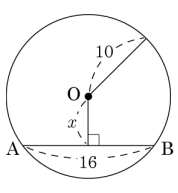
1. 다음과 같이 반지름이 10 인 원의 중심 O 에서 현 AB 에 수선을 내렸을 때, x 의 값은?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

반지름의 길이가 10 이므로 $\overline{OB} = 10$ 이다.
원의 중심 O 에서 내린 수선의 발을 P 라 하면,
원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{BP} = 8$ 이다.
$\triangle OBP$ 는 직각삼각형이므로 $x = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ 이다.

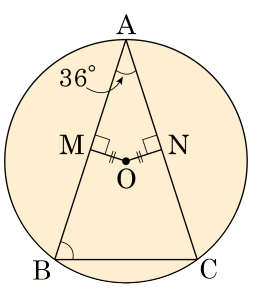
2. 다음 한 원과 직선에 대한 설명 중 잘못된 것은?

① 크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이와 호의 길이는 각각 같다.
② 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.
③ 길이가 같은 현은 원의 중심에서 같은 거리에 있다.
④ 중심으로부터 같은 거리에 있는 현의 길이는 같다.
⑤ 현의 이등분선은 그 원의 중심을 지난다.

해설

이등분선이 그 현의 수직이등분선일 때, 원의 중심을 지날 수 있다.

3. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle A = 36°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하면?



① $72°$ ② $73°$ ③ $74°$ ④ $75°$ ⑤ $76°$

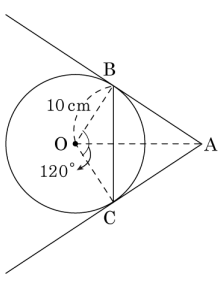
해설

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$

$\angle B = \dfrac{180° - 36°}{2} = 72°$

4. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ 는 원 O 의 접선이고 두 점 B, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle BOC = 120°$, $\overline{BO} = 10\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

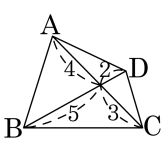


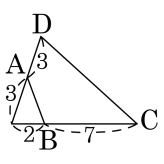
① $\overline{AB} = \overline{AC}$
② $\overline{AO} = 20\text{cm}$
③ $\overline{AB} = 13\text{cm}$
④ $\angle BAO = 30°$
⑤ $\triangle OAB \equiv \triangle OAC$

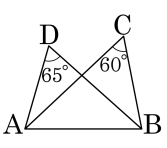
해설

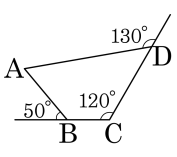
$\angle BAO = 30°$ 이므로
$1 : \sqrt{3} = 10 : \overline{AB}$ $\therefore \overline{AB} = 10\sqrt{3}\,\text{cm}$

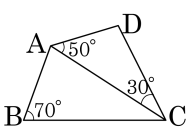
5. 다음 □ABCD 중에서 원에 내접하는 것을 모두 고르면?

① 

② 

③ 

④ 

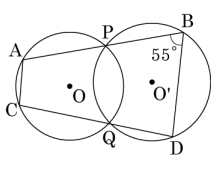
⑤ 

해설

② $3 \times 6 = 2 \times 9$

④ $50° = 180° - 130°$

6. 다음 그림에서 $\angle DBP = 55°$ 일 때 , $\angle CAP$ 의 크기는?

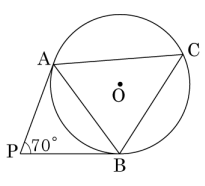


① 85° ② 95° ③ 105° ④ 115° ⑤ 125°

해설

$\angle PQC = \angle PBD = 55°$
$\angle CAP + \angle PQC = 180°$
$\therefore \angle CAP = 180° - 55° = 125°$

7. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 70°$ 일 때, $\angle BCA$ 의 크기는?

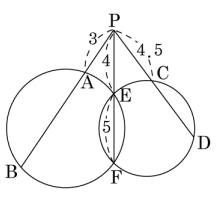


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\triangle PAB$는 이등변삼각형이므로
$\angle PBA = (180° - 70°) \div 2 = 55°$
$\therefore \angle BCA = 55°$

8. 다음의 그림에서 $\overline{EF}$ 는 공통현이고, $\overline{PA} = 3$, $\overline{PC} = 4.5$ $\overline{PE} = 4$, $\overline{EF} = 5$ 일 때, $\overline{AB}+\overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



① 7.5 ② 9.5 ③ 11.5 ④ 12.5 ⑤ 13.5

해설

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$, $3\times\overline{PB} = 4\times(4+5)$

$$\therefore\ \overline{PB} = \frac{36}{3} = 12$$

$\therefore\ \overline{AB} = 12-3 = 9$

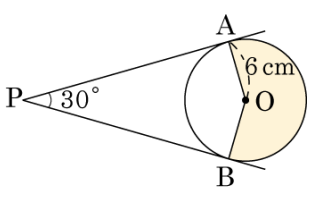
또, $\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$ 에서 $\frac{9}{2}\times\overline{PD} = 4\times(4+5)$

$$\therefore\ \overline{PD} = 8$$

$\therefore\ \overline{CD} = 8-4.5 = 3.5$

$$\therefore\ \overline{AB}+\overline{CD} = 9+3.5 = 12.5$$

9. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하면?

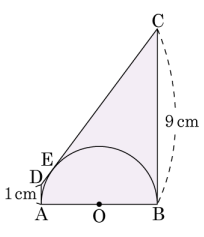


① $\frac{27}{8}\pi\text{cm}^2$ ② $\frac{9}{4}\pi\text{cm}^2$ ③ $\frac{21}{8}\pi\text{cm}^2$
④ $\frac{27}{4}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $21\pi\text{cm}^2$

해설

작은 부채꼴에서 $\angle\text{AOB} = 150°$ 이므로
색칠한 부채꼴의 중심각 $\angle\text{AOB} = 210°$
$\therefore\ \pi \times 6^2 \times \frac{210°}{360°} = 21\pi(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 에서 세 접선 AD, BC, CD 가 있을 때, $\overline{AD} = 1\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\,\text{cm}$ 이다. 원 O 의 지름의 길이는?

