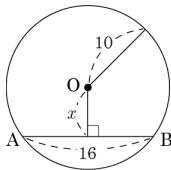


1. 다음과 같이 반지름이 10 인 원의 중심 O 에서 현 AB 에 수선을 내렸을 때, x 의 값은?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

반지름의 길이가 10 이므로 $\overline{OB} = 10$ 이다.

원의 중심 O 에서 내린 수선의 발을 P 라 하면,

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{BP} = 8$ 이다.

$\triangle OBP$ 는 직각삼각형이므로 $x = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ 이다.

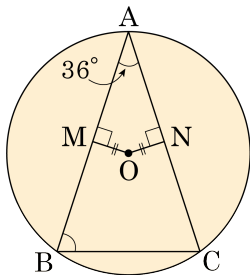
2. 다음 한 원과 직선에 대한 설명 중 잘못된 것은?

- ① 크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이와 호의 길이는 각각 같다.
- ② 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.
- ③ 길이가 같은 현은 원의 중심에서 같은 거리에 있다.
- ④ 중심으로부터 같은 거리에 있는 현의 길이는 같다.
- ⑤ 현의 이등분선은 그 원의 중심을 지난다.

해설

이등분선이 그 현의 수직이등분선일 때, 원의 중심을 지날 수 있다.

3. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle A = 36^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하면?



- ① 72° ② 73° ③ 74° ④ 75° ⑤ 76°

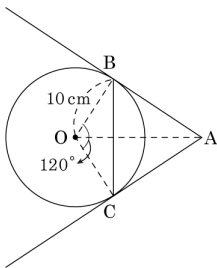
해설

$$\overline{OM} = \overline{ON} \text{ 이므로 } \overline{AB} = \overline{AC}$$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$

$$\angle B = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ$$

4. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ 는 원 O 의 접선이고 두 점 B, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle BOC = 120^\circ$, $\overline{BO} = 10\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$

② $\overline{AO} = 20\text{cm}$

③ $\overline{AB} = 13\text{cm}$

④ $\angle BAO = 30^\circ$

⑤ $\triangle OAB \equiv \triangle OAC$

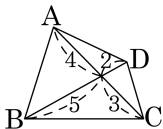
해설

$\angle BAO = 30^\circ$ 이므로

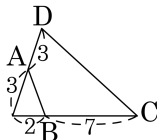
$$1 : \sqrt{3} = 10 : \overline{AB} \quad \therefore \overline{AB} = 10\sqrt{3}\text{cm}$$

5. 다음 □ABCD 중에서 원에 내접하는 것을 모두 고르면?

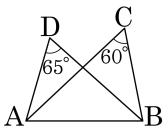
①



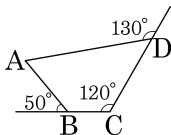
②



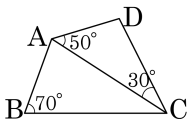
③



④



⑤

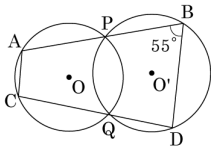


해설

② $3 \times 6 = 2 \times 9$

④ $50^\circ = 180^\circ - 130^\circ$

6. 다음 그림에서 $\angle DBP = 55^\circ$ 일 때, $\angle CAP$ 의 크기는?



① 85°

② 95°

③ 105°

④ 115°

⑤ 125°

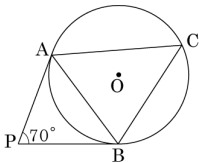
해설

$$\angle PQC = \angle PBD = 55^\circ$$

$$\angle CAP + \angle PQC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CAP = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 70^\circ$ 일 때, $\angle BCA$ 의 크기는?



① 40°

② 45°

③ 50°

④ 55°

⑤ 60°

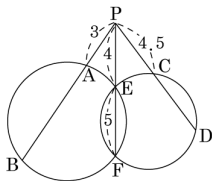
해설

$\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle PBA = (180^\circ - 70^\circ) \div 2 = 55^\circ$$

$$\therefore \angle BCA = 55^\circ$$

8. 다음의 그림에서 $\overline{EF}$ 는 공통현이고, $\overline{PA} = 3$, $\overline{PC} = 4.5$ $\overline{PE} = 4$, $\overline{EF} = 5$ 일 때, $\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



① 7.5

② 9.5

③ 11.5

④ 12.5

⑤ 13.5

해설

$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}, \quad 3 \times \overline{PB} = 4 \times (4 + 5)$$

$$\therefore \overline{PB} = \frac{36}{3} = 12$$

$$\therefore \overline{AB} = 12 - 3 = 9$$

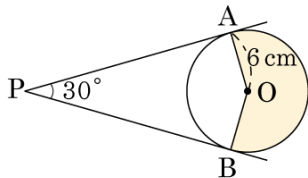
$$\text{또, } \overline{PC} \cdot \overline{PD} = \overline{PE} \cdot \overline{PF} \text{ 에서 } \frac{9}{2} \times \overline{PD} = 4 \times (4 + 5)$$

$$\therefore \overline{PD} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = 8 - 4.5 = 3.5$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{CD} = 9 + 3.5 = 12.5$$

9. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① $\frac{27}{8}\pi\text{cm}^2$

② $\frac{9}{4}\pi\text{cm}^2$

③ $\frac{21}{8}\pi\text{cm}^2$

④ $\frac{27}{4}\pi\text{cm}^2$

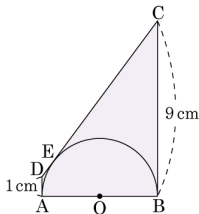
⑤ $21\pi\text{cm}^2$

해설

작은 부채꼴에서 $\angle AOB = 150^\circ$ 이므로
색칠한 부채꼴의 중심각 $\angle AOB = 210^\circ$

$$\therefore \pi \times 6^2 \times \frac{210^\circ}{360^\circ} = 21\pi(\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 에서 세 접선 AD, BC, CD 가 있을 때, $\overline{AD} = 1\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$ 이다. 원 O 의 지름의 길이는?



