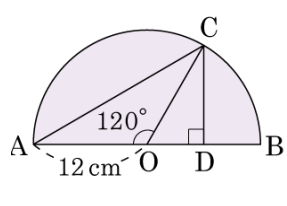


1. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고 $\angle AOC = 120^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$, $\overline{AO} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOC$ 의 넓이는?

- ① $12\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $24\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ③ $36\sqrt{3}\text{cm}^2$ ④ $48\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ⑤ $60\sqrt{3}\text{cm}^2$

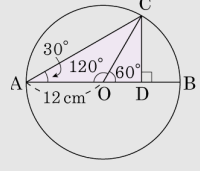


해설

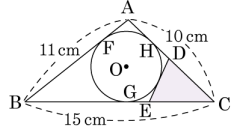
$$(\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times \overline{AO} \times \overline{CD}$$

$$\overline{CD} = 12 \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$$

따라서 $\triangle AOC = \frac{1}{2} \times 12 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.



2. 다음 그림과 같이 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 $\overline{DE}$ 는 원 O에 접한다. $\overline{AB} = 11\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 일 때, $\triangle DEC$ 의 둘레의 길이는?

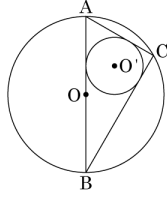


- ① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

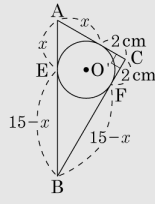
$$\begin{aligned} (\triangle CDE \text{의 둘레}) &= \overline{CG} + \overline{CH} = 2\overline{CG} \\ \overline{CG} &= x \text{ 라 하면} \\ \overline{BF} &= \overline{BG} = 15 - x, \overline{AF} = \overline{AH} = 10 - x \\ \overline{AB} &= 15 - x + 10 - x = 11 \quad \therefore x = 7 \\ \therefore (\triangle CDE \text{의 둘레}) &= 2\overline{CG} = 2 \times 7 = 14 \end{aligned}$$

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 15cm 이고 내접원의 지름의 길이는 4cm 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (단, $\angle C$ 는 직각이다.)



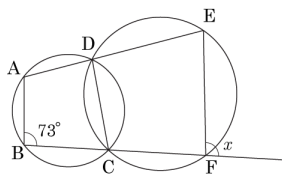
- ① 31cm^2 ② 32cm^2 ③ 33cm^2
 ④ 34cm^2 ⑤ 35cm^2

해설



$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times (15 \times 2 + 2 \times 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 34 \\ &= 34(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 $\angle B = 73^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



- ① 57° ② 65° ③ 73° ④ 90° ⑤ 107°

해설

원에 내접하는 사각형은 두 대각의 합이 180° 이고

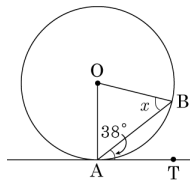
$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle CDE = \angle B = 73^\circ$$

$\square CDEF$ 가 원에 내접하므로

$$\angle x = \angle CDE = 73^\circ$$

5. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O의 접선이고 점 A는 접점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



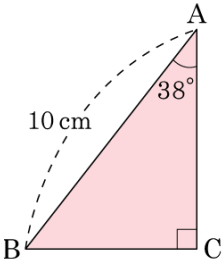
▶ 답: ①

▶ 정답 : 52°

해설

$5.0\text{pt}\widehat{\text{AB}}$ 에 대한 원주각의 크기는 $\angle\text{BAT}$ 와 같으므로 $\angle\text{AOB} = 2\angle\text{BAT} = 76^\circ$
 $\therefore \angle x = (180^\circ - 76^\circ) \div 2 = 52^\circ$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.
(단, $\sin 38^\circ = 0.62$, $\cos 38^\circ = 0.79$)



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 24.49 cm²

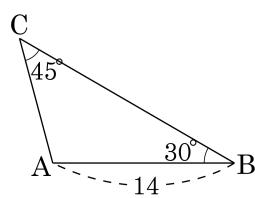
해설

$$\sin 38^\circ = \frac{\overline{BC}}{10}, \cos 38^\circ = \frac{\overline{AC}}{10} \text{ 이므로 } \overline{BC} = 6.2, \overline{AC} = 7.9$$

따라서 구하고자 하는 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6.2 \times 7.9 = 24.49(\text{cm}^2)$ 이다.