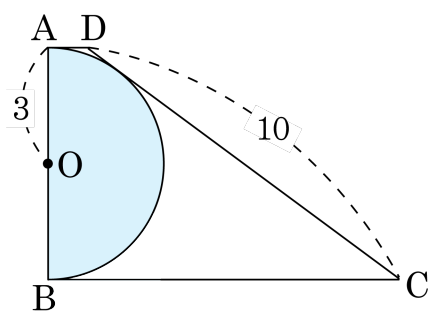


① 3*cm* ② 4*cm* ③ 5*cm* ④ 6*cm* ⑤ 7*cm*

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 와 평행한 선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만난 점을 H 라 하면
$\overline{CH} = 8(\text{cm})$, $\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{DE} = \overline{CB} + \overline{AD} = 9 + 1 = 10(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$

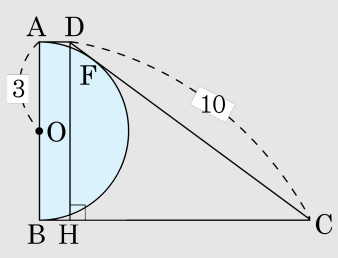
11. 다음 그림에서 $\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{CD}$ 는 반지름의 길이가 6 인 반원 O 에 접하고 $\overline{AB}$ 는 반원 O 의 지름이다. $\overline{CD} = 10$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 9

해설



점 D 에서 내린 수선의 발을 점 H 라 하고, 반원과 접선 $\overline{CD}$ 의 교점을 점 F 라 한다.

$\triangle DHC$ 에서 $\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$, $\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = \overline{AD} = \overline{DF} = x$ 이다.

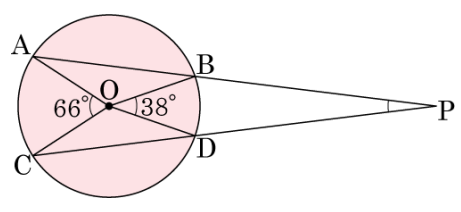
또한, $\overline{CF} = \overline{BC}$ 이므로

$\overline{CD} = \overline{DF} + \overline{CF} \Rightarrow 10 = x + (8 + x)$

$\therefore x = 1$

따라서 $\overline{BC} = 1 + 8 = 9$

12. 다음 그림에서 점 P 는 O 의 두 현 AB, CD 의 연장선이 만나는 점이다. ∠BPD 의 크기를 구하여라.



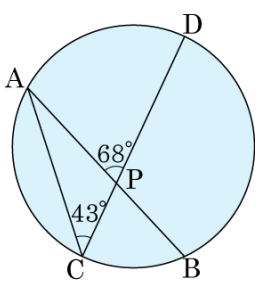
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 14 °

해설

점 B 와 C 를 이으면
∠BCD 는 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 의 원주각이므로 19°
∠ABC 는 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ 의 원주각이므로 33°
△BCP 에서 ∠BPD = 33° − 19° = 14°

13. 다음 원의 두 현 AB, CD 의 교점은 P 이고, 호 BC 의 길이가 4π 일 때, 이 원의 원주를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 28.8π

해설

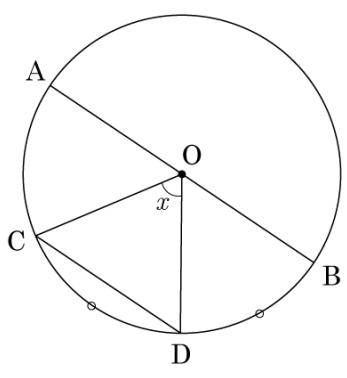
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}}$의 원주각 $\angle\text{CAB} = 68° - 43° = 25°$

$(5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}}$의 중심각$) = 25° \times 2 = 50°$

$50° : 360° = 4\pi : (\text{원주})$

$\therefore\ (\text{원주}) = \dfrac{360° \times 4\pi}{50°} = 28.8\pi$

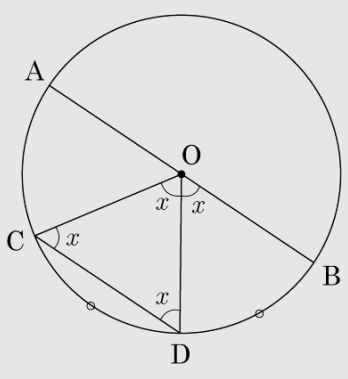
14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하고 $\overline{AB} = 14\,\text{cm}$ 인 원 O 에 대하여 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 10cm

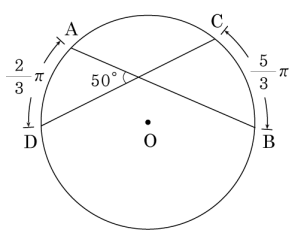
해설

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{DB}$,
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로
$\angle COD = \angle DOB = x$,
$\angle CDO = \angle DOB = x$ (엇각)



따라서 $\triangle COD$ 는 세각의 크기가 모두 같으므로 정삼각형이다.
$\therefore\ \overline{CD} = 7\,\text{cm}$

15. 다음 그림과 같이 원 O 의 두 현 AB, CD 가 이루는 예각의 크기가 $50°$ 이다. 호 AD $= \frac{2}{3}\pi$, 호 BC $= \frac{5}{3}\pi$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.