① 3cm

② 4cm

③ 5cm

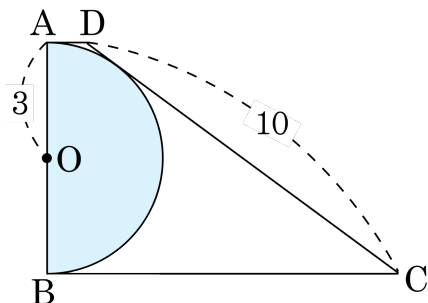
④ 6cm

⑤ 7cm

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 와 평행한 선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만난 점을 H 라 하면
 $\overline{CH} = 8(\text{cm})$, $\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{DE} = \overline{CB} + \overline{AD} = 9 + 1 = 10(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$

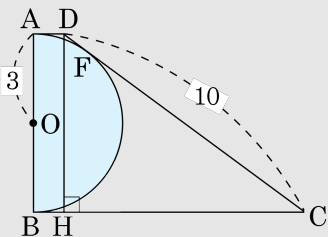
11. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반지름의 길이가 6 인 반원 O 에 접하고 $\overline{AB}$ 는 반원 O 의 지름이다. $\overline{CD} = 10$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설



점 D 에서 내린 수선의 발을 점 H 라 하고, 반원과 접선 $\overline{CD}$ 의 교점을 점 F 라 한다.

$\triangle DHC$ 에서 $\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$, $\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = \overline{AD} = \overline{DF} = x$ 이다.

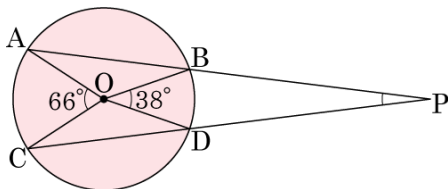
또한, $\overline{CF} = \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{DF} + \overline{CF} \Rightarrow 10 = x + (8 + x)$$

$$\therefore x = 1$$

$$\text{따라서 } \overline{BC} = 1 + 8 = 9$$

12. 다음 그림에서 점 P는 O의 두 현 AB, CD의 연장선이 만나는 점이다. $\angle BPD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 14 °

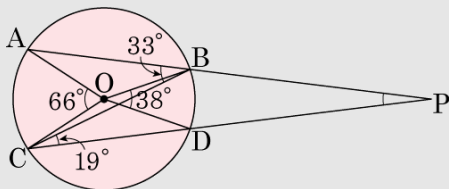
해설

점 B와 C를 이으면

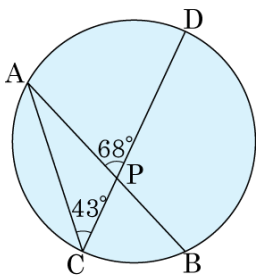
$\angle BCD$ 는 5.0pt $\widehat{BD}$ 의 원주각이므로 19°

$\angle ABC$ 는 5.0pt $\widehat{AC}$ 의 원주각이므로 33°

$\triangle BCP$ 에서 $\angle BPD = 33^\circ - 19^\circ = 14^\circ$



13. 다음 원의 두 현 AB, CD 의 교점은 P 이고,
호 BC 의 길이가 4π 일 때, 이 원의 원주를
구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 28.8π

해설

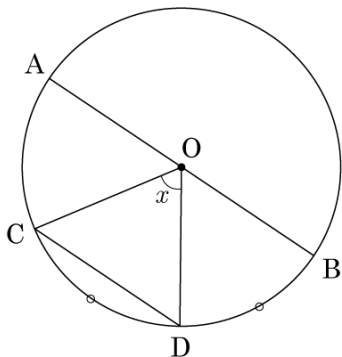
5.0pt $\widehat{BC}$ 의 원주각 $\angle CAB = 68^\circ - 43^\circ = 25^\circ$

(5.0pt $\widehat{BC}$ 의 중심각) $= 25^\circ \times 2 = 50^\circ$

$50^\circ : 360^\circ = 4\pi : (\text{원주})$

$\therefore (\text{원주}) = \frac{360^\circ \times 4\pi}{50^\circ} = 28.8\pi$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하고 $\overline{AB} = 14\text{ cm}$ 인 원 O 에 대하여 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $5.0\text{pt}\widehat{CD} = 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 5cm

② 6cm

③ 7cm

④ 8cm

⑤ 10cm

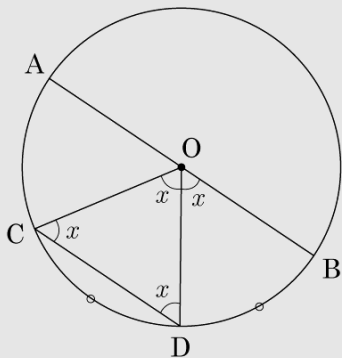
해설

$$5.0\text{pt}\widehat{CD} = 5.0\text{pt}\widehat{DB},$$

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로

$$\angle COD = \angle DOB = x,$$

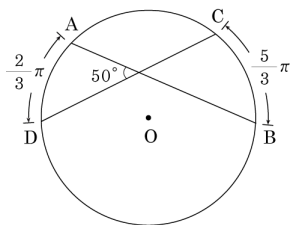
$$\angle CDO = \angle DOB = x \text{ (엇각)}$$



따라서 $\triangle COD$ 는 세각의 크기가 모두 같으므로 정삼각형이다.

$$\therefore \overline{CD} = 7\text{ cm}$$

15. 다음 그림과 같이 원 O의 두 현 AB, CD가 이루는 예각의 크기가 50° 이다. 호 $\widehat{AD} = \frac{2}{3}\pi$, 호 $\widehat{BC} = \frac{5}{3}\pi$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.

