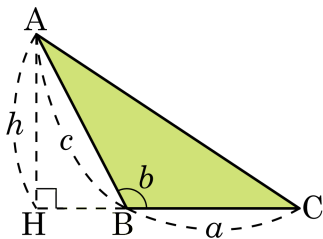


1. 다음은 둔각삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기가 주어질 때, 그 삼각형의 넓이를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것은?



△ABC 에서 $\angle ABH = 180^\circ - \angle B$

$\sin(180^\circ - \angle B) = \frac{\square}{\square}$ 이므로 $h = \square \times \square$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ac \sin(180^\circ - \angle B)$$

① $\frac{h}{a}, a, \sin(180^\circ - \angle B)$

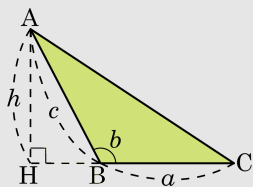
② $\frac{c}{a}, a, \sin(180^\circ - \angle B)$

③ $\frac{h}{c}, c, \cos(180^\circ - \angle B)$

④ $\frac{c}{h}, c, \sin(180^\circ - \angle B)$

⑤ $\frac{h}{c}, c, \sin(180^\circ - \angle B)$

해설



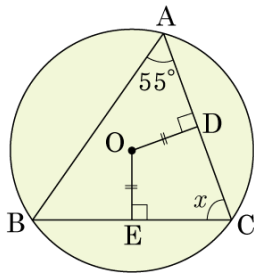
△ABC 에서 $\angle ABH = 180^\circ - \angle B$

$\sin(180^\circ - \angle B) = \frac{h}{c}$ 이므로

$$h = c \times \sin(180^\circ - \angle B)$$

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ac \sin(180^\circ - \angle B)$ 이다.

2. 다음 그림의 원 O 에서 $\angle CAB = 55^\circ$ 일 때,
 $\angle ACB$ 의 크기는?



① 50°

② 55°

③ 60°

④ 65°

⑤ 70°

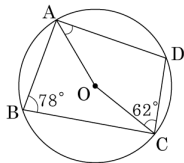
해설

중심에서 현에 내린 수선의 길이가 같으므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$, 따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

$$\therefore x = 180^\circ - 55^\circ \times 2 = 70^\circ$$

3. 다음 $\square ABCD$ 가 원 O 에 내접할 때, $\angle OAD$ 의 크기를 구하면?



① 40°

② 42°

③ 44°

④ 46°

⑤ 48°

해설

$$\angle D = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$$

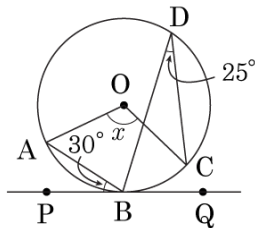
$$\angle AOC = 2 \times 78^\circ = 156^\circ$$

$$\therefore \angle OAD = 360^\circ - 156^\circ - 102^\circ - 62^\circ = 40^\circ$$

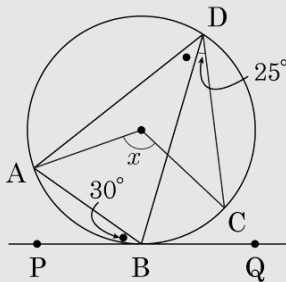
4. 다음 그림에서 직선 PQ가 원 O의 접선이고 점 B가 접점일 때, $\angle AOC$ 의 크기는?

① 95° ② 100° ③ 105°

④ 110° ⑤ 115°



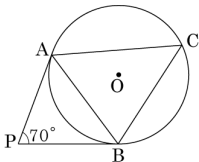
해설



$$\angle ABP = \angle ADB = 30^\circ \text{ 이므로 } \angle ADC = 55^\circ$$

$$\therefore x = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$$

5. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 70^\circ$ 일 때, $\angle BCA$ 의 크기는?