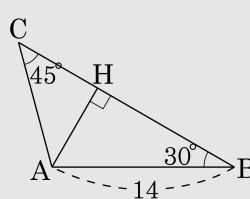
7. 다음과 같은 삼각형 ABC 에서, $\overline{AB} = 14$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이로 알맞은 것은?

- ① $5\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $7\sqrt{2}$
 ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{2}$



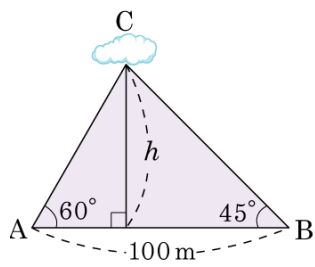
해설

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$$\begin{aligned}\overline{BH} &= 14 \cos 30^\circ = 14 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3} \\ \overline{AH} &= 14 \sin 30^\circ = 14 \times \frac{1}{2} = 7 \\ \overline{CH} &= \overline{AH} = 7 \\ \overline{AC} &= 7\sqrt{2}\end{aligned}$$

8. 다음 그림과 같이 100 m 떨어진 두 지점 A, B 에서 하늘에 떠있는 구름 C를 올려다본 각도가 각각 60° , 45° 였다. 이 때, 구름의 높이 h 는?



- ① 100 m ② $50\sqrt{3}$ m
③ $100\sqrt{3}$ m ④ $100(\sqrt{3} - 1)$ m
⑤ $50(3 - \sqrt{3})$ m

해설

점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 구름의 높이를 h 라 하면

직각삼각형 ACH 에서 $\angle ACH = 30^\circ$ 이므로

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}, \overline{AH} = \overline{CH} \times \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}h$$

또, 직각삼각형 BCH 에서 $\angle BCH = 45^\circ$ 이므로

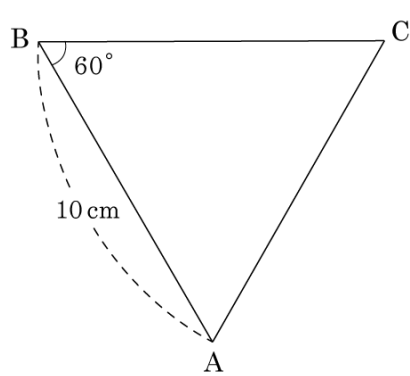
$$\tan 45^\circ = \frac{\overline{\text{BH}}}{\overline{\text{CH}}}, \overline{\text{BH}} = \overline{\text{CH}} \times \tan 45^\circ = h$$

○이 때, $\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = \frac{h}{\sqrt{3}} + h = 100$

$$\therefore h = \frac{100\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = 50(3 - \sqrt{3}) \text{ m}$$

9. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC가 있다. 넓이가 36cm^2 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

- ① $\frac{21\sqrt{3}}{5}\text{cm}$
 ② $\frac{22\sqrt{3}}{5}\text{cm}$
 ③ $\frac{23\sqrt{3}}{5}\text{cm}$
 ④ $\frac{24\sqrt{3}}{5}\text{cm}$
 ⑤ $\frac{26\sqrt{3}}{5}\text{cm}$

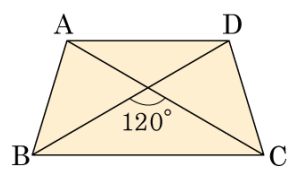


해설

$$\frac{1}{2} \times 10 \times \overline{BC} \times \sin 60^\circ = 36$$

$$\overline{BC} = 36 \times 2 \times \frac{1}{10} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{24\sqrt{3}}{5}(\text{cm})$$

10. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 두 대각선이 이루는 각이 120° 이고 넓이가 $8\sqrt{3}\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