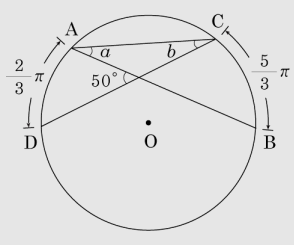


▶ 답:

▷ 정답: $\frac{21}{5}$

해설

보조선 AC 를 긋고 다음 그림과 같이 $\angle a$, $\angle b$ 라 하면



삼각형의 외각의 성질에 의해 $a + b = 50°$

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AD}} + 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}}$ 의 중심각의 크기는 $2(a + b) = 100°$

원 O 의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 l 이라 하면

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AD}} + 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} : 100° = l : 360°$

$\frac{2}{3}\pi + \frac{5}{3}\pi : 100° = l : 360°$

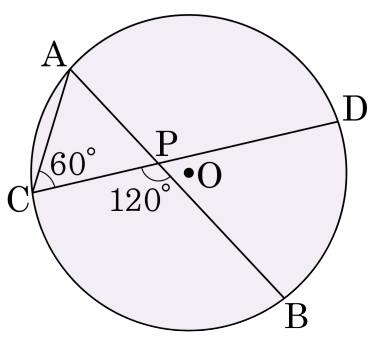
$\frac{7}{3}\pi : 100° = l : 360°$

$l = \frac{42}{5}\pi$

즉, $2\pi r = \frac{42}{5}\pi$

$\therefore r = \frac{21}{5}$

16. 다음 그림의 원 O 에서 5.0pt$\overset{\frown}{CB}$ 는 원의 둘레의 길이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$ 배

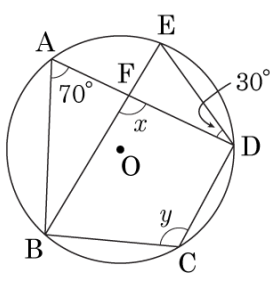
해설

$\angle CAB = 120° - 60° = 60°$

$\angle COB = 2\angle CAB = 120°$

5.0pt$\overset{\frown}{CB}$ 는 원둘레의 $\frac{120°}{360°} = \frac{1}{3}$ (배)

17. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

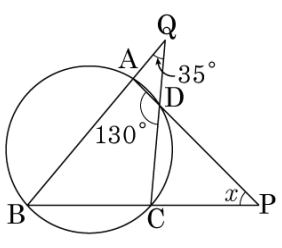


① 200° ② 210° ③ 220°
④ 230° ⑤ 240°

해설

5.0pt$\overset{\frown}{AE}$ 에 대하여 $\angle ADE = \angle ABE$ 이므로 $\angle ABE = 30°$
한편, $\triangle ABF$ 에서 $\angle x = \angle ABF + \angle BAF = 30° + 70° = 100°$
또한, $\square ABCD$ 에서 대각의 합은 $180°$ 이므로
$\angle y = 180° - 70° = 110°$
$\therefore \angle x + \angle y = 100° + 110° = 210°$

18. 다음 그림에서 □ABCD 는 원에 내접하고 $\angle BQD = 35°$, $\angle ADC = 130°$ 일 때, x 의 값을 구하면?



① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$

④ $35°$ ⑤ $45°$

해설

$\angle QBP = 50°$ ($\because \angle ADC$ 의 대각) 이고

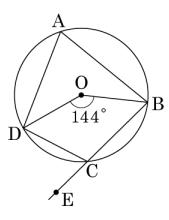
$\angle DCP = \angle BQC + \angle QBC = 35° + 50° = 85°$

$\triangle DCP$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$130° = 85° + x°$

$\therefore x° = 45°$

19. 다음을 보고 $\angle DCE$ 의 크기를 구하면?



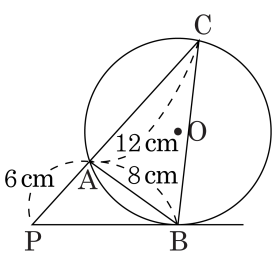
① 72° ② 71° ③ 70° ④ 68° ⑤ 66°

해설

$\angle BAD = \frac{1}{2} \times 144° = 72°$

$\angle BAD = \angle DCE = 72°$

20. 다음 그림에서 직선 PB 는 원 O 의 접선이고 $\overline{PA} = 6\text{cm}, \overline{AC} = 12\text{cm}, \overline{AB} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $5\sqrt{3}\text{cm}$ ② $6\sqrt{3}\text{cm}$

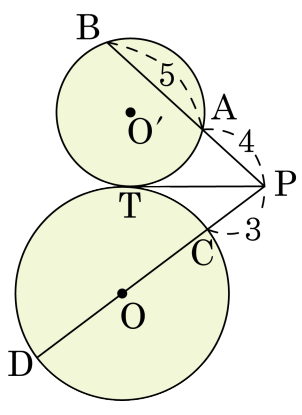
③ $7\sqrt{3}\text{cm}$ ④ $8\sqrt{3}\text{cm}$

⑤ $9\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\overline{PB}^2 = 6 \times 18 = 108, \overline{PB} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$
$\triangle BPA \backsim \triangle CPB$
$\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{AB} : \overline{BC}$
$6 : 6\sqrt{3} = 8 : \overline{BC}$
$6\overline{BC} = 48\sqrt{3}$
$\therefore \overline{BC} = 8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 점 T 에서 외접하는 두 원 O, O′ 에 대하여 $\overline{PA} = 4$, $\overline{AB} = 5$, $\overline{PC} = 3$ 일 때, 원 O 의 둘레의 길이는?



① 5π ② 7π ③ 9π ④ 11π ⑤ 13π

해설

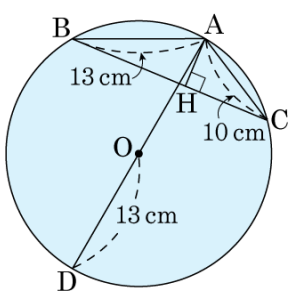
$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$

$4 \times 9 = 3 \times \overline{PD}$

$\therefore \overline{PD} = 12$, $\overline{CD} = 9$

따라서 원의 둘레의 길이는 9π 이다.

