

1. $0^\circ < A < 90^\circ$ 이고, $\sin A = \frac{3}{7}$ 일 때, $\cos A$ 의 값으로 적절한 것은?

① $\frac{\sqrt{10}}{7}$
 ④ $\frac{4\sqrt{10}}{7}$

② $\frac{2\sqrt{10}}{7}$
 ⑤ $\frac{5\sqrt{10}}{7}$

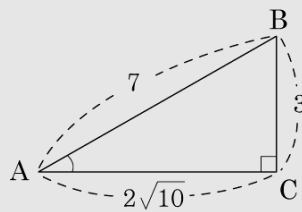
③ $\frac{3\sqrt{10}}{7}$

해설

$$\sin A = \frac{3}{7} \text{ 이면}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{49 - 9} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\cos A = \frac{2\sqrt{10}}{7}$$



2. 다음 식의 값은?

$$\frac{1}{2} \tan 45^\circ - 3\sqrt{2} \cos 60^\circ + \sqrt{3} \sin 60^\circ$$

① 1

② $\frac{4-3\sqrt{2}}{2}$

③ $\frac{4+3\sqrt{2}}{2}$

④ $\frac{4-3\sqrt{2}}{3}$

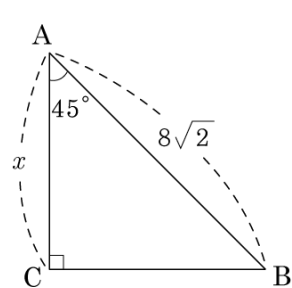
⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2} \times 1 - 3\sqrt{2} \times \frac{1}{2} + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{3}{2} \\ &= \frac{4-3\sqrt{2}}{2} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 x 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

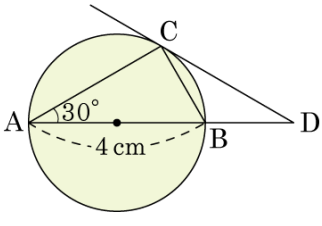


해설

$$\cos 45^\circ = \frac{x}{8\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad 2x = 16$$

$$\therefore x = 8$$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 위의 한 점 C 를 지나는 접선과 지름 AB 의 연장선과의 교점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$, $\angle BAC = 30^\circ$ 일 때, $\triangle CBD$ 의 넓이는?



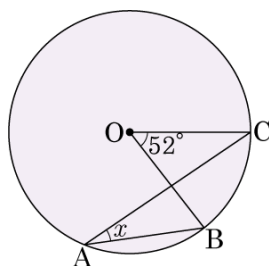
- ① $2\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$ ② $\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$ ③ $3\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$
 ④ $3\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$ ⑤ $\sqrt{5} \text{ (cm}^2\text{)}$

해설

$$\begin{aligned} \angle BCD &= \angle BAC = 30^\circ \\ \angle ACB &= 90^\circ \text{ 이므로 } \angle ABC = 60^\circ \\ \triangle CBD \text{ 에서} \\ \angle BDC &= \angle CBA - \angle BCD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ \\ \therefore \overline{BD} &= \overline{BC} = 4 \sin 30^\circ = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ (cm)} \\ \therefore (\triangle CBD \text{의 넓이}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin (180^\circ - 120^\circ) \\ &= \sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

- ① 26° ② 28° ③ 30°
④ 32° ⑤ 34°



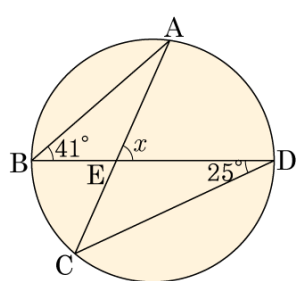
해설

호 BC에 대하여 $\angle BOC$ 는 중심각이고 $\angle CAB$ 는 원주각이다.

$$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \angle COB = 26^\circ$$

6. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

- ① 60° ② 62° ③ 64°
④ 66° ⑤ 68°



해설

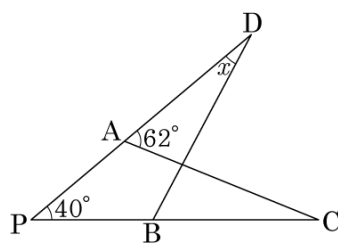
$$\angle ACD = \angle ABD = 41^\circ$$

$\triangle ECD$ 에서

$$\angle x = \angle ECD + \angle EDC = 41^\circ + 25^\circ = 66^\circ$$

7. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있기 위한 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

