

1. A(2, 0), B(0, 2) 에서의 거리의 제곱의 합이 12 인 점 P(x, y) 의 자취를 나타내는 식은?

① $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 2$

② $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 2$

③ $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$

④ $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$

⑤ $x^2 + y^2 + x - y = 2$

2. 두 점 $(2, 1)$, $(-3, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 29$

② $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{29}{4}$

③ $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 29$

④ $x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$

⑤ $x^2 + y^2 = 4$

3. 두 점 $A(1, 5)$, $B(-3, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 13$

② $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 52$

③ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 13$

④ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$

⑤ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 52$

4. 다음의 x, y 에 대한 이차방정식 중 원의 방정식을 나타내지 않은 것은?

① $x^2 + y^2 + x + 2y + 1 = 0$

② $x^2 + y^2 + x + 2y + 2 = 0$

③ $x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$

5. 중심이 $(2, 3)$ 이고 y 축에 접하는 원의 방정식은?

① $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$

② $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$

③ $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$

④ $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$

⑤ $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 5$

6. 중심의 좌표가 $(3, 4)$ 이고 x 축에 접하는 원 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OP}$ 의 최댓값은? (단, O 는 원점)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 9

7. 중심이 원점이고, 직선 $2x - y + 5 = 0$ 에 접하는 원의 반지름의 길이는?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

8. 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하고 기울기가 4 인 접선의 방정식은 $y = 4x \pm k$ 이다. k 를 구하면? (단, $k > 0$)

① $2\sqrt{7}$

② $2\sqrt{17}$

③ $5\sqrt{13}$

④ $3\sqrt{17}$

⑤ $3\sqrt{7}$

9. 세 점 $P(-2, -4)$, $Q(1, 5)$, $R(5, 3)$ 을 지나는 원의 중심의 좌표는 (a, b) 이고, 반지름의 길이는 r 이다. 이 때, $a + b + r$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

10. 중심이 직선 $y = x$ 위에 있고, 두 점 $A(1, -1)$, $B(3, 5)$ 를 지나는 원의 반지름은 ?

① $\sqrt{7}$

② $2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{10}$

④ $2\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{13}$

11. 중심이 y 축 위에 있고, 두 점 $A(-1, 0)$ $B(3, 2)$ 를 지나는 원의 중심과 반지름의 길이 r 을 구하면?

① $(0, 3), r = 10$

② $(0, 3), r = \sqrt{10}$

③ $(0, 2), r = 10$

④ $(0, 2), r = \sqrt{10}$

⑤ $(0, -3), r = 10$

12. a 를 임의의 실수라 하고, 원 $x^2 + y^2 - 2ax + 2ay - 4a - 5 = 0$ 의 넓이가 최소가 될 때, 원점에서 이 원의 중심까지의 거리는 ?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 3

13. 좌표평면 위의 두 정점 $A(3, 2)$, $B(6, 5)$ 에 대하여 선분 $\overline{PB}$ 의 길이가 선분 $\overline{PA}$ 의 길이의 2 배가 되는 점 $P(x, y)$ 의 자취의 방정식은?

① $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 8$

② $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 20$

③ $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 10$

④ $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 17$

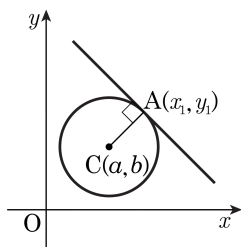
⑤ $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 20$

14. 직선 $y = x + n$ 과 원 $x^2 + y^2 = 8$ 이 만나지 않도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.



답: _____

15. 다음은 원 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 위의 점 $A(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식이 $(x_1-a)(x-a) + (y_1-b)(y-b) = r^2$ 으로 나타내어짐을 보인 것이다. 이 때, (가) ~ (마)에 알맞지 않은 것은?



점 $A(x_1, y_1)$ 과 이 원의 중심 $C(a, b)$ 를 지나는 직선 CA 의 기울기는 (가) 이다.

그런데 점 A 에서의 접선은 직선 CA 와 수직이므로 점 A 에서의 접선의 방정식은

$$y - y_1 = (\text{나}) (x - x_1)$$

$$\therefore (x_1 - a)(x - x_1) + (y_1 - b)(y - y_1) = 0$$

이 식을 변형하면

$$(x_1 - a)(x - a + a - x_1) + (\text{다}) = 0$$

$$(x_1 - a)(x - a) - (x_1 - a)^2 + (y_1 - b)(y - b) - (y_1 - b)^2 = 0$$

$$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = (\text{라}) \dots\dots \text{㉠}$$

한편, 점 $A(x_1, y_1)$ 은

$$\text{원 } (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \text{ 위에 있으므로}$$

$$(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2 = (\text{마}) \dots\dots \text{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면 접선의 방정식은

$$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = r^2$$

① (가): $\frac{y_1 - b}{x_1 - a}$

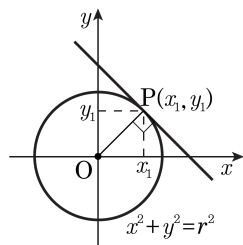
② (나): $-\frac{x_1 - a}{y_1 - b}$

③ (다): $(y_1 - a)(y - a + a - y_1)$

④ (라): $(x_1 - a)^2 + (y_1 - b)^2$

⑤ (마): r^2

16. 다음은 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 방정식이 $x_1x + y_1y = r^2$ 임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?