- ① 4 cm ② $4\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $4\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $4\sqrt{6}\text{cm}$ ⑤ 8 cm

해설

등변사다리꼴의 두 대각선의 길이가 같고, 등변사다리꼴의 넓이는 $8\sqrt{3}\text{cm}^2$ 이므로

$\overline{AC} = \overline{BD} = x\text{cm}$ 라 하면

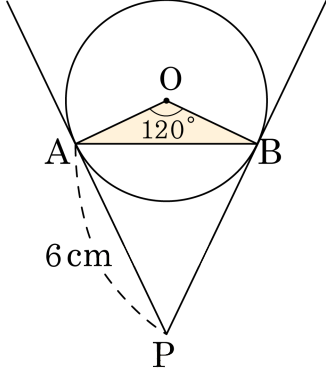
$$\frac{1}{2}x^2 \times \sin 60^\circ = 8\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 8\sqrt{3}$$

$$x^2 = 32$$

$$\therefore x = 4\sqrt{2} \quad (\because x > 0)$$

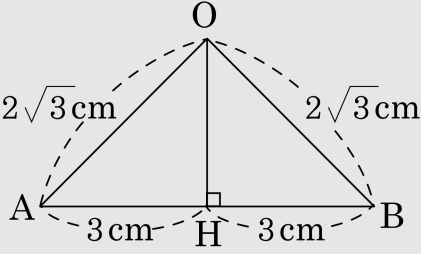
11. 다음 그림에 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle APB = 60^\circ$, $\overline{AP} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는?



- ① 4cm^2 ② $3\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ 10cm^2
 ④ $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\text{cm}^2$

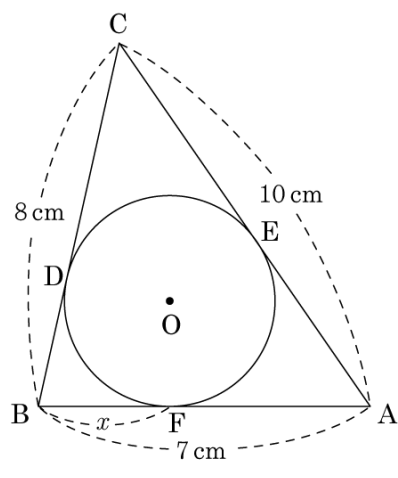
해설

$\angle APB = 60^\circ$, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 정삼각형이다. 따라서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이다.



$\overline{PO}$ 를 그으면 $\triangle OAP$ 에서 $\angle OPA = 30^\circ$, $\angle AOP = 60^\circ$
 $\overline{AO} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = \overline{AO} : 6 \quad \therefore \overline{AO} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$
 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로 점 O 에서 내린 수선의 발을 H 라 할 때,
 $\overline{OH} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (3)^2} = \sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.
 $\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

12. 다음은 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 O 를 그린 것이다. 이때, x 의 길이는 얼마인가?



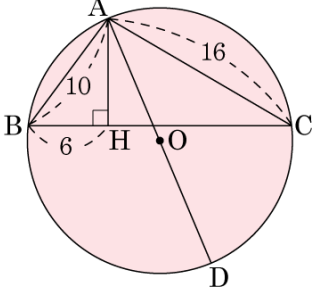
- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \overline{CE} + \overline{AE} \\ &= (8 - x) + (7 - x) \\ &= 15 - 2x = 10\end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

13. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 원 O 의 지름이고 $AH \perp BC$ 이다. $AB = 10$, $BH = 6$, $\overline{AC} = 16$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\triangle ABH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

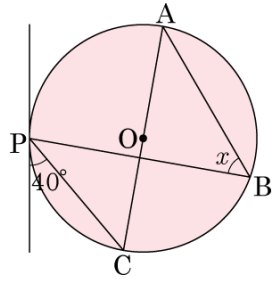
$\overline{AH} = 8$ 이다.

