

1. $\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} &= \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!}} \\ &= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}\end{aligned}$$

$$\frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12} \text{ 을 풀면}$$

$$7n^2 - 51n + 14 = 0$$

$$(7n-2)(n-7) = 0$$

$$\therefore n = \frac{2}{7} \text{ 또는 } n = 7$$

${}_nP_3$ 에서 n 은 3 이상의 자연수이므로

$$\therefore n = 7$$

2. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 90가지

해설

$${}_{10}P_2 = 90$$

3. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정인 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① $7!$

② $7! \times 2!$

③ $6! \times 2!$

④ $6!$

⑤ $5! \times 2!$

해설

특정인 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 $6!$,

묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 $2!$ 이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

4. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72

② 112

③ 144

④ 216

⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.

$$4! \times 3! = 144$$

5. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지

② 98가지

③ 132가지

④ 162가지

⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는 모두 3가지이다.

$$\therefore 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162 \text{ 가지}$$

6. 100원짜리 동전 4개, 50원짜리 동전 2개, 10원짜리 동전 3개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 총합을 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 92가지

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각각의 동전을 사용할 수 있는 경우의 수는 (각 동전의 갯수)+1가지이다.

그러나, 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므로,

$$\therefore (\text{지불 방법의 수}) = (4 + 1)(2 + 1)(3 + 1) - 1 = 59$$

50원짜리 동전이 2개가 되면 100원을 지불할 수 있으므로, 지불 금액의 수는 금액이 중복되지 않도록 100원짜리 동전 4개를 50원짜리 동전 8개로 바꿔 생각한다.

즉, 50원짜리 동전 10개와 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.

$$\therefore (\text{지불 금액의 수}) = (10 + 1)(3 + 1) - 1 = 43$$

$$\therefore 59 + 43 = 92(\text{가지})$$

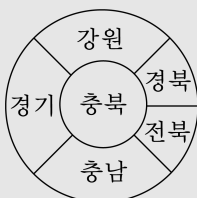
7. 다음 그림은 우리나라 지도의 일부분이다. 6 개의 도를 서로 다른 4 가지의 색연필로 칠을 하여 도(☒)를 구분하고자 한다. 색칠을 하는 방법의 가지 수를 구하면?



- ① 32 가지 ② 56 가지 ③ 72 가지
 ④ 96 가지 ⑤ 118 가지

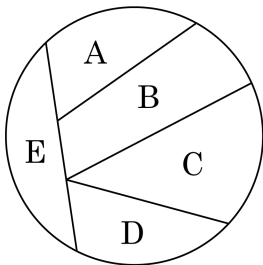
해설

위 지도를 다음 그림과 같이 생각하면,



충북에 색칠하는 방법의 수는 4 (가지)
 충남에 색칠하는 방법의 수는 3 (가지)
 전북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
 경기도에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
 경북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
 강원도에 색칠하는 방법의 수는 1 (가지)
 그러므로 $4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 96$
 $\therefore$ 96 가지

8. 그림의 A, B, C, D, E 5 개의 영역을 5 가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



① 160

② 270

③ 360

④ 420

⑤ 540

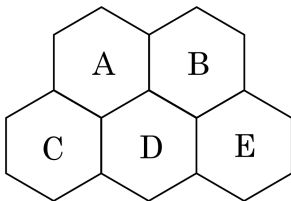
해설

주어진 그림에서 E 에 칠할 수 있는 색은 5 가지,
 A 에 칠할 수 있는 색은 E 에 칠한 색을 제외한
 4 가지, B 에 칠할 수 있는 색은 E, A 에
 칠한 색을 제외한 3 가지이다.

C 와 D 역시 E, A 에 칠한 색을 제외한 3 가지 색으로 칠할 수
 있으므로

$$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540 \text{ (가지)}$$

9. 다음 그림의 A, B, C, D, E 에 다섯 가지의 색을 칠하여 그 경계를 구분하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 여러 번 사용할 수 있다.)



① 530

② 540

③ 550

④ 560

⑤ 570

해설

주어진 그림에서 D 는 A, B, C, E 와 모두 접하므로 D 에 칠한 색은 다른 곳에 칠하면 안 된다.

따라서 $D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E$ 의 순서로 색을 칠한다고 하면 D 는 5 가지, C 는 4 가지, A 는 3 가지, B 는 3 가지, E 는 3 가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)

10. 다음은 서로 다른 n 개에서 서로 다른 r 개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

(i) n 개에서 특정한 1 개를 뺀 나머지에서 r 개를 꺼내어 배열한다.

(ii) n 개에서 특정한 1 개를 포함하여 r 개를 꺼내어 배열한다.

(i), (ii)는 배반이므로,

$$\therefore {}_nP_r = \boxed{(가)} + \boxed{(나)}$$

위의 과정에서 $\boxed{(가)}$, $\boxed{(나)}$ 에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_nP_{r-1}$

③ (가): ${}_nP_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(i) 에서 ${}_{n-1}P_r \leftarrow (가)$

(ii) 에서 특정한 1 개를 포함시켜 r 개를 꺼내려면

$n-1$ 개에서 $r-1$ 개를 꺼내어 배열한 다음

$({}_{n-1}P_{r-1})$, 특정한 1 개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.