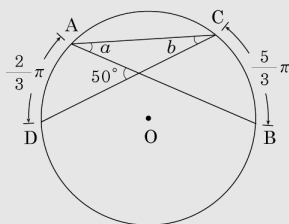


▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{21}{5}$

해설

보조선 AC를 긋고 다음 그림과 같이 $\angle a$, $\angle b$ 라 하면



삼각형의 외각의 성질에 의해 $a + b = 50^\circ$

$5.0\text{pt}\widehat{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 중심각의 크기는 $2(a + b) = 100^\circ$

원 O의 반지름의 길이를 r , 둘레의 길이를 l 이라 하면

$$5.0\text{pt}\widehat{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC} : 100^\circ = l : 360^\circ$$

$$\frac{2}{3}\pi + \frac{5}{3}\pi : 100^\circ = l : 360^\circ$$

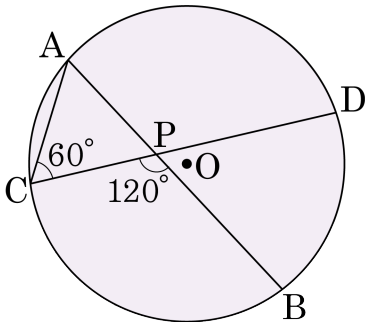
$$\frac{7}{3}\pi : 100^\circ = l : 360^\circ$$

$$l = \frac{42}{5}\pi$$

$$\text{즉, } 2\pi r = \frac{42}{5}\pi$$

$$\therefore r = \frac{21}{5}$$

16. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\widehat{CB}$ 는 원의 둘레의 길이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 :

배

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$ 배

해설

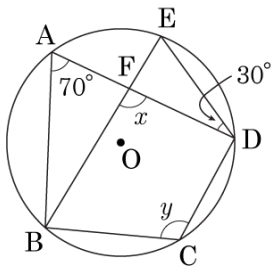
$$\angle CAB = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

$$\angle COB = 2\angle CAB = 120^\circ$$

$$5.0\text{pt}\widehat{CB} \text{ 는 원둘레의 } \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{3} \text{ (배)}$$

17. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

- ① 200° ② 210° ③ 220°
 ④ 230° ⑤ 240°



해설

5.0pt $\widehat{AE}$ 에 대하여 $\angle ADE = \angle ABE$ 이므로 $\angle ABE = 30^\circ$

한편, $\triangle ABF$ 에서 $\angle x = \angle ABF + \angle BAF = 30^\circ + 70^\circ = 100^\circ$

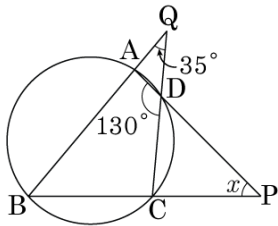
또한, $\square ABCD$ 에서 대각의 합은 180° 이므로

$$\angle y = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 100^\circ + 110^\circ = 210^\circ$$

18. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle BQD = 35^\circ$, $\angle ADC = 130^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하면?

- ① 15° ② 20° ③ 25°
 ④ 35° ⑤ 45°



해설

$\angle QBP = 50^\circ$ ($\because \angle ADC$ 의 대각) 이고

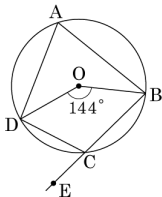
$$\angle DCP = \angle BQC + \angle QBC = 35^\circ + 50^\circ = 85^\circ$$

$\triangle DCP$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$$130^\circ = 85^\circ + x^\circ$$

$$\therefore x^\circ = 45^\circ$$

19. 다음을 보고 $\angle DCE$ 의 크기를 구하면?



① 72°

② 71°

③ 70°

④ 68°

⑤ 66°

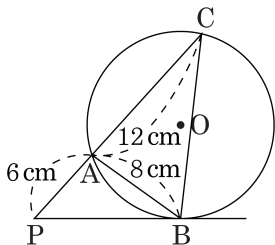
해설

$$\angle BAD = \frac{1}{2} \times 144^\circ = 72^\circ$$

$$\angle BAD = \angle DCE = 72^\circ$$

20. 다음 그림에서 직선 PB는 원 O의 접선이고 $\overline{PA} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

- ① $5\sqrt{3}\text{cm}$ ② $6\sqrt{3}\text{cm}$
 ③ $7\sqrt{3}\text{cm}$ ④ $8\sqrt{3}\text{cm}$
 ⑤ $9\sqrt{3}\text{cm}$



해설

$$\overline{PB}^2 = 6 \times 18 = 108, \overline{PB} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$\triangle BPA \sim \triangle CPB$$

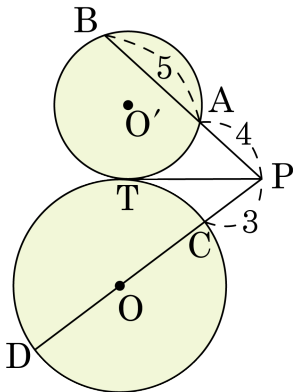
$$\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{AB} : \overline{BC}$$

$$6 : 6\sqrt{3} = 8 : \overline{BC}$$

$$6\overline{BC} = 48\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{BC} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

21. 다음 그림과 같이 점 T에서 외접하는 두 원 O, O'에 대하여 $\overline{PA} = 4$, $\overline{AB} = 5$, $\overline{PC} = 3$ 일 때, 원 O의 둘레의 길이는?