① 40°

② 45°

③ 50°

④ 55°

⑤ 60°

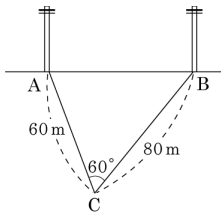
해설

$\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle PBA = (180^\circ - 70^\circ) \div 2 = 55^\circ$$

$$\therefore \angle BCA = 55^\circ$$

6. 학교 건물을 사이에 두고 두 지점 A, B 에 전봇대가 있는데. 전봇대 사이의 거리를 알아보려고 다음 그림과 같이 측정하였다, 두 전봇대 A, B 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : $20\sqrt{13}$ m

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면 $\triangle ACH$ 에서

$$\overline{AH} = 60 \times \sin 60^\circ = 30\sqrt{3} \text{ (m)}$$

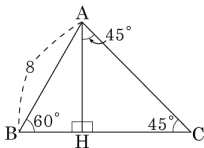
$$\overline{CH} = 60 \times \cos 60^\circ = 30 \text{ (cm)}$$

$$\triangle ABH \text{ 에서 } \overline{BH} = 80 - 30 = 50 \text{ (m)}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{BH}^2}$$

$$= \sqrt{(30\sqrt{3})^2 + (50)^2} = 20\sqrt{13} \text{ (m)}$$

7. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

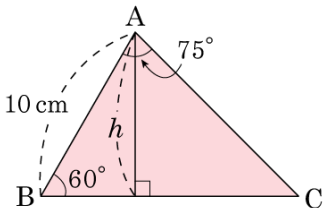
▶ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$$\overline{AH} = 8 \times \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\cos 45^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{6} \text{ 이다.}$$

8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 75^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\overline{AB} = 10$ cm 일 때, h 의 길이를 구하면?



① $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm

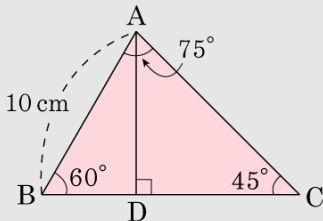
② 10 cm

③ $\frac{10 + 5\sqrt{3}}{2}$ cm

④ $5\sqrt{3}$ cm

⑤ $\frac{10 + 5\sqrt{2}}{2}$ cm

해설

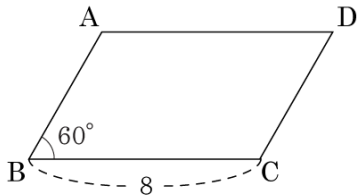


그림과 같이 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면,

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AD}}{10} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AD} = 10 \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD의 넓이가 $36\sqrt{3}$ 일 때, 평행사변형 ABCD의 둘레의 길이는?



① 32

② 34

③ 36

④ 40

⑤ 42

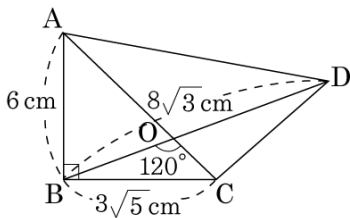
해설

$$\overline{AB} = x \text{ 라 하면 } x \times 8 \times \sin 60^\circ = 36\sqrt{3}$$

$$x = 9$$

따라서 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 9) = 34$ 이다.

10. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AB} = 6\text{ cm}$, $\overline{BC} = 3\sqrt{5}\text{ cm}$, $\overline{BD} = 8\sqrt{3}\text{ cm}$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

cm^2

▶ 정답 : 54cm^2

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{5})^2} = \sqrt{81} = 9(\text{cm})$$

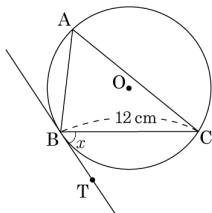
$\square ABCD$ 의 넓이

$$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 54(\text{cm}^2)$$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 원 O 에 내접하고 $\overleftrightarrow{BT}$ 는 원 O 의 접선이다.
 $\angle CBT = x$ 라 하면 $\sin x = \frac{3}{4}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?



① 12cm

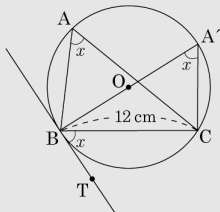
② 14cm

③ 16cm

④ 18cm

⑤ 20cm

해설



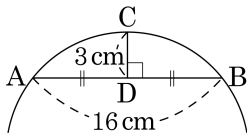
$$\angle A = \angle A' = \angle CBT = x$$

$$\sin x = \frac{12}{\overline{A'B}} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \overline{A'B} = 16(\text{cm})$$

따라서 원 O 의 지름은 16(cm) 이다.

12. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 원의 일부분이다.
 $\overline{AB} = 16$, $\overline{CD} = 3$, $\overline{CD} \perp \overline{AB}$, $\overline{AD} = \overline{BD}$
 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{73}{6}$

해설

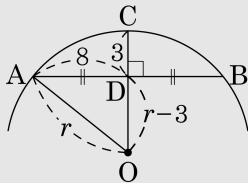
반지름의 길이를 r 라 하면

$$r^2 = (r - 3)^2 + 8^2$$

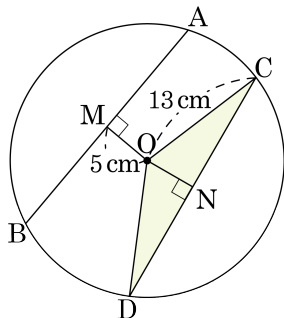
$$r^2 = r^2 - 6r + 9 + 64$$

$$6r = 73$$

$$\therefore r = \frac{73}{6}$$



13. 다음 그림의 원 O 에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{AB} = \overline{CD}$)



① 35cm^2

② 40cm^2

③ 52cm^2

④ 60cm^2

⑤ 72cm^2

해설

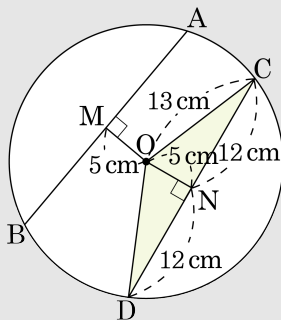
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

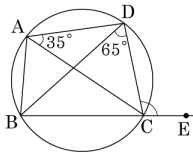
$$\overline{CN} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

또한, $\overline{CN} = \overline{DN} = 12\text{cm}$

$$\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60(\text{cm}^2)$$



14. 다음 그림에서 $\angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—[°]

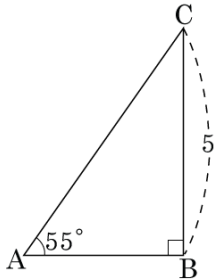
▷ 정답 : 100°

해설

$$\angle BDC = \angle BAC = 65^{\circ}$$

$$\therefore \angle DCE = \angle BAD = 65^{\circ} + 35^{\circ} = 100^{\circ}$$

15. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\angle A = 55^\circ$, $\overline{BC} = 5$ 일 때, 다음 보기 중 $\overline{AB}$ 의 길이를 나타내는 것을 구하여라.



보기

㉠ $5 \sin 55^\circ$

㉡ $5 \cos 55^\circ$

㉢ $5 \tan 55^\circ$

㉤ $\frac{5}{\sin 55^\circ}$

㉦ $\frac{5}{\tan 55^\circ}$

▶ 답 :

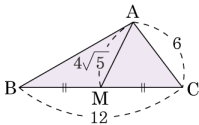
▶ 정답 : ㉦

해설

$$\tan 55^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\tan 55^\circ} = \frac{5}{\tan 55^\circ} \text{ 이다.}$$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC 의 중점을 M , $\overline{BC} = 10$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AM} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{5}$

해설

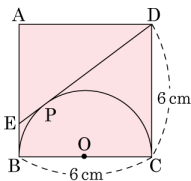
$\overline{AC} = \overline{MC} = 5$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형이다.
꼭짓점 C 에서 변 AM 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{CH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4$$

$\triangle AMC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 4 = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin C$ 이고, $\sin C = \frac{4\sqrt{5}}{9}$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin C \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \frac{4\sqrt{5}}{9} = 16\sqrt{5} \end{aligned}$$

17. 다음 그림에서 □ABCD는 한 변의 길이가 6cm인 정사각형이다. $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



① $\frac{9}{2}$ cm
④ $\frac{27}{2}$ cm

② $\frac{25}{2}$ cm
⑤ $\frac{15}{4}$ cm

③ 13 cm

해설

$$\overline{EP} = \overline{EB} = x$$

$$\overline{AE} = 6 - x$$

△AED에서

$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2$$

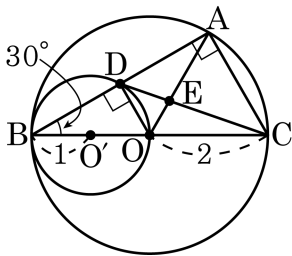
$$(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 6^2$$

$$24x = 36$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

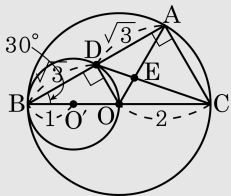
$$\text{따라서 } \overline{AE} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2} (\text{cm})$$

18. 다음 그림의 원 O 의 지름은 4, 원 O' 의 지름은 2, $\angle ABC = 30^\circ$ 이다. 이때, $\overline{OE}$ 의 길이는?