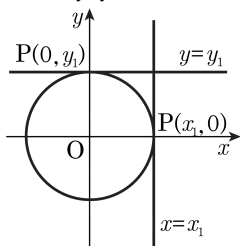
(i) P 가 $x_1 \neq 0$ 인 점이나 $y_1 \neq 0$ 인 점일 때, 점 $P(x_1, y_1)$ 과 이 원의 중심 $O(0,0)$ 을 지나는 직선 OP 의 기울기는 $\boxed{\text{가}}$ 이다. 그런데 점 P 에서의 접선은 직선 OP 와 수직이므로 점 P 에서의 접선의 방정식은 $\boxed{\text{나}}$ 이 식을 정리하면

$$x_1x + y_1y = x_1^2 + y_1^2 \dots\dots \text{㉠}$$

한편, 점 $P(x_1, y_1)$ 은 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 위의 점이므로 $\boxed{\text{다}} \dots\dots \text{㉡}$

㉡을 ㉠에 대입하면 접선의 방정식은

$$x_1x + y_1y = r^2 \dots\dots \text{㉢}$$



(ii) P 가 $x_1 = 0$ 인 점이나 $y_1 = 0$ 인 점일 때, 점 P 의 좌표가 $(0, y_1)$ 또는 $(x_1, 0)$ 이므로 접선의 방정식은 $\boxed{\text{라}} \dots\dots \text{㉢}'$ 또는 $\boxed{\text{마}} \dots\dots \text{㉢}''$ 이다. 이 때, $r = |y_1|$ 또는 $r = |x_1|$ 이므로

㉢' 또는 ㉢'' 은 ㉢과 같은 식이다.

(i), (ii)로부터 접선의 방정식은

$$x_1x + y_1y = r^2$$

① (가) : $\frac{y_1}{x_1}$

② (나) : $y - y_1 = \frac{x_1}{y_1}(x - x_1)$

③ (다) : $x_1^2 + y_1^2 = r^2$

④ (라) : $y = y_1$

⑤ (마) : $x = x_1$

17. $x^2 + y^2 = 5$ 에 접하고, 기울기가 -2 이며, 제 1, 2, 4사분면을 지나는 접선의 방정식을 구하면?

① $y = -2x - \sqrt{5}$

② $y = -2x + 5\sqrt{5}$

③ $y = -2x - 3\sqrt{5}$

④ $y = -2x + 3\sqrt{5}$

⑤ $y = -2x - 5\sqrt{5}$

18. 직선 $3x - y - 1 = 0$ 에 평행하고 원 $x^2 + y^2 = 10$ 에 접하는 접선의 방정식을 $y = mx \pm n$ 이라고 할 때, mn 의 값은?

① $3\sqrt{10}$

② $-3\sqrt{10}$

③ 30

④ -30

⑤ $\frac{10}{3}$

19. $(1, 2)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선 중 y 축에 평행하지 않는 직선의 방정식은?

① $3x + 4y + 5 = 0$

② $3x + 4y - 5 = 0$

③ $3x - 4y + 5 = 0$

④ $3x - 4y - 5 = 0$

⑤ $3x + y + 1 = 0$

20. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 밖의 점 $(-1, 2)$ 에서 원에 그은 접선의 방정식을 구하면?

① $x - 2y = 4, y = 2$

② $3x + 4y = 1, x = -1$

③ $4x - 3y = 5, x = -1$

④ $4x - 3y = 5, y = 2$

⑤ $3x + 4y = 5, x = -1$

21. 원 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 와 함수 $\sqrt{3}y = |x-2|$ 의 그래프가 만나는 두 점을 A, B 라 하자. 이때, 작은 활꼴 A, B 의 넓이는?

① $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$

② $\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3}$

③ $2\pi - \sqrt{3}$

④ $\frac{4}{3}\pi + \sqrt{3}$

⑤ $2\pi + \sqrt{3}$

22. $y = x^2 - 2$ 위의 점 P에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접선을 그을 때, 그 접점을 Q라고 하자. 선분 PQ의 길이의 최솟값은 ?

