times (-6) = 36$ 이다.

29. a, b, c, d 는 서로 다른 정수이다. 다음 보기의 내용을 보고 a, b, c, d 를 큰 것부터 나열한 것으로 옳은 것은?

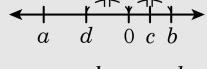
보기

- ㉠ a, b, c, d 중 가장 큰 수는 b 이다.
- ㉡ c 는 수직선에서 원점의 오른쪽에 있다.
- ㉢ b 와 d 가 나타내는 점은 수직선에서 원점으로 부터의 거리가 서로 같다.
- ㉣ a 는 d 보다 작다.

- ① b, d, a, c ② b, d, c, a ③ b, c, d, a
④ b, a, c, d ⑤ b, a, d, c

해설

㉠, ㉡에서 b 는 네 수 중에서 가장 큰 수이고 c 는 원점의 오른쪽에 있으므로 $0 < c < b$ 이고,
㉢, ㉣에서 b 와 d 의 절댓값이 같고 a 는 d 보다 작으므로 $a < d < 0$ 이다.



$\therefore a < d < c < b$

30. $[a]$ 는 a 보다 크지 않은 가장 큰 정수라고 한다. $x = -\frac{5}{2}$ 일 때, 다음

식의 값을 구하여라.

$$-\frac{1}{3}[x] + \frac{1}{2}[x^2] - [x^2 - x + 1] \div \frac{3}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$[x] = \left[-\frac{5}{2} \right] = -3$$

$$[x^2] = \left[\left(-\frac{5}{2} \right)^2 \right] = \left[\frac{25}{4} \right] = 6$$

$$\begin{aligned} x^2 - x + 1 &= \left(-\frac{5}{2} \right)^2 - \left(-\frac{5}{2} \right) + 1 \\ &= \frac{25}{4} + \frac{5}{2} + 1 \\ &= \frac{39}{4} \end{aligned}$$

$$[x^2 - x + 1] = \left[\frac{39}{4} \right] = 9$$

$$\begin{aligned} \therefore -\frac{1}{3} \times (-3) + \frac{1}{2} \times 6 - 9 \div \frac{3}{2} &= 1 + 3 - 9 \times \frac{2}{3} \\ &= -2 \end{aligned}$$

31. 다음 방정식 중 해가 $x = -2$ 가 아닌 것은?

① $3(x+2) = 0$

② $\frac{4-x}{3} = x+4$

③ $x(x+1) = 8+3x$

④ $x^3+10=2$

⑤ $x^2-4=x-2$

해설

⑤ $x^2-4=x-2$ 에서 $x=-2$ 일 때

좌변 $= (-2)^2-4=4-4=0$

우변 $= -2-2=-4$

좌변과 우변이 같지 않으므로 $x=-2$ 는 해가 아니다.

32. 진경이네 학교의 학생 수는 작년보다 5% 줄어서 1425 명이다. 작년의 남학생 수는 여학생 수의 $\frac{3}{2}$ 배보다 35 명 많았다. 작년 남학생 수는?

① 911 명

② 912 명

③ 913 명

④ 914 명

⑤ 915 명

해설

작년 여학생 : x

작년 남학생 : $\frac{3}{2}x + 35$

(작년 전체 학생 수) = (작년 남학생 수) + (작년 여학생 수)

$$\left(\frac{3}{2}x + 35 + x\right) \times 0.95 = 1425$$

$$\frac{3}{2}x + 35 + x = 1500$$

$$\frac{5}{2}x + 35 = 1500$$

$$\frac{5}{2}x = 1465, x = 1465 \times \frac{2}{5}$$

$$\therefore x = 586$$

$$\text{작년 남학생 수 : } 1500 - 586 = 914(\text{명})$$

33. 현재 형과 동생의 저금통에는 각각 8000 원과 2000 원이 들어 있다. 다음 주부터 형은 매주 200 원씩, 동생은 500 원씩 저금한다고 할 때, 몇 주 후에 형과 동생의 저금액이 같아지겠는가?