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

해설



$\overline{AD} = \overline{BD} = \sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 2$ 이므로 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$$\overline{AO} = 2$$

$$\therefore \overline{OE} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

19. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 경우가 아닌 것을 골라라.

보기

㉠ $\angle A + \angle C = 180^\circ$

㉡ $\angle B = \angle C, \overline{AC} \parallel \overline{BD}$

㉢ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 P에 대하여 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

㉣ $\angle B = 180^\circ - \angle D$

㉤ $\angle BAC = \angle BDC$

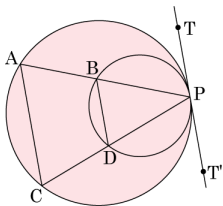
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

㉡ $\angle B = \angle C, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\square ABCD$ 가 원에 내접한다.

20. 다음 그림에서 점 P는 두 원의 접점이고 직선 TT'는 점 P를 지나는 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle PDB = \angle PCA$

② $\angle BPT = \angle ACP$

③ $\angle BPT = \angle BDP$

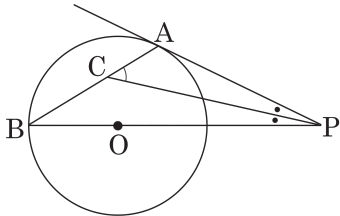
④ $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$

⑤ $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{AB} : \overline{BP}$

해설

⑤ $\triangle APC \sim \triangle BPD$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{PA}$

21. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



① 25°

② 30°

③ 45°

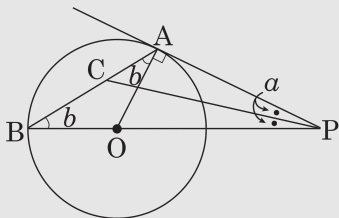
④ 50°

⑤ 60°

해설

점 A 와 점 O 를 연결하면

$$\angle OAP = 90^\circ$$



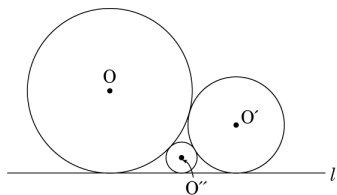
$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90^\circ + 2(a + b) = 180^\circ$

$$\therefore a + b = 45^\circ$$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

$$\therefore \angle PCA = a + b = 45^\circ$$

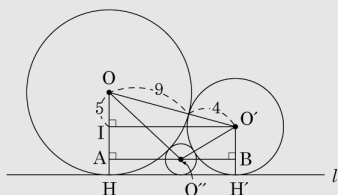
22. 다음 그림과 같이 두 원 O , O' 이 서로 외접하고, 원 O'' 이 이 두 원과 외접하면서 공통외접선 l 과 접한다. 두 원 O , O' 의 반지름이 각각 9, 4 이고 원 O'' 의 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $50r$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설



다음 그림과 같이 두 원의 중심 O , O' 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 H , H' 라 하고, 중심 O' 에서 $\overline{OH}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하면 $\triangle IOO'$ 에서 $\overline{OO'} = 9 + 4 = 13$, $\overline{OI} = 9 - 4 = 5$ 이므로 $\overline{IO'} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

원의 중심 O'' 에서 $\overline{OH}$ 와 $\overline{O'H'}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A , B 라 하면 삼각형 AOO' 에서