① 1

② $\frac{\sqrt{2}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

④ $\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{3}$

23. 제1 사분면에서 x 축과 y 축에 동시에 접하면서 반지름의 길이가 r 인 원의 중심을 C_1 , 제2 사분면에서 x 축과 y 축에 동시에 접하면서 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}r$ 인 원의 중심을 C_2 , 제3 사분면에서 x 축과 y 축에 동시에 접하면서 반지름의 길이가 $\frac{1}{4}r$ 인 원의 중심을 C_3 , 제4 사분면에서 x 축과 y 축에 동시에 접하면서 반지름의 길이가 $\frac{1}{8}r$ 인 원의 중심을 C_4 라 하자.

$$\overline{C_1C_2} + \overline{C_2C_3} + \overline{C_3C_4} = 14\sqrt{10} \text{ 일 때, } r \text{의 값을 구하여라.}$$



답: _____

24. 두 원 $x^2 + y^2 - 2x = 0$, $x^2 + y^2 - 4y - 1 = 0$ 의 공통현의 길이를 구하면?

① $\sqrt{95}$

② $\frac{\sqrt{95}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{95}}{3}$

④ $\frac{\sqrt{95}}{4}$

⑤ $\frac{\sqrt{95}}{5}$

25. 원 $x^2 + y^2 + 2ax + 2y - 6 = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 + 2x - 2ay - 2 = 0$ 의
중점을 이등분할 때, a^2 의 값은?

① 1

② 2

③ 4

④ 8

⑤ 9

26. 두 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$, $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 4$ 의 공통접선의
길이는?

① 4

② $\sqrt{17}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $\sqrt{19}$

⑤ $2\sqrt{5}$

27. 두 원 $x^2 + y^2 = 16$, $(x - 9)^2 + y^2 = 9$ 의 공통외접선의 길이를 l 이라 하고 공통내접선의 길이를 m 이라 할 때, $l^2 - m^2$ 의 값은?

① 48

② -48

③ 32

④ -32

⑤ 30

28. 원 $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$ 과 직선 $3x + 4y - a = 0$ 이 서로 접할 때,
모든 a 값의 합을 구하여라.



답: _____

29. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 = y^2 \\ (x-1)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ 의 해의 개수를 구하면?

① 없다.

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

30. 반지름이 20 인 원의 내부에 중심으로부터 12만큼 떨어져 있는 점 P 가 있다. 점 P 를 지나고 길이가 정수인 현의 갯수를 구하여라.



답:

개

31. $y = x + k$ 가 원 $x^2 + y^2 + 6y - 16 = 0$ 에 의해서 잘린 현의 길이가 8 일 때, 상수 k 값의 합은 ?

① 6

② 9

③ -6

④ -9

⑤ 4

32. 점 $(3, 3)$ 에서 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ 에 그은 접선의 길이는?

① 5

② $\sqrt{26}$

③ 6

④ $\sqrt{37}$

⑤ 7

33. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 점 $P(x_1, y_1)$ 에서 접하는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최솟값을 구하여라. (단, P 는 제1 사분면 위의 점이고, O 는 원점이다.)



답: _____

34. 점 $(-3, 1)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 접선의 방정식 중 기울기가 양인 직선의 방정식을 구하면?

① $2x + y - 5 = 0$

② $2x - y - 5 = 0$

③ $x - 2y + 5 = 0$

④ $x - 2y - 5 = 0$

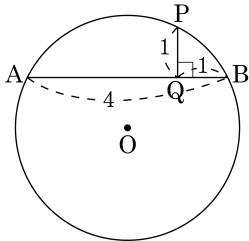
⑤ $x + 2y - 5 = 0$

35. 다음 두 원의 공통접선의 방정식을 구하면?

$$x^2 + y^2 = 4, (x - 5)^2 + y^2 = 25$$

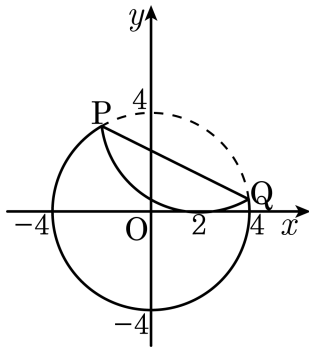
- ① $y = \pm \frac{3}{4}x \pm \frac{5}{2}$ (복부호 동순)
- ② $y = \pm \frac{4}{5}x \pm 2$ (복부호 동순)
- ③ $y = \pm \frac{5}{6}x \pm \frac{7}{5}$ (복부호 동순)
- ④ $y = \pm \frac{9}{10}x \pm \frac{11}{8}$ (복부호 동순)
- ⑤ $y = \pm \frac{10}{11}x \pm \frac{4}{3}$ (복부호 동순)

36. 다음 그림과 같이 한 원 O 의 호와 현으로 이루어진 도형에서 $\overline{AB} = 4$, $\overline{PQ} = \overline{BQ} = 1$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이의 제곱을 구하여라.