- ① 21° ② 22° ③ 23°
 ④ 24° ⑤ 25°



해설

$$\angle APC + \angle ACP = \angle DAC$$

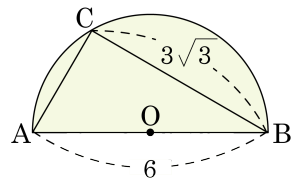
$$40^\circ + \angle ACP = 62^\circ$$

$$\therefore \angle ACP = 22^\circ$$

5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각은 같아야 하므로

$$\angle x = 22^\circ$$

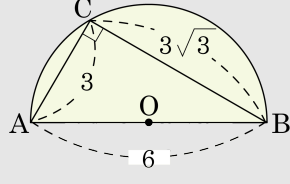
8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 가 지름인 반원 O에서 $\frac{\tan B}{\tan A}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설



지름에 대한 원주각은 90° 이므로 $\angle ACB = 90^\circ$

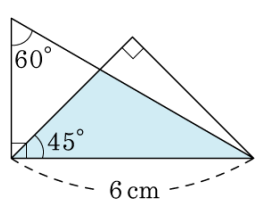
$\overline{AC} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{3})^2} = 3$ 이다.

$\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \sqrt{3}, \tan B = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 $\frac{\tan B}{\tan A} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 두 개의 삼각자를 겹쳤을 때, 겹쳐진 부분의 넓이를 구하여라.

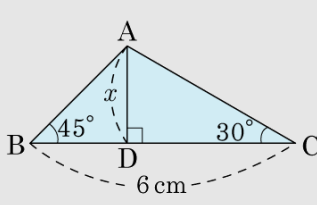
- ① $5(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$
- ② $7(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$
- ③ $9(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$
- ④ $11(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$
- ⑤ $22(\sqrt{2}-1)\text{cm}^2$



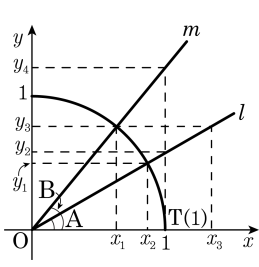
해설

$$\begin{aligned} \overline{AD} &= x \text{ 라 하면} \\ \overline{BD} &= x, \overline{DC} = \sqrt{3}x \\ \overline{BC} &= x + \sqrt{3}x = (1 + \sqrt{3})x = \\ &6 \text{ (cm)} \\ \overline{AD} &= 3(\sqrt{3}-1) \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 6 \times 3(\sqrt{3}-1) = 9(\sqrt{3}-1) \text{ (cm}^2\text{)}$$



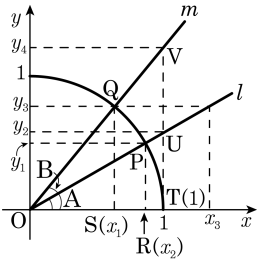
10. 다음 그림은 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1 인 사분원과 원점을 지나는 직선 l , m 을 그린 것이다. 직선 l , m 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 각각 A, B 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\sin A = y_1$ ② $\cos A = x_2$
 ③ $\tan A = y_3$ ④ $\cos B = x_1$
 ⑤ $\tan B = y_4$

해설

- ① $\sin A = \frac{\overline{PR}}{\overline{OP}} = \frac{\overline{PR}}{1} = y_1$
 ② $\cos A = \frac{\overline{OR}}{\overline{OP}} = \frac{\overline{OR}}{1} = x_2$
 ③ $\tan A = \frac{\overline{TU}}{\overline{OT}} = \frac{\overline{TU}}{1} = y_2$
 ④ $\cos B = \frac{\overline{OS}}{\overline{OQ}} = \frac{\overline{OS}}{1} = x_1$
 ⑤ $\tan B = \frac{\overline{VT}}{\overline{OT}} = \frac{\overline{VT}}{1} = y_4$



11. $\cos(2x + 40^\circ) = \frac{1}{2}$ 일 때, $\tan 6x$ 의 값은? (단, $0^\circ < x < 90^\circ$)

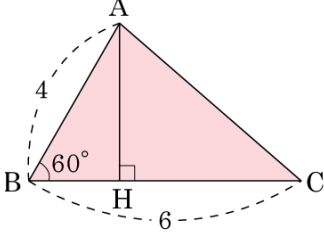
- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 3

해설

$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ 이므로 $2x + 40^\circ = 60^\circ$, $x = 10^\circ$ 이다.