① 12주 후

② 14주 후

③ 16주 후

④ 18주 후

⑤ 20주 후

해설

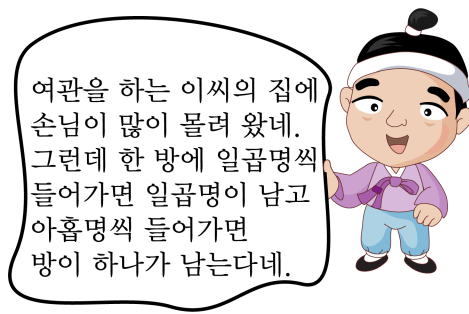
x 주 후의 형의 저금액 : $8000 + 200x$ 원, 동생의 저금액 : $2000 + 500x$ 원

$$8000 + 200x = 2000 + 500x$$

$$-300x = -6000$$

$$x = 20$$

34. 시와 문장을 좋아한 우리 조상은 수학 문제도 마치 시처럼 서술하였다. 조선 시대에 널리 사용되던 수학책인 ‘산법통증’에는 다음 그림과 같은 시구가 있다.



이처럼 옛날 우리나라에도 방정식 문제가 있었다.
위의 시구를 읽고 여관을 하는 이씨의 집에 온 손님이 모두 몇 명인지
일차방정식을 이용하여 구하여라.

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 63명

해설

방의 개수를 x 개라 하면 일곱명씩 들어가면 일곱명이 남으므로 $7x + 7$ 이고 아홉명씩 들어가면 방이 하나가 남으므로 $9(x - 1)$ 이다.

사람 수는 같으므로 $7x + 7 = 9(x - 1)$, $x = 8$ (개) 이다.

따라서 x 를 대입하여 사람 수를 구하면 $7 \times 8 + 7 = 63$ (명)이다.

35. 민석이와 범기가 벽면에 페인트를 칠하려고 한다. 민석이가 혼자 칠하면 2시간이 걸리고, 범기가 혼자 칠하면 3시간이 걸린다고 한다. 민석이와 범기가 함께 x 시간 동안 칠한 부분의 전체 벽면에 대한 비를 y 라 할 때, x 와 y 사이의 관계식은?

- ① $y = \frac{1}{6}x$
- ② $y = \frac{1}{5}x$
- ③ $y = \frac{2}{5}x$
- ④ $y = \frac{3}{5}x$
- ⑤ $y = \frac{5}{6}x$

해설

전체 일의 양을 1이라고 할 때, 각자 1시간씩 일할 때의 일의 양을 구한다. 두 명이 함께하므로 1시간 동안 하는 일은 두 명이 각자 한 시간동안 하는 일의 양의 합이다.

$$y = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)x = \frac{5}{6}x$$

36. 다음 조건을 모두 만족하는 그래프에 대하여 $3m - n$ 의 값을 구하여라.

- ㉠ 세 점 $(4, -24), (m, -8), \left(-\frac{2}{3}, n\right)$ 을 지난다.

㉡ 원점을 지나는 직선이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

원점을 지나는 직선이므로 $y = ax$ 를 이용한다.

세 점 $(4, -24), (m, -8), \left(-\frac{2}{3}, n\right)$ 이 주어졌으므로 대입하면

$4a = -24, a = -6$ 이다.

따라서 식은 $y = -6x$ 이다.

또 다른 점 $(m, -8), \left(-\frac{2}{3}, n\right)$ 을 대입하면

i) $(m, -8)$ 을 대입하면 $-6m = -8, m = \frac{4}{3}$ 이다.

ii) $\left(-\frac{2}{3}, n\right)$ 을 대입하면 $-6 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = 4 = n$ 이다.

따라서 $3m - n = 3 \times \frac{4}{3} - 4 = 4 - 4 = 0$ 이다.

37. 다음 중 x 와 y 사이의 관계식에서 반비례하는 것은?

- ① 자전거를 타고 시속 x km 로 y 시간 동안 100 km 를 달렸다.
- ② 100 개의 사탕에서 하루에 3 개씩 x 일 동안 먹고 남은 사탕의 개수는 y 개이다.
- ③ 자연수 x 를 2 로 나눈 나머지는 y 이다.
- ④ 1 분에 2 km 를 달리는 자동차가 x 분 동안 달린 거리는 y km 이다.
- ⑤ 한 변의 길이가 x cm 인 정사각형의 넓이 y cm²

해설

- ① $y = \frac{100}{x}$: 반비례
- ② $y = 100 - 3x$: 정비례도 반비례도 아님
- ③ 정비례도 반비례도 아님
- ④ $y = 2x$: 정비례
- ⑤ $y = x^2$: 정비례도 반비례도 아님