답: _____

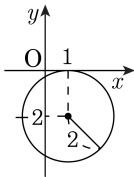
37. 다음 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 16$ 을 점 $(2,0)$ 에서 x 축과 접하도록 접었을 때, 두 점 P, Q를 지나는 직선의 x 절편을 구하여라.



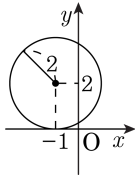
답: _____

38. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ 의 그래프로 옳은 것은?

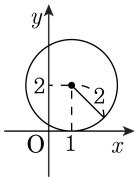
①



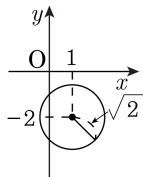
②



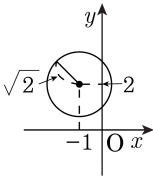
③



④



⑤



39. 두 점 $A(1, 1)$, $B(7, 4)$ 에서 이르는 거리의 비가 $2 : 1$ 인 임의의 점 P 에 대하여 $\triangle ABP$ 의 넓이가 최대일 때, $\tan(\angle PAB)$ 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

40. 이차곡선 $x^2 + y^2 + ax + by + 7 = 0$ 이 반지름 1인 원을 표시한다. 이 원의 중심 a, b 가 변할 때, 이 도형의 자취의 길이를 구하면?

① $\sqrt{2}\pi$

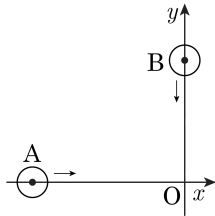
② $2\sqrt{2}\pi$

③ $3\sqrt{2}\pi$

④ $4\sqrt{2}\pi$

⑤ $6\sqrt{2}\pi$

41. 반지름이 1 인 두 원 A, B 가 현재 아래 그림의 위치에 있고, A 의 중심 $(-10, 0)$ 은 x 축 위를 왼쪽에서 오른쪽으로, B 의 중심 $(0, 8)$ 은 y 축 위를 위에서 아래로 매초 1 의 속도로 움직일 때, 원 A, B 가 최초로 접할 때와 두 번째 접할 때 각각의 시간은?



① $t = 2, 4$

② $t = 4, 6$

③ $t = 8, 10$

④ $t = 12, 14$

⑤ $t = 16, 18$

42. 두 원 $x^2 + y^2 - 2y = 0$, $x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$ 의 교점을 지나는 원의 넓이의 최솟값은?

① $\frac{\pi}{2}$

② π

③ $\frac{3}{2}\pi$

④ 2π

⑤ $\frac{5}{2}\pi$

43. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 밖의 한 점 $P(3, 1)$ 에서 이 원에 그은 두 접선의 접점을 A, B 라 할 때, 두 점 A, B 를 지나는 직선의 방정식은?

① $x - 3y = 4$

② $3x - y = 4$

③ $x + 3y = 4$

④ $3x + y = 4$

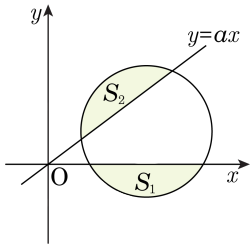
⑤ $3x + 2y = 4$

44. 두 원 $x^2 + y^2 + 2x - 2my + m^2 - 4 = 0$, $x^2 + y^2 - 2mx - 2y + m^2 - 8 = 0$
이 직교할 때 m 의 값을 구하여라.

 답: _____

 답: _____

45. 아래 그림에서 원 $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 직선 $y = ax$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 = S_2$ 일 때, $100a$ 의 값을 구하면?



답: _____

46. 다음 중 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 에 접하고 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $x + \sqrt{3}y = 1$

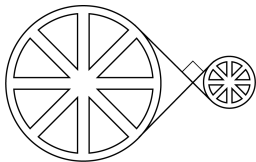
② $\sqrt{3}x + y = 1$

③ $x - \sqrt{3}y = -1$

④ $\sqrt{3}x - y = -3$

⑤ $x + y = 2$

47. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6, 2 인 두 원판을 ∞ 모양으로 벨트를 채웠는데 가운데 부분이 수직으로 만난다고 한다. 이 벨트의 길이를 $a + b\pi$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



답: _____

48. 직선 $4x - 3y - 15 = 0$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 이르는 거리의 최대값을 m , 최소값을 n 이라 할 때, $m - n$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

49. 두 점 $A(-4, 0)$, $B(2, 0)$ 으로부터의 거리의 비가 $2 : 1$ 인 점이 나타내는 도형 위에 점 P 가 존재한다. $\triangle ABP$ 의 넓이의 최대값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