따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r \leftarrow (나)$

11. 남자 4 명, 여자 3 명을 일렬로 세울 때, 여자 3 명이 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 720 가지

해설

여자 3 명을 한 묶음으로 본다.

$$5! \times 3! = 720$$

12. $POWER$ 의 5개의 문자를 일렬로 배열할 때, P 와 R 가 이웃하는 경우의 수는?

① 36

② 48

③ 56

④ 70

⑤ 84

해설

P 와 R 을 하나로 보면 4개를 일렬로 배열하는 방법과 같다.

$$\Rightarrow 4! = 24$$

여기에 P 와 R 가 자리를 바꾸는 방법을 곱한다.

$$\therefore 24 \times 2 = 48$$

13. 초등학생 2 명, 중학생 2 명, 고등학생 2 명을 일렬로 세울 때, 초등학생 2 명은 이웃하고, 중학생 2 명은 이웃하지 않도록 세우는 방법의 수는?

① 72

② 84

③ 96

④ 120

⑤ 144

해설

초등학생 2 명과 중학생 2 명을 각각 함께 묶어서 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$$4! \times 2! \times 2 = 96 \text{ (가지)}$$

초등학생 2 명만 함께 묶어서 5 명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$$5! \times 2 = 240 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 방법의 수는 $240 - 96 = 144$ (가지)

14. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 78 가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

15. 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

2000 = $2^4 \cdot 5^3$ 의 양의 약수는

$2^j \cdot 5^k (0 \leq j \leq 4, 0 \leq k \leq 3)$ 의 형태이다.

그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은

$2 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$

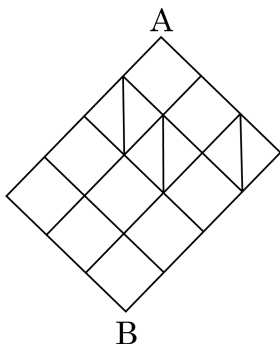
$2^2 \cdot 5^k (k = 1, 3)$

$2^3 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$

$2^4 \cdot 5^k (k = 1, 3)$ 의 형태이므로

구하는 개수는 $4 + 2 + 4 + 2 = 12$ (개)

16. 다음과 같은 통로가 있다. A에 공을 넣으면 통로를 지나 B로 나오게 되어 있다. A에 하나의 공을 넣을 때, 공이 지나가는 경로의 수는?



① 34

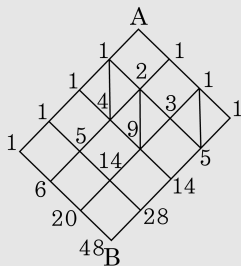
② 36

③ 41

④ 48

⑤ 52

해설



17. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 하자. $f(x) = (a-4)x+6$, $g(x) = (3-b)x+2$ 라 할 때 합성함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않는 경우의 수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$y = f(g(x)) = (a-4) \{ (3-b)x + 2 \} + 6$$

$$= (a-4)(3-b)x + (2a-2)$$

함수의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위해서는 $2a-2 \neq 0$ 이고 $(a-4)(3-b) = 0$ 이다.

$\therefore (a, b)$ 는 $(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (2, 3), (3, 3), (5, 3), (6, 3)$ 의 10 가지

18. 2010년 대선에 남자 4명, 여자 3명의 후보자가 나왔다. 후보자들의 합동 토론회가 끝난 후 기념 촬영을 할 때, 다음 두 조건을 만족하도록 일렬로 세우는 경우의 수를 구하여라.

(가) 특정한 남자 후보 2명을 양쪽 끝에 세운다.

(나) 남자 후보끼리 나란하지 않도록 세운다.



답:

가지



정답: 24가지

해설

양쪽 끝에 특정한 2명의 남자 후보를 세우는 방법의 수는 2가지이고, 나머지 남자 후보 2명과 여자 후보 3명을 남자 후보가 나란하지 않도록 세우는 방법은 $2! \times 3!$ 이므로 구하는 방법의 수는 $2 \times 2! \times 3! = 24$ (가지)

19. *climate* 의 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 세 모음이 알파벳 순서가 되도록 나열하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 840

해설

세 모음의 순서는 a, e, i 로 정해져 있다.

7 개의 문자를 나열한 후 a, e, i 를 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$$\therefore \frac{7!}{3!} = 840$$

20. 남학생 3명, 여학생 3명을 일렬로 세울 때, 여학생 3명 중 적어도 2명이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 144

② 240

③ 432

④ 576

⑤ 720

해설

6명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $6! = 720$

여학생 3명이 이웃하지 않게 서는 방법의 수는 남학생 3명을 세우고, 남학생 3명 사이 및 양끝 4개의 자리에 여학생 3명을 세우는 방법의 수와 같으므로 $3! \times 4! = 144$

따라서 구하는 방법의 수는 $720 - 144 = 576$

21. 토정비결에서는 다음 조건에 맞는 3개의 수 A, B, C로 각 사람의 그 해의 운세

A	B	C
---	---	---

를 결정한다.