① 5π

② 7π

③ 9π

④ 11π

⑤ 13π

해설

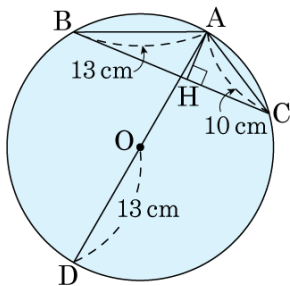
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

$$4 \times 9 = 3 \times \overline{PD}$$

$$\therefore \overline{PD} = 12, \overline{CD} = 9$$

따라서 원의 둘레의 길이는 9π 이다.

22. 다음 그림에서 반지름의 길이가 13cm 인 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $\overline{AD}$ 가 원 O 의 지름이고 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b$ 에서 $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 69

해설

점 B와 D를 연결하면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle AHC$ 에서 $13 : 26 = \overline{AH} : 10$, $\overline{AH} = 5\text{cm}$ 이다.

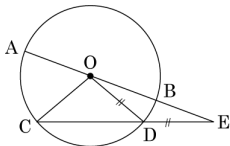
$\triangle ABH$ 가 직각삼각형이므로

$$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\text{cm} \text{ 이고,}$$

$$\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}\text{cm} \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b = 12 : 5\sqrt{3}$, $a = 12$, $b = 5\sqrt{3}$ 이고,
 $a^2 - b^2 = 144 - 75 = 69$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 $\overline{AB}$ 와 현 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 E 라 하고 $\overline{DO} = \overline{DE}$, $\angle E = 30^\circ$ 라고 할 때, (5.0pt $\widehat{AC}$ 의 길이) : (5.0pt $\widehat{BD}$ 의 길이) 는?



① 2 : 1

② 2 : 3

③ 3 : 1

④ 4 : 3

⑤ 5 : 3

해설

$$\angle BOD = 30^\circ (\because \overline{DE} = \overline{DO})$$

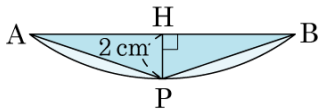
$$\angle ODC = 60^\circ (\text{삼각형의 외각의 성질})$$

$$\angle OCD = 60^\circ (\because \overline{OD} = \overline{OC} = \text{반지름})$$

$$\therefore \angle AOC = \angle OCE + \angle BED = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{BD} = \angle AOC : \angle BOD = 90^\circ : 30^\circ = 3 : 1$$

24. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 8cm 인 원의 일부분이다. $\overline{AH} = \overline{BH}$, $\overline{AB} \perp \overline{HP}$ 이고 $\overline{HP} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle APB$ 의 둘레는?



- ① $7\sqrt{2}\text{cm}$ ② $(16\sqrt{7} + 3\sqrt{2})\text{cm}$
 ③ $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{7})\text{cm}$ ④ $(4\sqrt{7} + 8\sqrt{2})\text{cm}$
 ⑤ $(2\sqrt{7} + 4\sqrt{2})\text{cm}$

해설

원의 중심 O 를 그림에 나타내어 보면
 직각삼각형 $\triangle OAH$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OH}^2} \\ &= \sqrt{(8)^2 - (6)^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})\end{aligned}$$

이때, $\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{7}\text{cm}$ 이므로

$$\overline{AB} = 4\sqrt{7}\text{cm} \text{ 이고,}$$

$$\begin{aligned}\overline{AP} &= \sqrt{(\overline{AH}^2) + (\overline{HP}^2)} \\ &= \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2)^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

따라서, $\triangle APB$ 의 둘레는 $(8\sqrt{2} + 4\sqrt{7})(\text{cm})$ 이다.

25. 반지름의 길이가 9cm 인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

① $9\sqrt{3}\text{cm}$

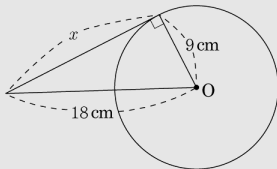
② $10\sqrt{3}\text{cm}$

③ $11\sqrt{3}\text{cm}$

④ $12\sqrt{3}\text{cm}$

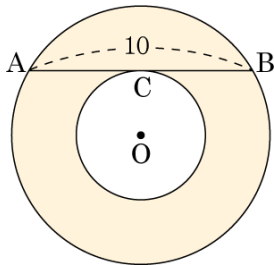
⑤ $13\sqrt{3}\text{cm}$

해설



$$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2 (4 - 1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

26. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① 10π

② 15π

③ 20π

④ 25π

⑤ 30π

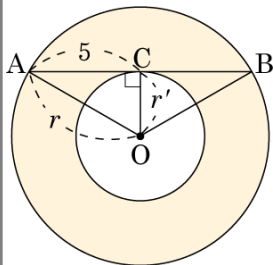
해설

큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 이라고 하자.

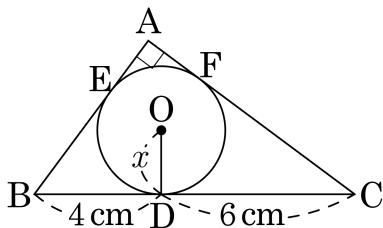
$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로

$$\overline{OC} \perp \overline{AB}, \quad \overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$$

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$
 (색칠한 부분의 넓이) $= \pi r^2 - \pi r'^2 =$
 $\pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$



27. 다음 그림에서 점 D, E, F는 직각삼각형 ABC와 내접원 O의 접점일 때, 원 O의 넓이는?



