

1. 두 점 A(3, 2), B(6, 5)에 대하여 $2\overline{AP} = \overline{BP}$ 를 만족시키는 점을 P라 할 때, 점 P와 직선 $x + y + 3 = 0$ 사이의 거리의 최솟값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ $2\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{3}$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$2\overline{AP} = \overline{BP} \text{에서 } 4\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$$

점 P의 좌표를 (x, y) 로 놓으면

$$4\{(x-3)^2 + (y-2)^2\} = (x-6)^2 + (y-5)^2$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$$

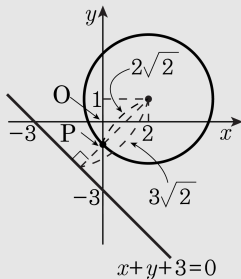
$$\therefore (x-2)^2 + (y-1)^2 = 8$$

따라서 점 P는 중심이 $(2, 1)$ 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 원위를 움직인다.

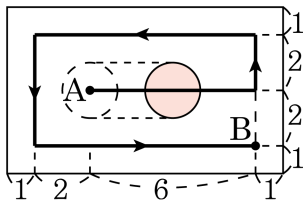
이때, 원의 중심 $(2, 1)$ 과 직선 $x + y + 3 = 0$

$$\text{사이의 거리는 } \frac{|2 + 1 + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 3\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

아래 그림에서 점 P와 직선 $x + y + 3 = 0$ 사이의 거리의 최솟값은 $3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$



2. 가로 길이가 10, 세로 길이가 6 인 오른쪽 그림과 같은 직사각형의 내부에서 반지름의 길이가 1 인 원이 지나간 자리에는 형광 페인트가 칠해진다고 한다. 원의 중심이 그림과 같이 A 부터 B 까지 화살표 방향의 경로를 따라 움직일 때, 직사각형의 영역 중 형광 페인트가 칠해지지 않는 부분의 넓이는? (단, 경로를 구성하는 모든 선분은 직사각형의 변에 평행하거나 수직이다.)



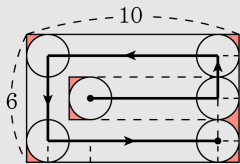
- ① 0 ② $10 - \frac{5}{2}\pi$ ③ $8 - 2\pi$
 ④ $6 - \frac{3}{2}\pi$ ⑤ $4 - \pi$

해설

반지름의 길이가 1 인 원이 화살표 방향을 따라 이동할 때 지나지 않는 부분은 다음 그림에서 어두운 부분이다.

따라서 그 넓이는 한 변의 길이가 2 인 정사각형에서 반지름의 길이가 1 인 원을 제외한 부분의 넓이의 2 배와 같다.

즉 $2(4 - \pi)$



3. 점 $(1, 2)$ 를 점 (a, b) 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+2y-1=0$ 은 직선 $x+2y-4=0$ 으로 이동하였다. 이때, $a+2b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동했다고 하면,
 $(x-m)+2(y-n)-1=0$, $x+2y-m-2n-1=0$ 을
 $x+2y-4=0$ 과 비교해 보면,

$$-m-2n=-3 \cdots \textcircled{7}$$

점 $(1, 2)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동 시키면,
 $(1+m, 2+n)$

$$\Rightarrow 1+m=a, \quad 2+n=b$$

$$\Rightarrow a+2b=m+1+4+2n=8$$

$$(\because \textcircled{7} \text{에서 } m+2n=3)$$

4. 좌표평면에서 점 $P(1, 4)$ 를 다음 평행이동식 $f : (x, y) \rightarrow (x+m, y+n)$ 에 의하여 이동시킨 점을 Q 라고 할 때, 두 점 P, Q 는 직선 $y = 2x$ 에 대하여 대칭이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{2}{5}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$Q = (1+m, 4+n)$ 으로 나타낼 수 있다.