22. 다음 그림에서 반지름의 길이가 13cm 인 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $\overline{AD}$ 가 원 O 의 지름이고 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b$ 에서 $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.



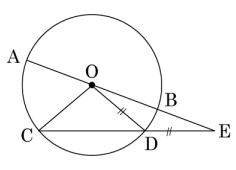
▶ 답:

▷ 정답: 69

해설

점 B 와 D 를 연결하면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle AHC$ 에서 $13 : 26 = \overline{AH} : 10$, $\overline{AH} = 5\,\text{cm}$ 이다.
$\triangle ABH$ 가 직각삼각형이므로
$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\,\text{cm}$ 이고,
$\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b = 12 : 5\sqrt{3}$, $a = 12$, $b = 5\sqrt{3}$ 이고,
$a^2 - b^2 = 144 - 75 = 69$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 $\overline{AB}$ 와 현 CD 의 연장선의 교점을 E 라 하고 $\overline{DO} = \overline{DE}$, $\angle E = 30°$ 라고 할 때, (5.0pt$\overset{\frown}{AC}$의 길이) : (5.0pt$\overset{\frown}{BD}$의 길이) 는?



① 2 : 1 ② 2 : 3 ③ 3 : 1 ④ 4 : 3 ⑤ 5 : 3

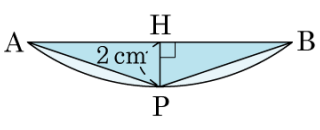
해설

$\angle BOD = 30°$ ($\because \overline{DE} = \overline{DO}$)
$\angle ODC = 60°$ (삼각형의 외각의 성질)
$\angle OCD = 60°$ ($\because \overline{OD} = \overline{OC}$ = 반지름)

$$\therefore \angle AOC = \angle OCE + \angle BED = 60° + 30° = 90°$$

5.0pt$\overset{\frown}{AC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ = $\angle AOC : \angle BOD = 90° : 30° = 3 : 1$

24. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 반지름의 길이가 8cm 인 원의 일부분이다. $\overline{AH} = \overline{BH}$, $\overline{AB} \perp \overline{HP}$ 이고 $\overline{HP} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle APB$ 의 둘레는?



① $7\sqrt{2}\text{cm}$

② $(16\sqrt{7} + 3\sqrt{2})\text{cm}$

③ $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{7})\text{cm}$

④ $(4\sqrt{7} + 8\sqrt{2})\text{cm}$

⑤ $(2\sqrt{7} + 4\sqrt{2})\text{cm}$

해설

원의 중심 O 를 그림에 나타내어 보면
직각삼각형 $\triangle OAH$ 에서

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{OA^2} - \overline{OH^2}}$$
$$= \sqrt{(8)^2 - (6)^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$$

이때, $\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{7}\,\text{cm}$ 이므로
$\overline{AB} = 4\sqrt{7}\,\text{cm}$ 이고,

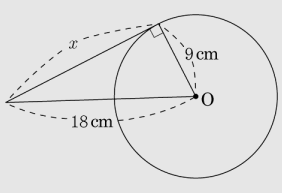
$$\overline{AP} = \sqrt{(\overline{AH^2}) + (\overline{HP^2})}$$
$$= \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2)^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

따라서, $\triangle APB$ 의 둘레는 $(8\sqrt{2} + 4\sqrt{7})(\text{cm})$ 이다.

25. 반지름의 길이가 9cm 인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

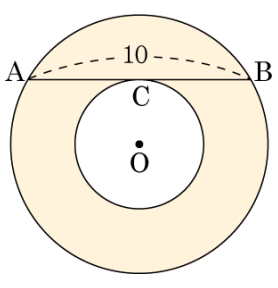
① $9\sqrt{3}$cm ② $10\sqrt{3}$cm ③ $11\sqrt{3}$cm
④ $12\sqrt{3}$cm ⑤ $13\sqrt{3}$cm

해설



$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2\,(4-1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

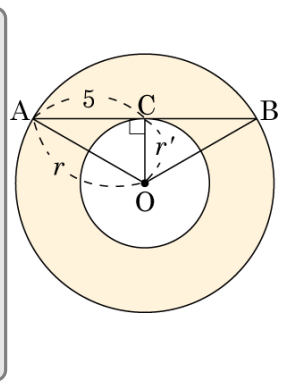
26. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



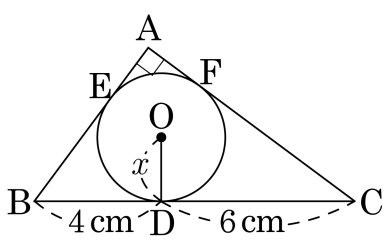
① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설

큰 원의 반지름의 길이를 r, 작은 원의 반지름의 길이를 r'이라고 하자.
$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로
$\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$
직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$
(색칠한 부분의 넓이)$= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$



27. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 직각삼각형 ABC 와 내접원 O 의 접점일 때, 원 O 의 넓이는?