38. 일곱 자리 자연수 $40ab644$ 는 7 의 배수이고, $10a + b$ 는 소수이다. 이러한 일곱 자리의 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4011644

▷ 정답 : 4053644

▷ 정답 : 4067644

해설

7 의 배수는 뒤에서부터 세 자리씩 끊어서 더하고 뺄 수가 0 이거나 7 의 배수인 수이므로,

$$4 - ab + 644 = 7k$$

$$\rightarrow 648 - ab = 7k \text{ 이므로}$$

$$ab = 04, 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, 67, 74, 81, 88, 95 \text{ 이다.}$$

$10a + b$ 가 소수인 수는 11, 53, 67 이므로, 만족하는 일곱 자리 자연수는 4011644, 4053644, 4067644 이다.

39. $3^3 = a$, $11^b = 121$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 29 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 46

해설

$3^3 = 27$, $11^2 = 121$ 이므로 $a = 27$, $b = 2$ 이다.
따라서 $a + b = 29$ 이다.

40. 300 이하의 자연수 중 12의 배수와 15의 배수를 제외한 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

300 이하의 자연수 중 12의 배수의 개수는 25개, 15의 배수의 개수는 20개, 12와 15의 공배수의 개수는 5개이다. 따라서 $300 - 25 - 20 + 5 = 260$ 이다.

41. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{99}{100}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \cdots + \frac{1}{9900} \\ &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} \cdots + \frac{1}{99 \times 100} \\ &= \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) + \cdots + \right. \\ & \quad \left. \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) \right\} \\ &= 1 - \frac{1}{100} \\ &= \frac{99}{100} \end{aligned}$$

42. 네 개의 유리수 $\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{5}{2}$, -2 중에서 세 개를 뽑아 곱한 수 중 가장 큰 수를 M , 가장 작은 수를 m 이라 할 때, $M + (-3m)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{3}$, $-\frac{5}{2}$, -2 중에서 세 개를 뽑아 곱한 수 중

가장 큰 수는 $M = 1$ 가장 작은 수는 $m = -\frac{5}{3}$

$\therefore M + (-3m) = 1 + 5 = 6$

43. $4 + \frac{2}{7 - \frac{1}{3 - \frac{4}{5 + \frac{1}{2}}}}$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{353}{82}$

해설

$$\begin{aligned} 4 + \frac{2}{7 - \frac{1}{3 - \frac{4}{5 + \frac{1}{2}}}} &= 4 + \frac{2}{7 - \frac{1}{3 - \frac{8}{11}}} \\ &= 4 + \frac{2}{7 - \frac{11}{25}} \\ &= 4 + \frac{25}{82} \\ &= \frac{353}{82} \end{aligned}$$

44. $4x^2 - ax - 1 = 7 - a(3 - x^2)$ 이 x 에 관한 일차방정식일 때, 상수 a 의 값과 방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

① $a = 4, x = -4$

② $a = 4, x = -1$

③ $a = 4, x = 1$

④ $a = -4, x = 4$

⑤ $a = -4, x = -1$

해설

$$4x^2 - ax - 1 = 7 - a(3 - x^2)$$

$$4x^2 - ax - 1 = 7 - 3a + ax^2$$

$$4x^2 - ax - 1 - 7 + 3a - ax^2 = 0$$

$$(4 - a)x^2 - ax + 3a - 8 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

x 에 대한 일차방정식이 되려면 x^2 의 계수가 0 이어야 한다.

즉, $4 - a = 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

①의 식에 $a = 4$ 를 대입하면 $-4x + 12 - 8 = 0$ 이다.

$$-4x = -4$$

$$\therefore x = 1$$

45. 방정식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x-1}}} = k$ (단, $k > 2$) 일 때, $\frac{k+1}{1 + \frac{k-1}{1 - \frac{1}{x}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x-1}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x}{x-1}}} = \frac{1}{1 - \frac{x-1}{x}} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x = k \\ \therefore \frac{k+1}{1 + \frac{k-1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{k+1}{1 + \frac{k-1}{1 - \frac{1}{k}}} = \frac{k+1}{1 + \frac{k-1}{\frac{k-1}{k}}} = \frac{k+1}{k+1} = 1 \end{aligned}$$