- ① πcm^2 ② $2\pi\text{cm}^2$ ③ $3\pi\text{cm}^2$
 ④ $4\pi\text{cm}^2$ ⑤ $5\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이므로

$\overline{AB} = (4 + x)\text{cm}$, $\overline{AC} = (6 + x)\text{cm}$ 이다.

$$(4 + x)^2 + (6 + x)^2 = 10^2$$

$$2x^2 + 20x + 52 = 100$$

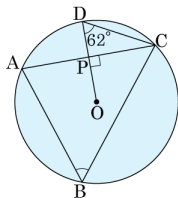
$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x - 2)(x + 12) = 0$$

따라서 $x = 2$ ($x > 0$) 이므로

원 O의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi$ (cm^2)

29. 원의 중심 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 P , $\overline{OP}$ 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 D 라 하자. $\angle ODC = 62^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 56°

해설

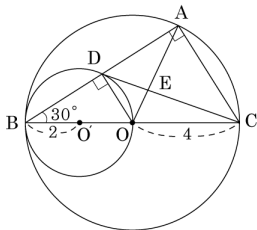
$\overline{OD} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCD = \angle ODC = 62^\circ$$

$$\therefore \angle DOC = 180^\circ - 62^\circ \times 2 = 56^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 2 \angle DOC = \angle DOC = 56^\circ$$

30. 다음 그림의 원 O의 지름은 8, 원 O'의 지름은 4, $\angle ABC = 30^\circ$ 이다. 이때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① $\frac{\sqrt{7}}{3}$

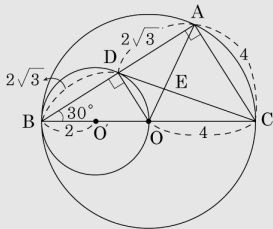
② $\frac{\sqrt{7}}{2}$

③ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

해설

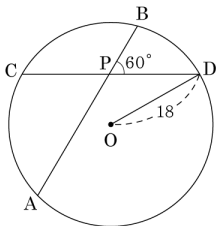


$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

$$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$

31. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 18 인 원 O 에서 두 현 AB, CD 가 점 P 에서 만나고 $\angle BPD = 60^\circ$ 일 때, 호 AC 와 BD 의 길이의 합은?
(단, 호 AC, BD 는 길이가 짧은 쪽을 가리킨다.)



① 6π

② 8π

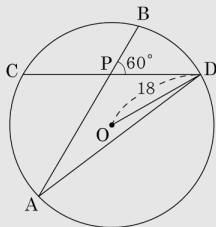
③ 9π

④ 12π

⑤ 15π

해설

점 A 와 D 를 연결하는 보조선을 그으면



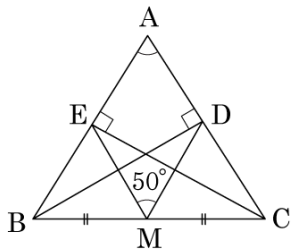
$\angle BAD = x$, $\angle CDA = y$ 라 하면

$x + y = 60^\circ$, 즉 $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 중심각은 120°

원의 둘레 = $2\pi \times 18 = 36\pi$

$$\therefore (5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD} \text{의 길이}) = 36\pi \times \frac{120}{360} = 12\pi$$

32. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?



① 25°

② 30°

③ 45°

④ 50°

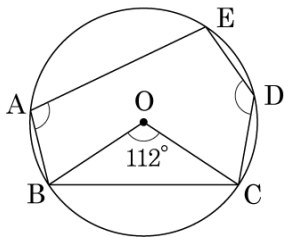
⑤ 65°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50^\circ$ 이므로 $\angle EBD = 25^\circ$ 이다.

따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 이다.

33. 다음 그림에서 오각형 ABCDE 는 원 O 에 내접하고 $\angle BOC = 112^\circ$ 일 때, $\angle A + \angle D$ 의 크기는?



① 252°

② 236°

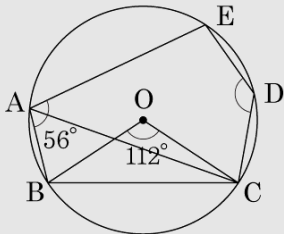
③ 212°

④ 186°

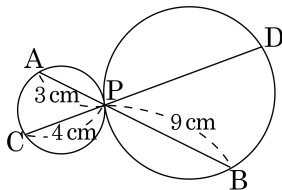
⑤ 164°

해설

점 A 와 점 C 에 보조선을 그으면
 $\angle D + \angle EAC = 180^\circ$, $\angle BAC = \frac{1}{2} \times \angle BOC = 112^\circ = 56^\circ$
 $\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ + 56^\circ = 236^\circ$



34. 다음 그림과 같이 점 P에서 두 원이 접하고, $\overline{AP} = 3\text{ cm}$, $\overline{BP} = 9\text{ cm}$, $\overline{CP} = 4\text{ cm}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이를 구하여라.