또한, $\overline{CD}$ 를 연결하면 원주각 $\angle H = \angle C = 90^\circ$, $\angle ABH = \angle ADC$ (5.0ptAC의 원주각) 으로 같으므로

$\triangle ABH \sim \triangle ADC$

따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AH} : \overline{AC} \Rightarrow 10 : \overline{AD} = 8 : 16$ 이므로 $\overline{AD} = 20$ 이다.

14. 다음 그림에서 점 P 는 원의 접점일 때, x 의 값을 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



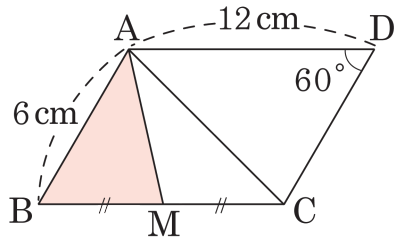
▶ 답 : 0

▶ 정답 : 50°

해설

점 P 와 점 A 를 이으면
 $\angle PAC = 40^\circ$, $\angle PCA = 50^\circ$
 $\angle PCA = \angle PBA$
 (: 한 호에 대한 원주각의 크기는 같다.)
 $\therefore x = 50^\circ$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\triangle ABM$ 의 넓이를 구하면?



- ① $9\sqrt{2}\text{ cm}^2$ ② $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ③ $10\sqrt{2}\text{ cm}^2$
④ $10\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ⑤ 10 cm^2

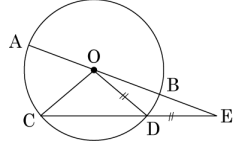
해설

$\square ABCD = 12 \times 6 \times \sin 60^\circ$
 $= 12 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 36\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

$\therefore \triangle ABM = \frac{1}{4} \square ABCD$
 $= \frac{1}{4} \times 36\sqrt{3}$
 $= 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

The diagram shows a parallelogram ABCD. The base BC is horizontal. The side AD is parallel to BC and has a length of 12 cm. The side AB has a length of 6 cm. The angle at vertex D is 60 degrees. M is the midpoint of BC. Triangle ABM is shaded in gray.

16. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 $\overline{AB}$ 와 현 CD 의 연장선의 교점을 E 라 하고 $\widehat{DO} = \widehat{DE}$, $\angle E = 30^\circ$ 라고 할 때, $(5.0\text{pt}\widehat{AC} \text{의 길이}) : (5.0\text{pt}\widehat{BD} \text{의 길이})$ 는?



- ① 2 : 1 ② 2 : 3 ③ 3 : 1 ④ 4 : 3 ⑤ 5 : 3

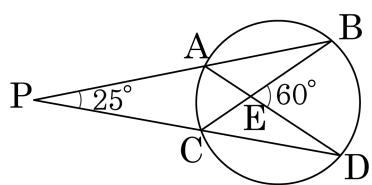
해설

$\angle BOD = 30^\circ$ ($\because \widehat{DE} = \widehat{DO}$)
 $\angle ODC = 60^\circ$ (삼각형의 외각의 성질)
 $\angle OCD = 60^\circ$ ($\because \widehat{OD} = \widehat{OC} =$ 반지름)

$$\therefore \angle AOC = \angle OCE + \angle BED = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{BD} = \angle AOC : \angle BOD = 90^\circ : 30^\circ = 3 : 1$$

17. 다음 그림에서 $\angle P = 25^\circ$, $\angle BED = 60^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



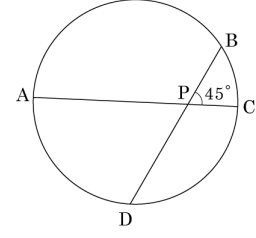
▶ 답: 0

▶ 정답 : 17.5°

해설

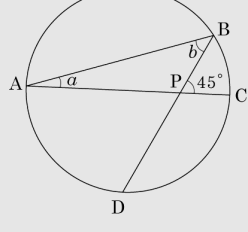
$\triangle AEB$ 에서
 $\angle ABC = x$ 라면
 $25^\circ + x + x = 60^\circ$
 $2x = 35^\circ \therefore x = 17.5^\circ$

18. 다음 그림의 원에서 두 현 AC, BD의 교점을 P라 하자. $\angle BPC = 45^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 길이는 이 원의 둘레의 길이의 몇 배인가?