46. 다음 방정식을 풀어라.(정답 2개)

$$\left|2x + \left|\frac{1}{2}x - 2\right|\right| = \frac{9}{2} \text{ (단, } x < 4)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{3}$

▷ 정답 : $-\frac{13}{3}$

해설

$\frac{1}{2}x < 2, x < 4$ 일 때,

$$\left|2x + \left|\frac{1}{2}x - 2\right|\right| = \frac{9}{2}$$

$$\left|\frac{3}{2}x + 2\right| = \frac{9}{2}$$

$$\frac{3}{2}x = \frac{5}{2}, -\frac{13}{2}$$

$$x = \frac{5}{3}, -\frac{13}{3}$$

$$\therefore x = \frac{5}{3}, -\frac{13}{3}$$

47. 연속한 세 개의 4의 배수를 각각 a, b, c ($a > b > c$)라고 할 때, 이 세 수는 $c + \frac{1}{2}b = a + 18$ 을 만족한다. 이 때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = 52$

해설

연속하는 4의 배수 중 가운데 수가 b 일 때,

$a = b + 4, c = b - 4$ 이다.

$c + \frac{1}{2}b = a + 18$ 에 대입하면

$$(b - 4) + \frac{1}{2}b = (b + 4) + 18$$

$$\frac{1}{2}b = 26$$

$$\therefore b = 52$$

해설

$b = 4x$ 라 하면,

$a = 4(x + 1), c = 4(x - 1)$ 이 되고

$c + \frac{1}{2}b = a + 18$ 에 대입하면

$$4(x - 1) + \frac{1}{2} \times 4x = 4(x + 1) + 18 \text{ 이다.}$$

식을 정리하면 $x = 13$ 이고, $b = 4x$ 이므로

$$b = 52$$

48. 극장에 몇 명의 사람이 있고 매 분마다 일정한 수의 사람이 극장에 들어오고, 역시 일정한 수의 사람이 극장에서 나간다. 만약 1분에 평균 $\frac{7}{9}$ 명의 사람이 나가면 1시간 12분 후에 극장은 텅 비게 되고, 1분에 평균 0.5 명의 사람이 빠져나가면 2시간 32분 후에 극장이 텅 비게 된다. 처음 극장에 있던 사람의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 38 명

해설

처음 극장에 있는 사람을 x 명, 매 분마다 들어오는 사람의 수를 y 명이라 두면,

$$x + 72y - \frac{7}{9} \times 72 = 0, x = 56 - 72y \text{ 이다.}$$

또한 $x + 152y - \frac{1}{2} \times 152 = 0, x + 152y - 76 = 0$ 이다. $56 - 72y + 152y - 76 = 0$ 이므로

$$80y = 20$$

$$y = \frac{1}{4}, x = 38$$

따라서 처음 극장에 있던 사람의 수는 38 명이다.

49. 물에 계량 스푼으로 설탕 10 스푼을 넣었더니 농도가 10%인 설탕물 300g이 되었다. 여기에 설탕을 더 넣어 농도가 25%인 설탕물을 만들려면, 설탕을 몇 스푼 더 넣어야 하는지 구하여라.

▶ 답: 스폰

▶ 정답 : 20스푼

해설

농도가 10%인 설탕물 300g에는 설탕 30g이 들어 있다. 따라서 설탕 한 스푼은 3g이다.

설탕을 x 스푼 더 넣었다면,

$$\frac{30 + 3x}{300 + 3x} \times 100 = 25$$

$$120 + 12x = 300 + 3x$$

$$9x = 180$$

$$9x = 1$$

$x = 20$

50. 시계의 작은 바늘(시침)이 x 분 동안 회전한 각도를 y° 라고 정의한다.
 x 가 $0 \leq x \leq 30$ 일 때, y 의 값의 최댓값은?

① 11 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

시침이 1분 동안 회전한 각도는 0.5° 이다.

시침이 x 분 동안 회전한 각도는 $0.5x^\circ$ 이므로 관계식은 $y = 0.5x$ 이다.

$x = 0$ 일 때, $y = 0.5 \times 0 = 0$

$x = 30$ 일 때, $y = 0.5 \times 30 = 15$

y 의 범위는 $0 \leq y \leq 15$

따라서 최댓값은 15이다.