$\overline{OO''} = r + 9$, $\overline{OA} = 9 - r$ 이므로

$$\overline{AO''} = \sqrt{(r+9)^2 - (9-r)^2} = 6\sqrt{r}$$

삼각형 $O'O''B$ 에서

$\overline{O'O''} = 4 + r$, $\overline{O'B} = 4 - r$ 이므로

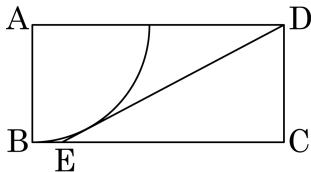
$$\overline{O''B} = \sqrt{(4+r)^2 - (4-r)^2} = 4\sqrt{r}$$

여기서 $\overline{IO'} = \overline{AO''} + \overline{O''B} = 6\sqrt{r} + 4\sqrt{r} = 10\sqrt{r} =$

$$12 \quad \therefore r = \frac{36}{25}$$

따라서 $50r = 72$ 이다.

23. 다음 그림은 직사각형 ABCD 에서 점 A 를 중심으로 사분원을 그린 것이다. 점 D 에서 사분원에 그은 접선과 선분 BC 가 만나는 점을 E 라 하고 직사각형의 가로, 세로의 길이가 각각 13, 5 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

점 D 에서 사분원에 그은 접선의 접점을 P 라 하고 보조선 AP 를 그으면

$$\overline{AP} = \overline{AB} = 5 \text{ (원의 반지름)}$$

$$\text{삼각형 APD 에서 } \overline{DP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

$$\text{이 때 } \overline{EC} = x \text{ 라 하면 } \overline{BE} = \overline{DE} = 13 - x$$

$$\therefore \overline{DE} = 12 + 13 - x = 25 - x$$

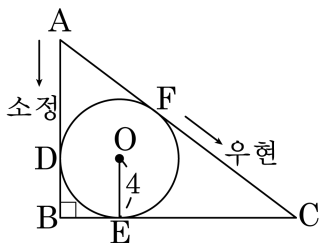
삼각형 DEC 에서

$$(25 - x)^2 = x^2 + 5^2$$

$$625 - 50x + x^2 = x^2 + 25$$

$$\therefore x = 12$$

24. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 모양의 호수에 접하는 직각삼각형 모양의 길이 있다. 우현이는 F 지점을 출발하여 C 지점을 지나 E 지점까지 가고, 소정이는 A 지점을 출발하여 B 지점을 지나 E 지점까지 갔다. 두 사람의 걸린 시간은 같고 우현이의 속력이 소정이의 속력의 2 배일 때, 우현이가 걸은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16 + 8\sqrt{3}$

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$, $\overline{CE} = \overline{CF} = y$ 라 하고 우현이의 속력이 소정이의 속력의 2 배이고

두 사람이 걸린 시간은 같으므로

$$\overline{FC} + \overline{CE} = 2 \times (\overline{AD} + 4 + 4), \quad 2y = 2(x + 8)$$

$$\therefore y = x + 8, x = y - 8 \cdots \textcircled{1}$$

$$\triangle ABC \text{ 에서 } (x + 4)^2 + (y + 4)^2 = (x + y)^2$$

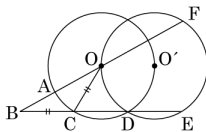
$$\therefore 4x + 4y + 16 = xy \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } y^2 - 16y + 16 = 0, \therefore y = 8 \pm 4\sqrt{3}$$

$$\text{이때 } x > 0 \text{ 이므로 } y = 8 + 4\sqrt{3}$$

따라서 우현이가 걸은 거리는 $2 \times (8 + 4\sqrt{3}) = 16 + 8\sqrt{3}$ 이다.

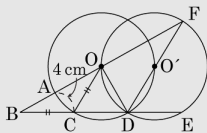
25. 다음 그림과 같이 크기가 같은 두 원 O, O' 이 서로 중심을 지나고 있다.
 $\overline{BC} = \overline{OC}$ 이고 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 4\text{cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{DEF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 24cm

해설



$\angle AOC = \angle ABC = x$ 라 하면

$\angle OCD = \angle ODC = 2x$ 이다.

$\angle FOD$ 는 $\triangle OBD$ 의 외각이므로

$\angle FOD = 3x$ 이다.

원 O' 에서 $5.0\text{pt}\widehat{DEF}$ 의 중심각 $\angle DO'F = 6x$ 이다.

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{DEF} = 1 : 6$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{DEF} = 6 \times 4 = 24(\text{cm})$$