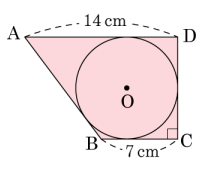
① πcm^2 ② $2\pi\text{cm}^2$ ③ $3\pi\text{cm}^2$

④ $4\pi\text{cm}^2$ ⑤ $5\pi cm^2$

해설

$\overline{\text{BD}} = 4\text{cm}$, $\overline{\text{CD}} = 6\text{cm}$ 이므로
$\overline{\text{AB}} = (4+x)\text{cm}$, $\overline{\text{AC}} = (6+x)\text{cm}$ 이다.
$(4+x)^2 + (6+x)^2 = 10^2$
$2x^2 + 20x + 52 = 100$
$x^2 + 10x - 24 = 0$
$(x-2)(x+12) = 0$
따라서 $x = 2$ $(x > 0)$ 이므로
원 O 의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi$ (cm^2)

28. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{28}{3}\pi$ cm

해설

반지름을 $r$cm라 하면

$(14-r+7-r)^2 = 7^2 + (2r)^2$

$(21-2r)^2 = 49 + 4r^2$

$441 - 84r + 4r^2 = 49 + 4r^2 84r = 392$

$\therefore r = \frac{392}{84} = \frac{14}{3}(\text{cm})$

(원의 둘레) $= 2\pi \times \frac{14}{3} = \frac{28}{3}\pi(\text{cm})$

29. 원의 중심 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 P , $\overline{OP}$ 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 D 라 하자. $\angle ODC = 62°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : $\quad$ °

▷ 정답 : 56°

해설

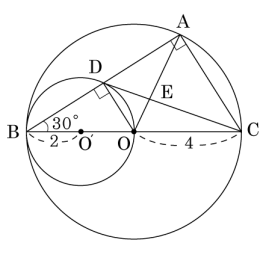
$\overline{OD} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OCD = \angle ODC = 62°$

$\therefore \angle DOC = 180° - 62° \times 2 = 56°$

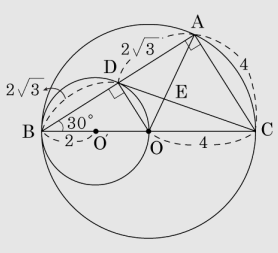
$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2} \times 2\angle DOC = \angle DOC = 56°$

30. 다음 그림의 원 O 의 지름은 8 , 원 O′ 의 지름은 4 , $\angle ABC = 30°$ 이다. 이때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① $\frac{\sqrt{7}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ③ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

해설

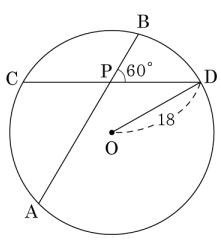


$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$

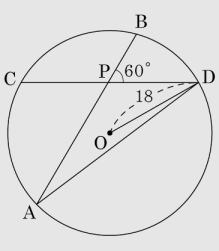
31. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 18 인 원 O 에서 두 현 AB, CD 가 점 P 에서 만나고 $\angle BPD = 60°$ 일 때, 호 AC 와 BD 의 길이의 합은? (단, 호 AC, BD 는 길이가 짧은 쪽을 가리킨다.)



① 6π ② 8π ③ 9π ④ 12π ⑤ 15π

해설

점A 와 D 를 연결하는 보조선을 그으면



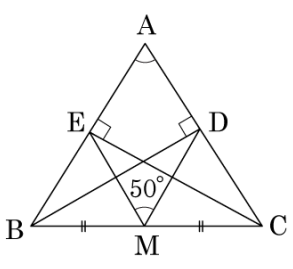
$\angle BAD = x$, $\angle CDA = y$ 라 하면

$x + y = 60°$, 즉 $5.0pt\overset{\frown}{AC} + 5.0pt\overset{\frown}{BD}$ 의 중심각은 $120°$

원의 둘레$= 2\pi \times 18 = 36\pi$

$\therefore (5.0pt\overset{\frown}{AC} + 5.0pt\overset{\frown}{BD}$의 길이$) = 36\pi \times \dfrac{120}{360} = 12\pi$

32. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}, \overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?

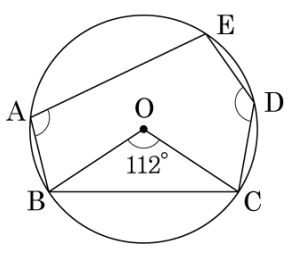


① $25°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $65°$

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50°$ 이므로 $\angle EBD = 25°$ 이다.
따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90° - 25° = 65°$ 이다.

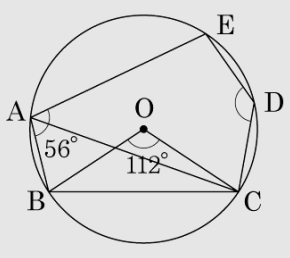
33. 다음 그림에서 오각형 ABCDE 는 원 O 에 내접하고 $\angle BOC = 112°$ 일 때, $\angle A + \angle D$ 의 크기는?



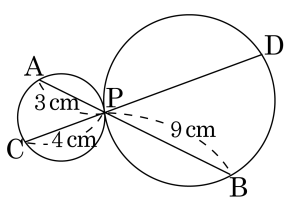
① $252°$ ② $236°$ ③ $212°$ ④ $186°$ ⑤ $164°$

해설

점 A 와 점 C 에 보조선을 그으면
$\angle D + \angle EAC = 180°$, $\angle BAC = \frac{1}{2} \times \angle BOC = 112° = 56°$
$\therefore \angle A + \angle D = 180° + 56° = 236°$



34. 다음 그림과 같이 점 P 에서 두 원이 접하고, $\overline{AP} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BP} = 9\,\text{cm}$, $\overline{CP} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이를 구하여라.

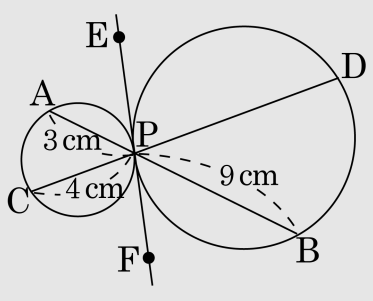


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

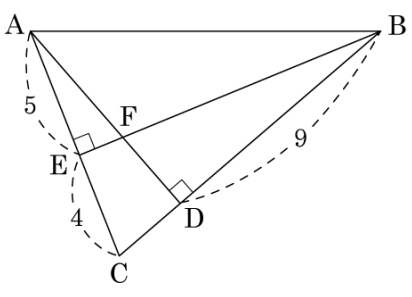
두 원의 공통접선 $\overline{EF}$ 를 그으면
$\angle APE = \angle ACP, \angle FPB = \angle BDP$ 이다.