- ① $\frac{1}{2}$ 배 ② $\frac{1}{3}$ 배 ③ $\frac{1}{4}$ 배 ④ $\frac{1}{5}$ 배 ⑤ $\frac{1}{8}$ 배

해설

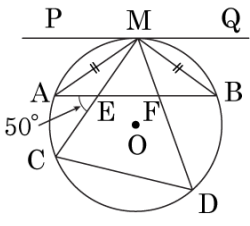


선분 AB를 긋고, $5.0\text{pt}\widehat{AD}$ 의 원주각을 a° , $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 원주각을 b° 라 하면 $a^\circ + b^\circ = 45^\circ$

$5.0\text{pt}\widehat{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 원주각의 합이 45° 이므로 그들의 중심각의 합은 90° 이다.

따라서 원의 둘레는 호의 길이에 비례하므로 $90^\circ = 360^\circ \times \frac{1}{4}$ 이다.

19. 다음 그림의 원 O에서 점 M은 호 AB의 중점이고 PQ는 접선이다. $\angle AEC = 50^\circ$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?

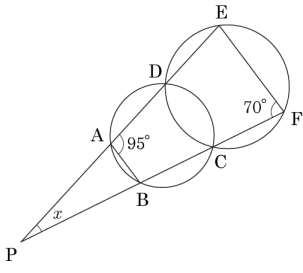


- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

외각의 성질을 이용해서
 $\angle MAE + \angle AME = 50^\circ$
 $\angle MAE = \angle MBE (\because \overline{AM} = \overline{BM})$
 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.
 $\angle MBA = \angle AMP$
 $\therefore \angle PMC = 50^\circ$
 $\angle PMC = \angle D$
 $\therefore \angle D = 50^\circ$

20. 다음 그림에서 두 원은 두 점 C, D 에서 만나고, $\angle EFC = 70^\circ$, $\angle BAD = 95^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

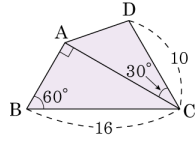


- ① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

보조선 CD 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해 $\angle DAB = \angle DCF = 95^\circ$ 이고 대각의 합 $\angle DEF = 180^\circ - \angle DCF = 85^\circ$ 이다.
따라서 $\angle x = 180^\circ - 70^\circ - 85^\circ = 25^\circ$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 차는?

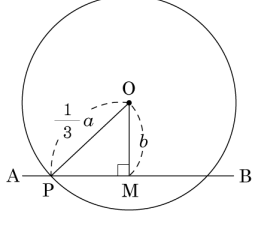


- ① 8 ② $8\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$
④ $52\sqrt{3}$ ⑤ $104\sqrt{3}$

해설

$\overline{AB} = 16 \cos 60^\circ = 8$
 $\overline{AC} = 16 \times \sin 60^\circ = 8\sqrt{3}$
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 \times \sin 60^\circ = 32\sqrt{3}$
 $\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 10 \times 8\sqrt{3} \times \sin 30^\circ = 20\sqrt{3}$
따라서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 차는 $\triangle ABC - \triangle ACD = 12\sqrt{3}$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 길이가 a 인 선분 AB의 중점 M에서의 수선과 원의 중심 O가 만난다. $\overline{OM} = b$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}a$ 인 원과 $\overline{AB}$ 가 만나는 한 점을 P라 한다. 선분 AP의 길이를 x 라 하고 선분 BP의 길이를 y 라 하면 $y = x + 2$, $xy = 35$ 의 식이 성립한다고 할 때, $a + b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\overline{OM} = b$, $\overline{OP} = \frac{1}{3}a$ 이므로

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{PM} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - b^2}$$

