

1. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

2. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 + 1$$

따라서 $x = -4$ 일 때, 최댓값은 1 이다.

3. 다음 함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = 2(x - 3)^2$

② $y = x(x - 1)$

③ $y = 3x^2 - x + 2$

④ $y = -x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = (2x + 1)(2x - 1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a < 0$ 일 때 이차함수가 최댓값을 갖는다.

4. 이차부등식 $ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a < 0$

③ $a < 2$

④ $a < 4$

⑤ $a < 8$

해설

$ax^2 + 4x + a < 0$ 이 임의의 실수 x 에 대하여 성립하려면

i) $a < 0$

ii) $ax^2 + 4x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a^2 < 0$$

$$a^2 - 4 > 0, (a + 2)(a - 2) > 0$$

$\therefore a < -2$ 또는 $a > 2$

i), ii)의 공통 범위를 구하면 $a < -2$

5. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(m+2)x^2 - 2(m+2)x + 4 > 0$ 이 항상 성립하도록 할 때, 상수 m 의 값의 범위에 속한 정수의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

모든 실수 x 에 대하여 성립하기 위해서는

$$m \geq -2$$

$$D/4 = (m+2)^2 - 4(m+2) < 0 \text{ 이므로}$$

$$m^2 + 4m + 4 - 4m - 8 = m^2 - 4 < 0$$

따라서 $-2 \leq m < 2$ 이므로

만족하는 정수 m 의 개수는

$-2, -1, 0, 1$ 의 4개

6. 수직선 위의 두 점 A(-3), B(6)에 대하여 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 한다. 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\frac{2 \times 6 + 1 \times (-3)}{2 + 1} = 3 \text{에서 } P(3)$$

$$\frac{3 \times 6 - 2 \times (-3)}{3 - 2} = 24 \text{에서 } Q(24)$$

$$\therefore PQ = |24 - 3| = 21$$

7. 두 직선 $x + y = 3$, $mx - y + 2m - 5 = 0$ 이 제 1사분면에서 만날 때, m 의 값의 범위는?

- ① $-2 < m < 2$ ② $-2 < m < 3$ ③ $-1 < m < 2$
④ $1 < m < 4$ ⑤ $0 < m < 3$

해설

$mx - y + 2m - 5 = 0 \dots \textcircled{1}$ 에서
 $m(x + 2) - (y + 5) = 0$ 이므로
위의 직선은 m 의 값에 관계없이
점 $(-2, -5)$ 를 지나고, 기울기 m 인 직선이다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서
만나기 위해서는 직선 $\textcircled{1}$ 이 $(3, 0)$ 과 $(0, 3)$ 을
잇는 선분의 사이를 지나면 된다.
직선 $\textcircled{1}$ 이 $(3, 0)$ 을 지날 때 $m = 1$ 이고
 $(0, 3)$ 을 지날 때 $m = 4$ 이므로
따라서 $1 < m < 4$

8. x 축에 접하고 두 점 $(3, 1)$, $(-4, 8)$ 을 지나는 원 중, 반지름의 크기가 큰 원의 방정식을 구하면?

- ① $(x - 3)^2 + (y - 12)^2 = 169$
- ② $x^2 + (y - 5)^2 = 169$
- ③ $x^2 + (y - 5)^2 = 25$
- ④ $(x - 8)^2 + (y - 13)^2 = 169$
- ⑤ $(x - 8)^2 + (y - 13)^2 = 25$

해설

구하는 원의 중심을 (a, b) 라고 하면
 x 축에 접하는 원의 방정식은
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = b^2$
이 원이 두 점 $(3, 1)$, $(-4, 8)$ 을 지나므로
 $(3 - a)^2 + (1 - b)^2 = b^2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $(-4 - a)^2 + (8 - b)^2 = b^2 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 에서
 $b = a + 5 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면
 $a^2 - 8a = a(a - 8) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 8$
 $\textcircled{㉢}$ 에서 $a = 0$ 일 때 $b = 5$, $a = 8$ 일 때 $b = 13$
따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2 + (y - 5)^2 = 5^2$
또는 $(x - 8)^2 + (y - 13)^2 = 13^2$

9. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B$, $A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.
 $A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?
- ① $2x^3 - 18x - 10$ ② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$ ④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

10. 등식 $2x^2 - 3x - 1 = a(x-1)(x-2) + bx(x-1) + cx(x-2)$ 이 x 에 관한
항등식이 되도록 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{ 대입, } a = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } b = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \text{ 대입, } c = 2$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 2$$

11. x^3 의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 가 $x-1$ 을 인수로 갖고, x^2+2 로 나누었을 때의 나머지는 $x+5$ 이다. 이 때, $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

x^3 의 계수가 1이므로
 $f(x) = (x^2 + 2)(x + \alpha) + x + 5 \cdots \textcircled{1}$
 $x-1$ 의 인수를 가지므로, $f(1) = 0$
 $\textcircled{1}$ 에 넣어 계산하면,
 $f(1) = 3(1 + \alpha) + 6 = 0, \alpha = -3$
 $\therefore f(2) = (2^2 + 2)(2 - 3) + 2 + 5 = 1$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+1 \geq 1 \end{cases}$ 의 해가 자연수일때, 해의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 2 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+1 \geq 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x-x \leq -2+6 \\ x \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 2$$

따라서 자연수인 해는 1, 2로 모두 2개이다.

13. 부등식 $6(x-3) < 4x+17 \leq 6(x-2)$ 를 만족시키는 x 의 값 중 가장 큰 정수와 가장 작은 정수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$6(x-3) < 4x+17 \leq 6(x-2)$ 에서

$$\begin{cases} 6(x-3) < 4x+17 \\ 4x+17 \leq 6(x-2) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 6x-18 < 4x+17 \\ 4x+17 \leq 6x-12 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x < 35 \\ 2x \geq 29 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < \frac{35}{2} \\ x \geq \frac{29}{2} \end{cases}$$

$\frac{29}{2} \leq x < \frac{35}{2}$ 에 만족하는

가장 큰 정수 : 17

가장 작은 정수 : 15

따라서 두 수의 차는 $17-15=2$ 이다.

14. 모든 실수 x, y 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2bxy + ay^2 \geq 0$ 성립할 때, a 와 b 의 관계는? (단, a, b 는 양의 실수)

- ① $a^2 \geq b^2$
- ② $b^2 \geq a^2$
- ③ $a^2 + 2b \leq 1$
- ④ $a^2 + 2b \geq 1$
- ⑤ $2a + b^2 \leq 1$

해설

$ax^2 + 2bxy + ay^2 = 0$ 이 항상 성립할 조건은

$a \geq 0$ 이고 $\frac{D}{4} \leq 0$ 이다.

$$\frac{D}{4} = b^2y^2 - a^2y^2 \leq 0$$

$$(b^2 - a^2)y^2 \leq 0$$

$$\therefore a^2 \geq b^2$$

15. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, 방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
 $x-1 > 0$, $x > 0$, $x+1 > 0$, $x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots ㉠$
한편, 둔각삼각형이 되려면
 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$
 $x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \dots\dots ㉡$
㉠, ㉡에서 $2 < x < 4$
 $\therefore a = 2$, $b = 4$
따라서 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은
 $\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$

16. 두 점의 좌표가 A (5, 3), B (-2, 1)이고, x 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소일 때 점 P 의 좌표는?

- ① $P\left(-\frac{3}{4}, 0\right)$
- ② $P\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$
- ③ $P\left(\frac{1}{4}, 0\right)$
- ④ $P\left(\frac{3}{4}, 0\right)$
- ⑤ $P(1, 0)$

해설

A를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A'라 하면 A'는 (5, -3)이다.