$\therefore \angle ACP = \angle BDP$
또한, $\angle APC = \angle BPD$ ($\because$ 맞꼭지각) 이다.
$\therefore \triangle APC \equiv \triangle BPD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{PC} : \overline{PD}$ 에서

$$\overline{DP} = \frac{\overline{PB} \times \overline{PC}}{\overline{PA}} = \frac{9 \times 4}{3} = 12\,(\text{cm})$$

35. 다음 그림에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{CD} = 3$ 이다.

② □AEDB 는 원 안에 내접한다.

③ $\angle CAD \neq \angle CBE$

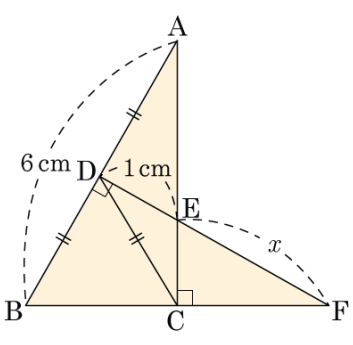
④ $\overline{AB}$ 는 원의 지름이다.

⑤ $\overline{CE} \times \overline{CA} = \overline{CD} \times \overline{CB}$

해설

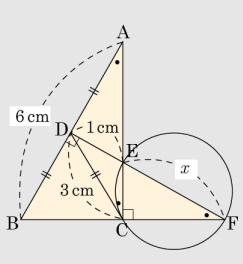
$\angle CAD = \angle CBE$

36. 다음 그림에서 $\angle ACF = \angle FDB = 90^\circ$ 이고 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{DC}$ 이다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{DE} = 1\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하면?



① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설



$\triangle BAC \sim \triangle BFD$ ($\because$ AA닮음)

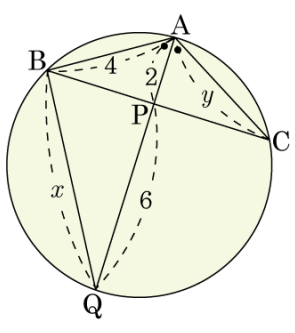
$\therefore \angle A = \angle F$, $\angle A = \angle DCA$

$\therefore \angle F = \angle DCA$ 따라서, $\triangle CEF$ 의 외접원에 대해 $\overline{DC}$ 는 접선

$$\Rightarrow \overline{DC^2} = \overline{DE} \cdot \overline{DF}$$

$3^2 = 1(1+x)$ 따라서 $x = 8$ 이다.

37. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값은?



① $5+2\sqrt{10}$ ② $3+8\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{3}+4$

④ $6+3\sqrt{6}$ ⑤ $7+2\sqrt{2}$

해설

$x^2 = 8\times 6$

$x = 4\sqrt{3}$

$4y = 2\times 8$

$y = 4$

$\therefore x = 4\sqrt{3}$, $y = 4$

38. 원 O 의 외부의 한 점 P 에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B 라 할 때, 선분 BT 는 원의 지름이고 $\overline{PA} = 2$, $\overline{PT} = 6$ 일 때, 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.

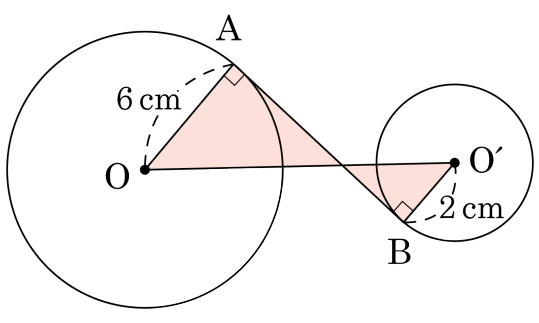
▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}\pi$

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}, 36 = 2 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 18$
피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은
$\overline{BT} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$
따라서 원 O 의 둘레의 길이는 $12\sqrt{2}\pi$ 이다.

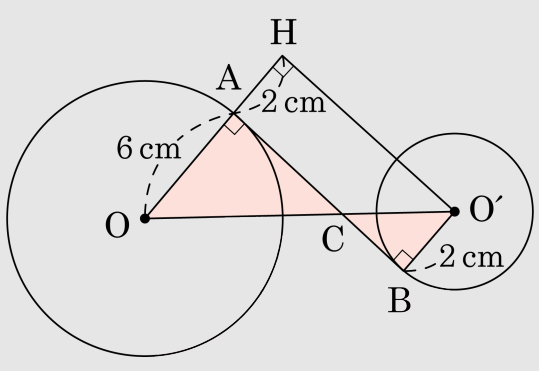
39. 다음 그림과 같이 두 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 6cm, 2cm 이고 색칠한 부분의 넓이가 15cm^2 일 때, $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10 cm

해설



다음 그림과 같이 점 O′ 에서 $\overline{OA}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = \overline{BO'} = 2\text{cm}$

$\overline{OO'} = x$ 라 놓으면 삼각형 OHO′ 에서

$\overline{O'H} = \overline{AB} = \sqrt{x^2 - 8^2} = \sqrt{x^2 - 64}(\text{cm})$

이때 $\overline{OO'}$ 와 $\overline{AB}$ 의 교점을 C 라 하면

$\triangle OAC \backsim \triangle OHO'$ (AA닮음) 이므로

$6 : 8 = \overline{AC} : \sqrt{x^2 - 64}$

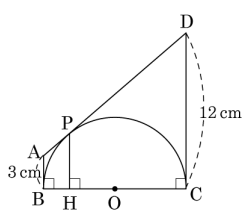
$\therefore \overline{AC} = \frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 64},\ \overline{BC} = \frac{1}{4}\sqrt{x^2 - 64}$

색칠한 부분의 넓이는 $\triangle OAC + \triangle O'BC$ 이므로

$15 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 64} \times 6 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\sqrt{x^2 - 64} \times 2$ 이다.