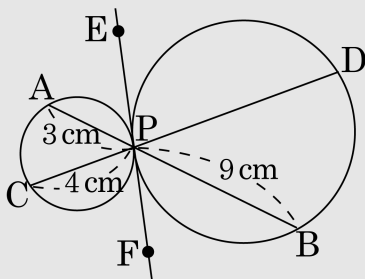


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

두 원의 공통접선 $\overline{EF}$ 를 그으면
 $\angle APE = \angle ACP$, $\angle FPB = \angle BDP$ 이다.



$$\therefore \angle ACP = \angle BDP$$

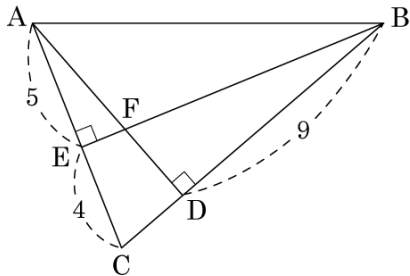
또한, $\angle APC = \angle BPD$ ($\because$ 맞꼭지각)이다.

$$\therefore \triangle APC \equiv \triangle BPD \text{ (AA 닮음)}$$

따라서 $\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{PC} : \overline{PD}$ 에서

$$\overline{DP} = \frac{\overline{PB} \times \overline{PC}}{\overline{PA}} = \frac{9 \times 4}{3} = 12 \text{ (cm)}$$

35. 다음 그림에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

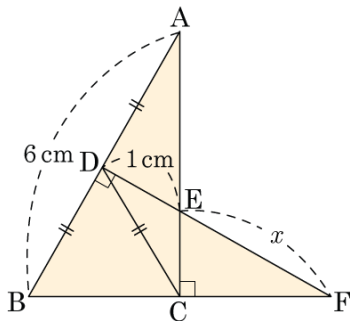


- ① $\overline{CD} = 3$ 이다.
- ② $\square AEDB$ 는 원 안에 내접한다.
- ③ $\angle CAD \neq \angle CBE$
- ④ $\overline{AB}$ 는 원의 지름이다.
- ⑤ $\overline{CE} \times \overline{CA} = \overline{CD} \times \overline{CB}$

해설

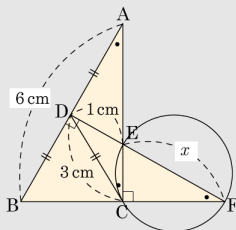
$$\angle CAD = \angle CBE$$

36. 다음 그림에서 $\angle ACF = \angle FDB = 90^\circ$ 이고 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{DC}$ 이다.
 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{DE} = 1\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하면?



- ① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설



$\triangle BAC \sim \triangle BFD$ ($\because$ AA닮음)

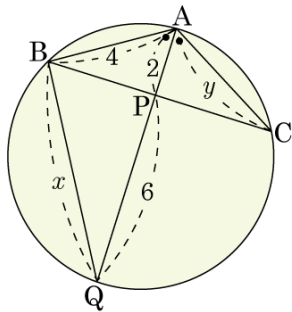
$\therefore \angle A = \angle F$, $\angle A = \angle DCA$

$\therefore \angle F = \angle DCA$ 따라서, $\triangle CEF$ 의 외접원에 대해 $\overline{DC}$ 는 접선

$$\Rightarrow \overline{DC}^2 = \overline{DE} \cdot \overline{DF}$$

$3^2 = 1(1 + x)$ 따라서 $x = 8$ 이다.

37. 다음 그림에서 $x + y$ 의 값은?



① $5 + 2\sqrt{10}$

② $3 + 8\sqrt{2}$

③ $4\sqrt{3} + 4$

④ $6 + 3\sqrt{6}$

⑤ $7 + 2\sqrt{2}$

해설

$$x^2 = 8 \times 6$$

$$x = 4\sqrt{3}$$

$$4y = 2 \times 8$$

$$y = 4$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3}, y = 4$$

38. 원 O의 외부의 한 점 P에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B라 할 때, 선분 BT는 원의 지름이고 $\overline{PA} = 2$, $\overline{PT} = 6$ 일 때, 원 O의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}\pi$

해설

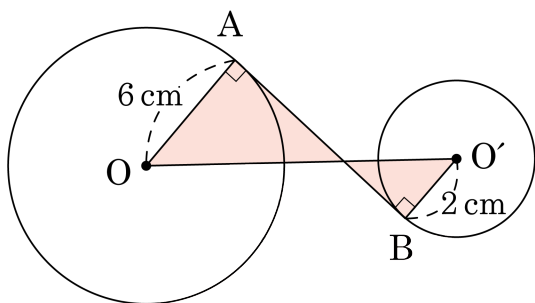
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}, 36 = 2 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 18$$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$$\overline{BT} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는 $12\sqrt{2}\pi$ 이다.

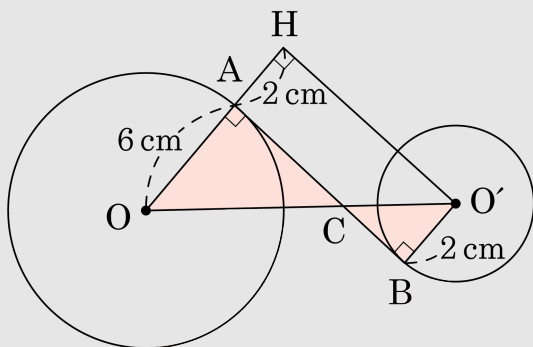
39. 다음 그림과 같이 두 원 O , O' 의 반지름의 길이가 각각 6cm , 2cm 이고 색칠한 부분의 넓이가 15cm^2 일 때, $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 10 cm

해설



다음 그림과 같이 점 O' 에서 $\overline{OA}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = \overline{BO'} = 2\text{cm}$

$\overline{OO'} = x$ 라 놓으면 삼각형 OHO' 에서

$$\overline{O'H} = \overline{AB} = \sqrt{x^2 - 8^2} = \sqrt{x^2 - 64}(\text{cm})$$

이때 $\overline{OO'}$ 와 $\overline{AB}$ 의 교점을 C 라 하면

$\triangle OAC \sim \triangle OHO'$ (AA닮음) 이므로

$$6 : 8 = \overline{AC} : \sqrt{x^2 - 64}$$

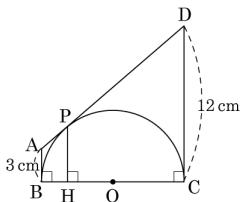
$$\therefore \overline{AC} = \frac{3}{4} \sqrt{x^2 - 64}, \overline{BC} = \frac{1}{4} \sqrt{x^2 - 64}$$