$\overline{PQ}$ 의 기울기는 $y = 2x$ 에 수직이므로 $-\frac{1}{2}$ 이고,

$\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{2+m}{2}, \frac{8+n}{2}\right)$ 은

$y = 2x$ 위에 있다.

$$\Rightarrow \text{i) } \frac{n}{m} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \frac{8+n}{2} = m+2$$

i) 과 ii) 를 연립하면, $m = \frac{8}{5}, n = -\frac{4}{5}$

$$\therefore m+n = \frac{4}{5}$$

5. 빈이의 주머니에 0, 1, 2의 숫자가 적힌 카드가 들어 있고, 혜교의 주머니에는 1, 2, 3의 숫자가 적힌 카드가 들어있다. 둘이서 카드를 하나씩 꺼낼 때, 두 숫자를 곱하여 생기는 숫자들을 원소나열법으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: {0, 1, 2, 3, 4, 6}

해설

빈이의 주머니에 들어 있는 숫자 0, 1, 2를 하나씩 차례로 혜교의 카드 1, 2, 3에 곱하면

$$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0$$

$$1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 3 = 6 \text{ 이다.}$$

여기서 생기는 숫자는 모두 0, 1, 2, 3, 4, 6이므로 원소나열법으로 나타내면 {0, 1, 2, 3, 4, 6} 이다.

6. 다음 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{4, 12, a \times 8, 16, 20, b + 3, c\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, 자연수 a 가 될 수 있는 최댓값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\},$$

$$B = \{4, 12, a \times 8, 16, 20, b + 3, c\} \text{ 이므로,}$$

$a \times 8, b + 3, c$ 는 각각 8, 24, 28 중 하나여야 한다.

$a \times 8 = 8$ 일 때 a 값이 최소가 되고,

$a \times 8 = 28$ 일 때 a 값이 최대가 되지만,

$a \times 8 = 28$ 일 때의 a 값은 자연수가 아니므로 될 수 없다.

따라서 a 값이 최대일 때는 $a \times 8 = 24$ 일 때이다.

$$\therefore a = 3$$

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{ 보다 크고 } 27 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$A = \{14, 15, 16, \dots, 26\}$ 의 부분집합 중 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수 15, 17, 19, 21, 23, 25는 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{13-2-6} = 2^5 = 32 \text{ (개)}$$

8. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{1, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 원소를 모두 더하면?

① 4

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 15

해설

$$X \subset A, A - X = \{1, 4\} \Rightarrow X = \{2, 3, 5\}$$

$$\therefore 2 + 3 + 5 = 10$$

9. 전체집합 $U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 6, 15\}$,
 $B = \{3, 6, 9, 12\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A^c = \{9, 12, 18\}$

㉡ $B^c = \{15\}$

㉢ $A \cup B^c = \{3, 6, 15, 18\}$

① ㉠

② ㉡

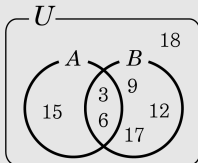
③ ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



따라서 ㉡ 에서 $B^c = \{15, 18\}$ 이므로 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

10. 50명의 학생에게 a , b 의 두 문제를 풀게 하였더니, a 를 푼 학생은 41명이었고, b 를 푼 학생은 34명이며, a , b 를 모두 못 푼 학생은 7명이었다. a 만 푼 학생은 몇 명인가?

① 2명

② 7명

③ 9명

④ 15명

⑤ 32명

해설

먼저, a , b 중 적어도 하나를 푼 학생은 $50 - 7 = 43$ (명)이다. 43명에서 b 를 푼 학생을 빼면 a 만 푼 학생만 남는다.

따라서 a 만 푼 학생은 $43 - 34 = 9$ (명)이다.

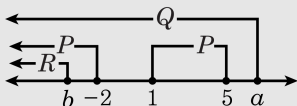
11. 세 조건 $p: x \leq -2$ 또는 $1 \leq x \leq 5$, $q: x \leq a$, $r: x \leq b$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, p 는 r 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① a 의 최댓값은 -2 이고, b 의 최솟값은 5 이다.
- ② a 의 최솟값은 -2 이고, b 의 최댓값은 5 이다.
- ③ a 의 최댓값은 5 이고, b 의 최솟값은 -2 이다.
- ④ a 의 최솟값은 5 이고, b 의 최댓값은 -2 이다.
- ⑤ a, b 의 최댓값, 최솟값은 존재하지 않는다.

해설

$$p \rightarrow q, P \subset Q$$

$$r \rightarrow p, R \subset P$$



$$\therefore b \leq -2 \text{ 그리고 } a \geq 5$$

a 의 최솟값은 5 이고 b 의 최댓값은 -2 이다.

12. 명제「 $p \rightarrow \sim q$ 」의 역이 참일 때, 반드시 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$

② $\sim p \rightarrow q$

③ $\sim p \rightarrow \sim q$

④ $\sim q \rightarrow p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

주어진 명제의 역「 $\sim q \rightarrow p$ 」가 참이므로, 반드시 참인 명제는 역의 대우인「 $\sim p \rightarrow q$ 」도 참이다.