$\overline{AP} = \overline{A'P}$ 이므로 $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP}$ 이고, $\overline{A'P} + \overline{BP}$ 의 최솟값은

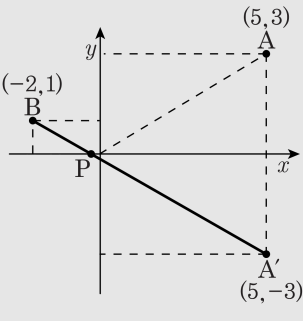
점 A'와 점 B를 이은 선분의 길이와 같다.

직선 A'B의 방정식은

$y + 3 = \frac{1 - (-3)}{-2 - 5}(x - 5), y = -\frac{4}{7}x - \frac{1}{7}$

이 직선과 x축과의 교점이 점 P이므로

$\therefore P\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$



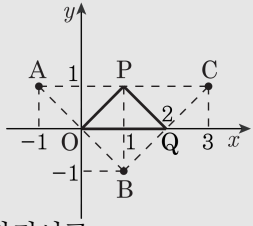
17. 좌표평면 위의 네 점 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 1)$, (a, b) 를 꼭짓점으로 하는 사각형이 평행사변형이 될 때, 다음 중 (a, b) 가 될 수 있는 좌표의 개수는?

$(1, -1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$, $(3, 1)$, $(0, 2)$

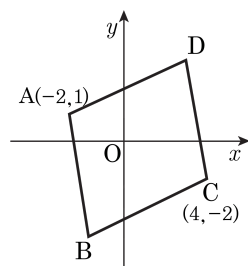
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

그림과 같이 점 O , P , Q 를 지나면서 $\overline{PQ}$, $\overline{OQ}$, $\overline{OP}$ 에 각각 평행인 직선들의 교점을 A , B , C 라고 할 때, $\square AOQP$, $\square BQPO$, $\square CPOQ$ 는 모두 평행사변형이 된다. 따라서 구하는 점 (a, b) 는 A , B , C 세 가지이고 $A(-1, 1)$, $B(1, -1)$, $C(3, 1)$ 이다.



18. 좌표평면 위에 마름모 ABCD 가 있다. 두 점 A, C 의 좌표가 각각 $(-2, 1)$, $(4, -2)$ 일 때, 두 점 B, D 를 지나는 직선의 방정식은?



- ① $y = x - 2$ ② $y = x - \frac{5}{2}$
 ③ $y = 2x - \frac{3}{2}$ ④ $y = 2x - 2$
 ⑤ $y = 2x - \frac{5}{2}$

해설

마름모의 두 대각선은 서로를 수직 이등분하므로 $\overline{BD}$ 는 $\overline{AC}$ 와 수직이고 두 점 A, C 의 중점을 지난다.

$\overline{AC}$ 의 기울기는 $\frac{1 - (-2)}{-2 - 4} = -\frac{1}{2}$,

중점은 $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$

두 점 B, D 를 지나는 직선의 방정식은

$$y = 2(x - 1) - \frac{1}{2} = 2x - \frac{5}{2}$$

19. 직선 $3x + 4y + a = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$ 에 접할 때, 양수 a 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 11$

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2^2$$

직선이 원에 접하므로 원의 중심

$(1, -1)$ 에서 직선까지의 거리가

원의 반지름의 길이 2 와 같다.

$$\text{따라서, } \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) + a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$|a - 1| = 10$$

$$a - 1 = \pm 10$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 11$$

20. 다음은 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = x$ 에 대해 대칭인 점 Q 의 좌표 (x, y) 를 구하는 과정이다.