- (1) A는 태어난 해에 해당하는 수를 3으로 나눈 나머지
(2) B는 태어난 달에 해당하는 수를 6으로 나눈 나머지
(3) C는 태어난 날에 해당하는 수를 8로 나눈 나머지

토정비결에 있는 서로 다른 운세

A	B	C
---	---	---

는 모두 몇 가지인가?
(단, 나머지가 0인 경우에는 나누는 수를 나머지로 한다)

① 64가지

② 144가지

③ 127가지

④ 216가지

⑤ 254가지

해설

A는 1, 2, 3 총 3가지, B는 1부터 6까지 총 6가지, C는 1부터 8까지 총 8가지

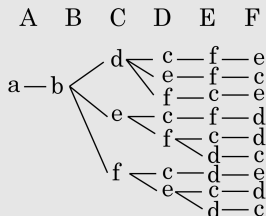
따라서 총 가지 수는 $3 \times 6 \times 8 = 144$ 가지

22. 수험생 6 명의 수험표를 섞어서 임의로 1장씩 나누어 줄 때 6 명 중 어느 2명이 자기 수험표를 받을 경우의 수를 구하면?

- ① 60가지 ② 85가지 ③ 120가지
 ④ 135가지 ⑤ 145가지

해설

A, B, C, D, E, F 의 6 명과 수험표를 a, b, c, d, e, f 라 하고 수형도를 그린다.



$\therefore (A, B)$ 두 명만이 자기 수험표를 받는 경우의 수가 9 가지이고,
 또 2 명이 자기 수험표를 받는 경우의 수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 가지
 이다.

$\therefore$ 모든 경우의 수는 $9 \times 15 = 135$ (가지)

23. 10원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 3개, 100원짜리 동전 1개의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

10원짜리로 지불할 수 있는 금액은

0원, 10원, 20원

50원짜리로 지불할 수 있는 금액은

0원, 50원, 100원, 150원

100원짜리로 지불할 수 있는 금액은

0원, 100원

(1) 지불할 수 있는 방법의 수 : $3 \times 4 \times 2 - 1 = 23$

(2) 지불할 수 있는 금액의 수 : 50원짜리 2개로 지불하는 금액과 100원짜리 1개로 지불하는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 1개를 50원짜리 동전 2개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 10원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 5개의 지불방법의 수와 같다.

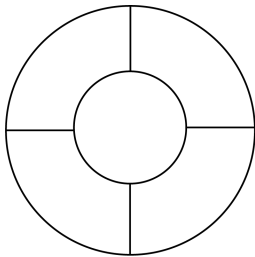
10원짜리 지불 방법 3가지

50원짜리 지불 방법 6가지

지불하지 않는 방법 1가지 $\therefore 3 \times 6 - 1 = 17$

$\therefore a - b = 23 - 17 = 6$

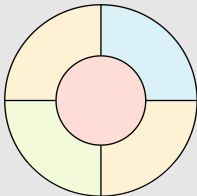
24. 다음의 원형 판에 서로 다른 4 가지의 색을 칠하려고 한다. 접한 부분은 서로 다른 색을 칠하고, 4 가지 색을 모두 사용한다고 할 때, 칠하는 방법의 수는? (단 회전해서 같은 모양이 나오면 같다고 생각한다.)



- ① 12 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 24

해설

접한 곳은 다른 색을 칠하고 4 가지 색을 모두 사용하기 위해서는 서로 마주 보는 부분 1 쌍은 항상 같은 색이어야 한다.

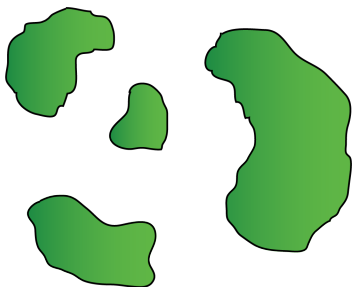


또한 서로 다른 색인 마주보는 1 쌍은 서로 자리를 바꾸어도 같은 경우가 되므로, 가운데 부분부터 선택할 수 있는 각 색의 수는

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 12$$

∴ 12 가지

25. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

4 개의 섬을 A, B, C, D라 하자.

(i) 한 섬에 다리를 1개 또는 2개를 건설하는 경우는

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$

$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$

$\vdots$

$D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

$B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$

$\vdots$

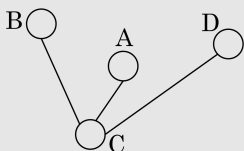
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 와 $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$,

$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$ 와 $B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$ 는 같은 방법
이므로

$$\frac{24}{2} = 12 \text{ (가지)}$$

(ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4 가지이다.



$$\therefore 12 + 4 = 16 \text{ (가지)}$$