$\therefore x = 10$

40. 그림과 같이 반원 O 에 세 접선을 그어 그 교점과 접점을 각각 A, B, C, D, P 라고 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{CD} = 12\text{cm}$ 이고, 점 P 에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$ cm

해설

다음 그림과 같이 점 A 와 점 C 를 연결하는 보조선을 긋고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{PH}$ 의 교점을 Q 라고 하자.

$\overline{AB} = \overline{AP}$, $\overline{DC} = \overline{DP}$

$\overline{AB} // \overline{PH} // \overline{DC}$ 이므로

$\triangle APQ \backsim \triangle ADC$, $\triangle ABC \backsim \triangle QHC$ 이다.

$\triangle APQ \backsim \triangle ADC$ 에서

$\overline{AP} : \overline{AD} = \overline{PQ} : \overline{DC}$, $3 : 15 = \overline{PQ} : 12$

$\therefore \overline{PQ} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

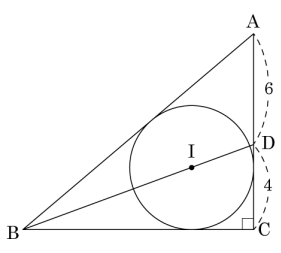
또, $\triangle QHC \backsim \triangle ABC$ 에서 $\overline{CQ} : \overline{CA} = \overline{QH} : \overline{AB}$ 이고, $\overline{CQ} : \overline{CA} = \overline{DP} : \overline{DA}$ 이므로

$12 : 15 = \overline{QH} : 3$

$\therefore \overline{QH} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

따라서 $\overline{PH} = \overline{PQ} + \overline{QH} = \frac{24}{5}(\text{cm})$ 이다.

41. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I 라 하고, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = 6, \overline{CD} = 4$ 이다. 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $5 - \sqrt{5}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle ABC$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2$

$\overline{AB} = 3a, \overline{BC} = 2a$ 로 놓으면

$9a^2 = 4a^2 + 100$

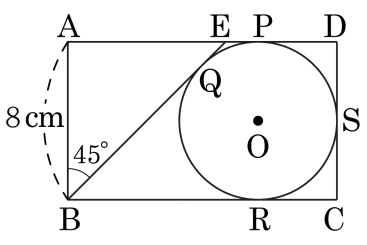
$5a^2 = 100$

$a = 2\sqrt{5} (\because a > 0)$

$\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 10\sqrt{5})$

$\therefore r = 5 - \sqrt{5}$

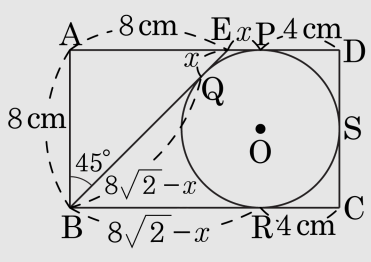
42. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하는 원 O 에 대하여 $\angle ABE = 45°$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

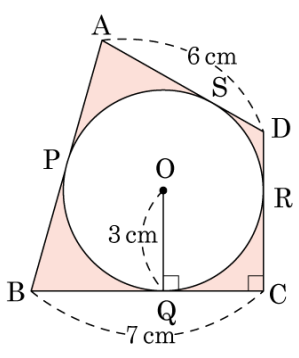
▷ 정답 : $32 + 8\sqrt{2}$ cm

해설



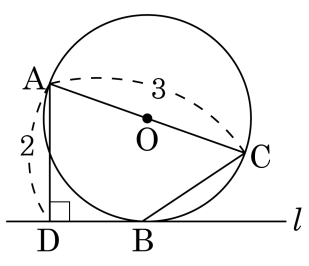
그림과 같이 $\overline{EP} = x$ 라고 하면 $\overline{EQ} = \overline{EP} = x$ 이고, 직각이등변삼각형 ABE 에서 $\angle ABE = 45°$ 이므로 $\overline{BE} = 8\sqrt{2}$,
$\overline{BQ} = \overline{BR} = 8\sqrt{2} - x$
$\overline{AD} = x + 12$,
$\overline{BC} = 8\sqrt{2} + 4 - x$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서
$x + 12 = 8\sqrt{2} + 4 - x$ $\therefore\ x = (4\sqrt{2} - 4)$
$\therefore\ \overline{AD} = 12 + 4\sqrt{2} - 4 = 8 + 4\sqrt{2}$
따라서 직사각형의 둘레의 길이는
$(8 + 8 + 4\sqrt{2}) \times 2 = (32 + 8\sqrt{2})\text{cm}$ 이다.

43. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원에 외접하는 사각형 ABCD 에 대하여 P, Q, R, S 는 접점이고, $\overline{AD} = 6$cm, $\overline{BC} = 7$cm, $\angle BCD = 90°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad

44. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원 O 는 직선 l 과 점 B 에서 접한다. 점 A 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 D 라 하고 $\overline{AD} = 2$, $\overline{AC} = 3$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

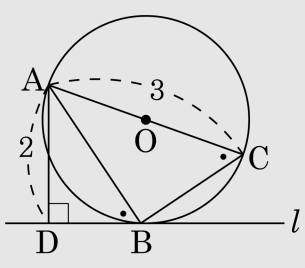


▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

보조선 AB 를 그으면



$\angle ABC = 90°$

또, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$\angle ABD = \angle ACB$

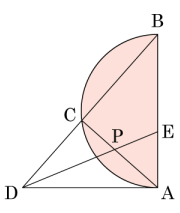
이므로 $\triangle ACB \backsim \triangle ABD$ (AA 닮음)