색칠한 부분의 넓이는 $\triangle OAC + \triangle O'BC$ 이므로

$$15 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \sqrt{x^2 - 64} \times 6 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \sqrt{x^2 - 64} \times 2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore x = 10$$

40. 그림과 같이 반원 O 에 세 접선을 그어 그 교점과 접점을 각각 A, B, C, D, P 라고 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{CD} = 12\text{cm}$ 이고, 점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : $\frac{24}{5}$ cm

해설

다음 그림과 같이 점 A 와 점 C 를 연결하는 보조선을 긋고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{PH}$ 의 교점을 Q 라고 하자.

$$\overline{AB} = \overline{AP}, \overline{DC} = \overline{DP}$$

$\overline{AB} \parallel \overline{PH} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$\triangle APQ \sim \triangle ADC$, $\triangle ABC \sim \triangle QHC$ 이다.

$\triangle APQ \sim \triangle ADC$ 에서

$$\overline{AP} : \overline{AD} = \overline{PQ} : \overline{DC}, 3 : 15 = \overline{PQ} : 12$$

$$\therefore \overline{PQ} = \frac{12}{5}(\text{cm})$$

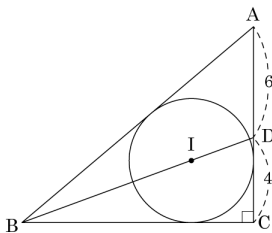
또, $\triangle QHC \sim \triangle ABC$ 에서 $\overline{CQ} : \overline{CA} = \overline{QH} : \overline{AB}$ 이고, $\overline{CQ} : \overline{CA} = \overline{DP} : \overline{DA}$ 이므로

$$12 : 15 = \overline{QH} : 3$$

$$\therefore \overline{QH} = \frac{12}{5}(\text{cm})$$

따라서 $\overline{PH} = \overline{PQ} + \overline{QH} = \frac{24}{5}(\text{cm})$ 이다.

41. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I 라 하고, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이다. 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $5 - \sqrt{5}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle ABC$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2$

$\overline{AB} = 3a$, $\overline{BC} = 2a$ 로 놓으면

$$9a^2 = 4a^2 + 100$$

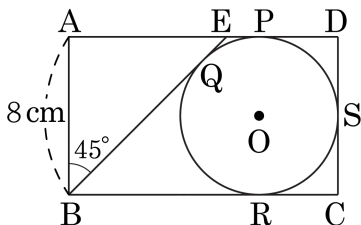
$$5a^2 = 100$$

$$a = 2\sqrt{5} (\because a > 0)$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 10\sqrt{5})$$

$$\therefore r = 5 - \sqrt{5}$$

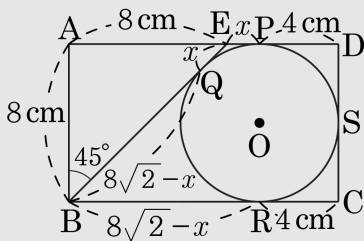
42. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하는 원 O 에 대하여 $\angle ABE = 45^\circ$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $32 + 8\sqrt{2}$ cm

해설



그림과 같이 $\overline{EP} = x$ 라고 하면 $\overline{EQ} = \overline{EP} = x$ 이고, 직각이등변삼각형 ABE 에서 $\angle ABE = 45^\circ$ 이므로 $\overline{BE} = 8\sqrt{2}$,

$$\overline{BQ} = \overline{BR} = 8\sqrt{2} - x$$

$$\overline{AD} = x + 12,$$

$\overline{BC} = 8\sqrt{2} + 4 - x$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서

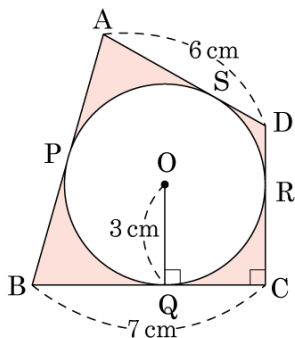
$$x + 12 = 8\sqrt{2} + 4 - x \quad \therefore x = (4\sqrt{2} - 4)$$

$$\therefore \overline{AD} = 12 + 4\sqrt{2} - 4 = 8 + 4\sqrt{2}$$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$$(8 + 8 + 4\sqrt{2}) \times 2 = (32 + 8\sqrt{2})\text{cm 이다.}$$

43. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원에 외접하는 사각형 ABCD 에 대하여 P, Q, R, S 는 접점이고, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\angle BCD = 90^\circ$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

cm²

▷ 정답 : $39 - 9\pi \text{ cm}^2$

해설

다음 그림에서 $\overline{AB} = a$, $\overline{CD} = b$ 라 하면 $\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 이므로

$$a + b = 13, \overline{OP} = \overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OS} = 3$$

$$\therefore \square ABCD$$

$$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{OP} + \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{OQ} + \frac{1}{2} \cdot$$

$$\overline{CD} \cdot \overline{OR} + \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{OS}$$

$$= \frac{3}{2} (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$$

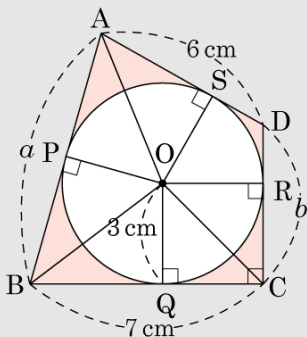
$$= \frac{3}{2} \times 26 = 39 (\text{cm}^2)$$