$\overline{BP} = y$

$$= \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

$\overline{AP} = x$

$$= \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

이때 $y = x + 2$, $xy = 35$ 이므로

$$y - x = \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} - \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= 2 \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} = 2$$

$$\therefore a^2 - 9b^2 = 9 \dots \textcircled{1}$$

$$xy = \left(\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right) \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 - 9b^2}{9}$$

$$= 35 \dots \textcircled{2}$$

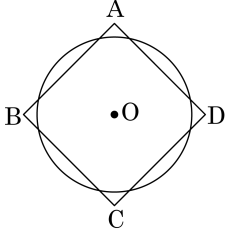
①을 ②에 대입하면 $a^2 = 144$

$\therefore a = 12 (\because a > 0)$

이를 ①에 대입하면 $b^2 = 15$

$$\therefore a + b^2 = 12 + 15 = 27$$

23. 다음 그림과 같이 원 O는 정사각형 ABCD의 각 변의 육등분점 중 각 꼭짓점에 가장 가까운 점들과 만난다. 원 O의 반지름의 길이가 13일 때, 정사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.

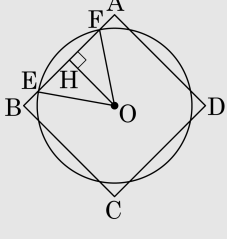


▶ 답 :

▷ 정답 : 468

해설

아래 그림에서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x 라 하면



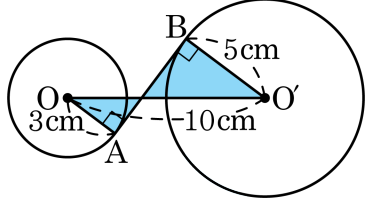
$$\overline{OH} = \frac{x}{2}, \overline{OF} = 13, \overline{EH} = \frac{x}{3} \text{ 이므로}$$

삼각형 OEH에서 피타고라스 정리에 의하여

$$13^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{3}\right)^2, x^2 = 468$$

$$\therefore \square ABCD = x \times x = x^2 = 468$$

24. 다음 그림과 같이 두 원 O, O'의 반지름의 길이가 각각 3cm, 5cm이고 $OO' = 10\text{cm}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

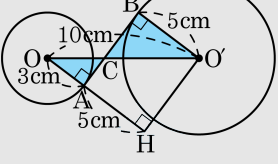


▶ 답 : cm^2

▶ 정답 : $\frac{51}{4} \text{ cm}^2$

해설

다음 그림과 같이 점 O'에서 $\overline{OA}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $AH = BO' = 5\text{cm}$

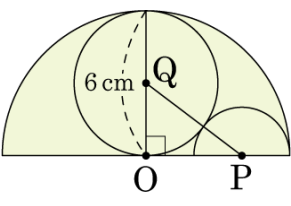


삼각형 OHO' 에서
 $\overline{O'H} = \overline{AB} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$
 이때 $\overline{OO'}$ 와 $\overline{AB}$ 의 교점을 C라 하면
 $\triangle OAC \sim \triangle OHO'$ (AA닮음) 이므로
 $3 : 8 = \overline{AC} : 6$
 $\therefore \overline{AC} = \frac{9}{4}, \overline{BC} = \frac{15}{4}$
 따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\triangle OAC + \triangle O'BC = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{9}{4} + \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4}$$

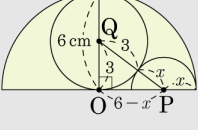
$$= \frac{51}{4} (\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

25. 다음 그림과 같이 반원 P 와 원 Q 가 외부에서 접하고 원 Q 가 반원 O 의 내부에서 접하고 있다. 원 Q 의 지름의 길이가 6 cm 일 때, 반원 P 의 반지름의 길이는?



- ① 1 cm
 ② 2 cm
 ③ 2.5 cm
- ④ 3 cm
 ⑤ 4 cm

해설



작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서
 $\overline{PQ} = 3 + x, \overline{OQ} = 3, \overline{OP} = 6 - x$
 $\therefore (x + 3)^2 = 3^2 + (6 - x)^2, 18x = 36$
 $\therefore x = 2$