$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{AD}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AC} \times \overline{AD} = 3 \times 2 = 6$ $\quad \therefore \overline{AB} = \sqrt{6}$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{3}$

45. 다음 그림에서 선분 AB 는 지름이 아닌 현이고 $\overline{DA}$ 는 접선이다. $\angle ADE = \angle BDE$ 이고 $\angle APE = 48°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



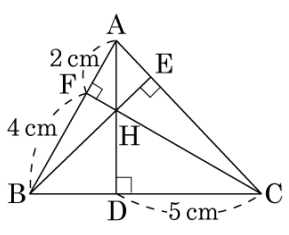
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 84 °

해설

접선과 현이 이루는 각은 그 각의 내부에 있는 호의 원주각의 크기와 같으므로
$\angle ABC = \angle CAD$
$\triangle DAP$ 에서 $\angle ADE + \angle CAD = 48°$ 이므로
$\triangle DEB$ 에서 $\angle BDE + \angle ABC = \angle AEP = 48°$
$\triangle AEP$ 에서 $\angle BAC = 180° - (48° + 48°) = 84°$

46. 다음 그림에서 점 H는 $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점에서 대변에 그은 세 수선의 교점이다. $\overline{AF} = 2\,\text{cm}$, $\overline{BF} = 4\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



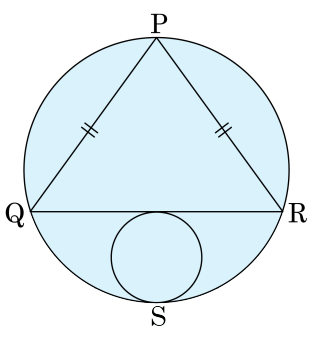
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\angle AFC = \angle ADC = 90°$ 이므로
$\square AFDC$ 는 원에 내접한다.
$\overline{BD} \times \overline{BC} = \overline{BF} \times \overline{BA}$ 이므로
$\overline{BD} = x$ 라 하면 $x(x+5) = 4(4+2)$
$x^2 + 5x - 24 = 0$, $(x+8)(x-3) = 0$
$\therefore\ x = 3\ (\text{cm})\ (\because\ x > 0)$

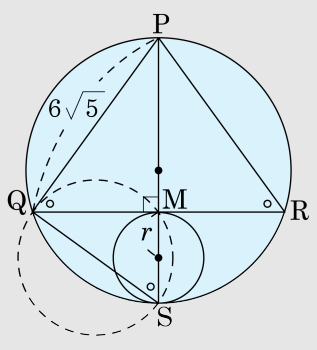
47. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12인 원 안에 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 인 이등변삼각형 PQR이 내접하고 작은 원은 이등변삼각형의 밑변 QR의 중점과 큰 원에 접하고 있다. $\overline{PQ} = 6\sqrt{5}$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는?



① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{33}{4}$
④ $\frac{35}{4}$ ⑤ $\frac{39}{4}$

해설

$\angle PQM = \angle PRM = \angle PSQ$ 이므로
$\overline{PQ}$ 는 $\triangle QSM$ 의 외접원의 접선이 된다.
작은 원의 반지름의 길이를 r 이라고 하면
$(6\sqrt{5})^2 = 24(24 - 2r)$
$\therefore\ r = \frac{33}{4}$



48. 한 변의 길이가 r 인 정사각형 ABCD 의 외접원에서 호 AB 위에 임의의 한 점 P 를 잡을 때, $\frac{\overline{PB}+\overline{PD}}{\overline{PC}}$ 의 값을 r 을 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

대각선 BD 의 길이는 $\sqrt{2}r$

사각형 BCDP 도 정사각형의 외접원에 외접하므로

$\overline{PB}\cdot\overline{CD}+\overline{PD}\cdot\overline{BC}=\overline{PC}\cdot\overline{BD}$

$r\overline{PB}+r\overline{PD}=\sqrt{2}r\overline{PC},\ \overline{PB}+\overline{PD}=\sqrt{2}\,\overline{PC}$

$\therefore \frac{\overline{PB}+\overline{PD}}{\overline{PC}}=\sqrt{2}$

49. 원 O 의 외부에 있는 한 점 P 를 지나면서 원 O 와 접하는 접선과 원 O 의 교점을 T 라 하고, 직선 OP 를 지나는 직선이 원 O 와 만나는 직선을 P 에서 가까운 쪽부터 각각 A, B 라 할 때, $\overline{PT} = 3$, $\angle ABT = 30°$ 이다. 이때, 원 O 의 넓이를 구하여라.

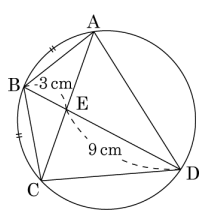
▶ 답:

▷ 정답: 3π

해설

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OT}$ 이므로 삼각형 OBT 는 이등변삼각형이므로, 삼각형 OPT 는 $\angle POT = 60°$ 인 직각삼각형이다.
$\overline{PT} : \overline{OT} = \sqrt{3} : 1$, $3 : \overline{OT} = \sqrt{3} : 1$
$\therefore \overline{OT} = \sqrt{3}$
따라서 원 O 의 넓이는 3π

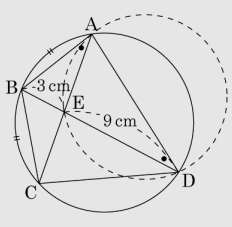
50. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AB}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}}$ 이고, $\overline{\text{BE}} = 3\text{cm}$, $\overline{\text{DE}} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{\text{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설



$\overline{\text{AB}}$ 는 세 점 A, E, D 를 지나는 원의 접선이므로

$\overline{\text{AB}}^2 = \overline{\text{BE}} \times \overline{\text{BD}} = 3 \times (3+9) = 36$

$\therefore \overline{\text{AB}} = 6(\text{cm})$