원 O 의 넓이는 $9\pi \text{ cm}^2$ 이므로

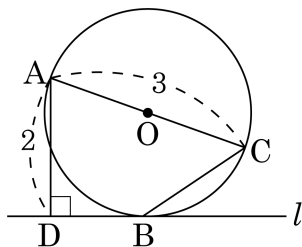
(색칠한 부분의 넓이)

$$= (\square ABCD \text{의 넓이}) - (\text{원 O의 넓이})$$

$$= 39 - 9\pi \text{ cm}^2$$



44. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원 O 는 직선 l 과 점 B 에서 접한다. 점 A 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 D 라 하고 $\overline{AD} = 2$, $\overline{AC} = 3$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

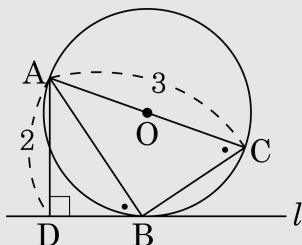


▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

보조선 AB 를 그으면



$$\angle ABC = 90^\circ$$

또, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$$\angle ABD = \angle ACB$$

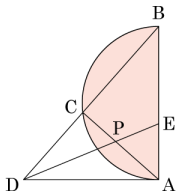
이므로 $\triangle ACB \sim \triangle ABD$ (AA 닮음)

$$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{AD} \text{ 에서}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC} \times \overline{AD} = 3 \times 2 = 6 \quad \therefore \overline{AB} = \sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{3}$$

45. 다음 그림에서 선분 AB 는 지름이 아닌 현이고 $\overline{DA}$ 는 접선이다.
 $\angle ADE = \angle BDE$ 이고 $\angle APE = 48^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$

▷ 정답 : 84°

해설

접선과 현이 이루는 각은 그 각의 내부에 있는 호의 원주각의 크기와 같으므로

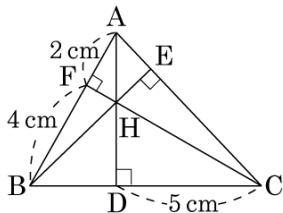
$$\angle ABC = \angle CAD$$

$$\triangle DAP \text{ 에서 } \angle ADE + \angle CAD = 48^\circ \text{ 이므로}$$

$$\triangle DEB \text{ 에서 } \angle BDE + \angle ABC = \angle AEP = 48^\circ$$

$$\triangle AEP \text{ 에서 } \angle BAC = 180^\circ - (48^\circ + 48^\circ) = 84^\circ$$

46. 다음 그림에서 점 H는 $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점에서 대변에 그은 세 수선의 교점이다.
 $\overline{AF} = 2\text{ cm}$, $\overline{BF} = 4\text{ cm}$, $\overline{CD} = 5\text{ cm}$ 일
 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 3 cm

해설

$\angle AFC = \angle ADC = 90^\circ$ 이므로

$\square AFDC$ 는 원에 내접한다.

$\overline{BD} \times \overline{BC} = \overline{BF} \times \overline{BA}$ 이므로

$\overline{BD} = x$ 라 하면 $x(x + 5) = 4(4 + 2)$

$x^2 + 5x - 24 = 0$, $(x + 8)(x - 3) = 0$

$\therefore x = 3 \text{ (cm)} (\because x > 0)$

48. 한 변의 길이가 r 인 정사각형 ABCD 의 외접원에서 호 AB 위에 임의의 한 점 P 를 잡을 때, $\frac{\overline{PB} + \overline{PD}}{\overline{PC}}$ 의 값을 r 을 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

대각선 BD 의 길이는 $\sqrt{2}r$

사각형 BCDP 도 정사각형의 외접원에 외접하므로

$$\overline{PB} \cdot \overline{CD} + \overline{PD} \cdot \overline{BC} = \overline{PC} \cdot \overline{BD}$$

$$r\overline{PB} + r\overline{PD} = \sqrt{2}r\overline{PC}, \overline{PB} + \overline{PD} = \sqrt{2}\overline{PC}$$

$$\therefore \frac{\overline{PB} + \overline{PD}}{\overline{PC}} = \sqrt{2}$$

49. 원 O 의 외부에 있는 한 점 P 를 지나면서 원 O 와 접하는 접선과 원 O 의 교점을 T 라 하고, 직선 OP 를 지나는 직선이 원 O 와 만나는 직선을 P 에서 가까운 쪽부터 각각 A, B 라 할 때, $\overline{PT} = 3$, $\angle ABT = 30^\circ$ 이다. 이때, 원 O 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3π

해설

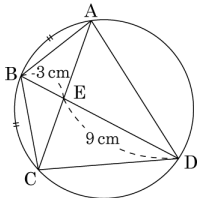
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OT}$ 이므로 삼각형 OBT 는 이등변삼각형이므로,
삼각형 OPT 는 $\angle POT = 60^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\overline{PT} : \overline{OT} = \sqrt{3} : 1, 3 : \overline{OT} = \sqrt{3} : 1$$

$$\therefore \overline{OT} = \sqrt{3}$$

따라서 원 O 의 넓이는 3π

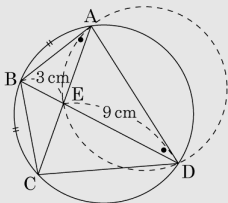
50. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이고, $\overline{BE} = 3\text{cm}$, $\overline{DE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설



$\overline{AB}$ 는 세 점 A, E, D 를 지나는 원의 접선이므로

$$\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD} = 3 \times (3 + 9) = 36$$

$$\therefore \overline{AB} = 6(\text{cm})$$