에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1) $\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{x+a}{2}, \frac{y+b}{2}\right)$ 은 직선
위에 있으므로 $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$
 $\therefore x - y = b - a \cdots \textcircled{1}$
(2) 직선 PQ 는 직선 $y = x$ 에 수직이므로
 $\frac{y-b}{x-a} = \text{$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 x, y 를 구하면
 $x = \text{$, $y = \text{$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

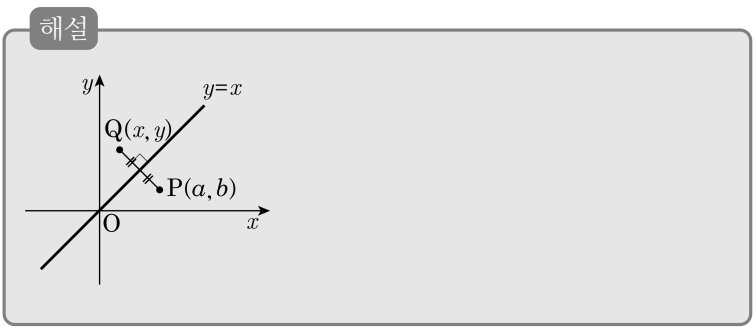
▶ 답 :

▷ 정답 : $y = x$

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : b

▷ 정답 : a



21. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & (a+b-c)(a-b+c) \\ &= b(b+2c) + (c+a)(c-a) \text{에서} \\ & \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2 \\ & a^2 - b^2 + 2bc - c^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc \\ & 2a^2 = 2b^2 + 2c^2 \\ & \therefore a^2 = b^2 + c^2 \end{aligned}$$

따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.

22. 복소수 $z = a + bi$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$(1 + i + z)^2 < 0 \qquad z^2 = c + 4i$

이 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$(1 + i + z)^2 < 0$ 에서 $1 + i + z$ 는 순허수이다.
 $z = a + bi$ 라면
 $1 + i + z = 1 + i + a + bi = (1 + a) + (1 + b)i$
이것이 순허수이므로 $1 + a = 0, a = -1$
 $\therefore z = -1 + bi$
또한 $z^2 = c + 4i$ 에서 $(-1 + bi)^2 = c + 4i$
 $1 - 2bi - b^2 = c + 4i$
 $\therefore -2b = 4, 1 - b^2 = c$
 $\therefore b = -2, c = -3$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14$

23. 방정식 $x^2 + 2(m-1)x - m + 3 = 0$ 의 두 근을 모두 음이 되게 하는 실수 m 의 범위를 정하면?
- ① $-2 < m < 3$ ② $2 \leq m < 3$ ③ $-1 < m < 3$
④ $1 < m \leq 3$ ⑤ $3 < m \leq 4$

해설

두 근을 α, β 라 할 때 두 근이 모두 음수이므로

(i) $\frac{D}{4} = (m-1)^2 + m - 3 \geq 0$

$m^2 - m - 2 \geq 0, (m-2)(m+1) \geq 0$

$\therefore m \leq -1, m \geq 2$

(ii) $\alpha + \beta = -2(m-1) < 0 \quad \therefore m > 1$

(iii) $\alpha\beta = -m + 3 > 0 \quad \therefore m < 3$

$\therefore$ (i), (ii), (iii)의 공통범위는 $2 \leq m < 3$

24. 원점 $O(0, 0)$ 에서 직선 $(k+1)x + (k+2)y + 3 = 0$ 에 내린 수선의 길이가 최대일 때, 그 길이는? (단, k 는 상수)

① 2 ② 3 ③ $2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

원점과 직선 사이의 거리를 d 라 하면

$$d = \frac{|3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k+2)^2}} = \frac{3}{\sqrt{2k^2 + 6k + 5}}$$

$$\leq \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3\sqrt{2}$$

$$(\because \sqrt{2k^2 + 6k + 5})$$

$$= \sqrt{2\left(k + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \sqrt{\frac{1}{2}}$$

25. 점 (1, 4) 를 지나는 직선을 원점에 대하여 대칭이동한 직선이 점 (2, 5) 를 지날 때, 처음 직선의 기울기는?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

원점에 대하여 대칭이동한 직선이 점 (2, 5) 를 지나므로 처음 직선은 점 (-2, -5) 를 지난다.

따라서 처음 직선은 두 점 (1, 4), (-2, -5) 를

지나므로 구하는 기울기는 $\frac{4 - (-5)}{1 - (-2)} = 3$