$\therefore \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 높이 $\overline{AH}$ 의 길이를 구하면?

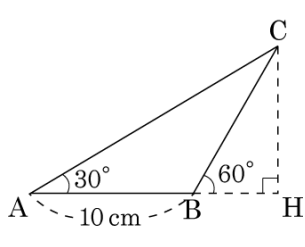


- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH}$ 를 구하기 위해서 $\triangle ABH$ 에서 $\sin 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} =$
 $\frac{\overline{AH}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{AH} = 2\sqrt{3}$ 이다.

13. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBH = 60^\circ$ 이다. $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

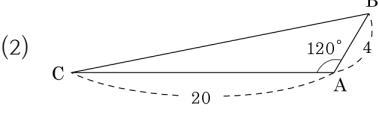
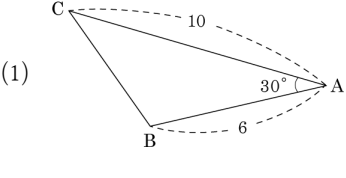
▷ 정답 : $5\sqrt{3}$ cm

해설

$$\overline{AB} = \overline{BC} = 10(\text{cm})$$

$$\overline{CH} = 10 \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

14. 다음 그림을 보고 두 삼각형 ABC의 넓이는?



- ① (1)12(2)18 $\sqrt{3}$ ② (1)12(2)20 $\sqrt{3}$ ③ (1)14(2)18 $\sqrt{3}$
④ (1)14(2)20 $\sqrt{3}$ ⑤ (1)15(2)20 $\sqrt{3}$

해설

(1) $\frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \sin 30^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$

(2) $\frac{1}{2} \times 20 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$
 $= \frac{1}{2} \times 20 \times 4 \times \sin 60^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 20 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

15. 이웃하는 두 변의 길이가 각각 4, 10 인 평행사변형의 넓이가 20 일 때, 평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기가 각각 a° , b° 이다. $b - a$ 의 값을 구하여라. (단, $a < b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

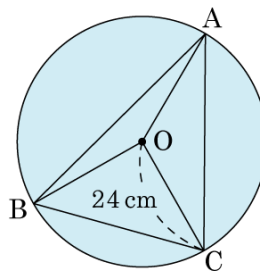
해설

그림에서 평행사변형의 넓이는 $4 \times 10 \times \sin x = 20$

$$\sin a = \frac{1}{2}, a = 30$$

따라서 $b = 150$ 이므로 $b - a = 120$ 이다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ 이고 원 O 의 반지름의 길이가 24cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

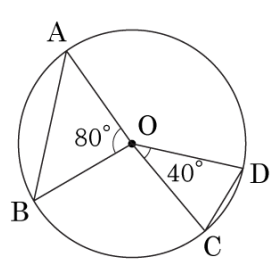


- ① $264(2 + \sqrt{3})$
 ② $144(3 + \sqrt{3})$
 ③ $149(2 + \sqrt{2})$
 ④ $288(2 + \sqrt{3})$
 ⑤ $288(3 + \sqrt{3})$

해설

$$\begin{aligned}
 &\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5 \text{ 이므로} \\
 &\angle BOC = 90^\circ, \angle AOC = 120^\circ, \angle AOB = 150^\circ \\
 &(\triangle ABC \text{의 넓이}) \\
 &= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle AOC \\
 &= \frac{1}{2} \times 24^2 \times \sin(180^\circ - 150^\circ) + \frac{1}{2} \times 24^2 \times \sin 90^\circ \\
 &\quad + \frac{1}{2} \times 24^2 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) \\
 &= \frac{1}{2} \times 24^2 \times (\sin 30^\circ + \sin 90^\circ + \sin 60^\circ) \\
 &= \frac{1}{2} \times 24^2 \times \left(\frac{1}{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\
 &= 144(3 + \sqrt{3}) (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

17. 다음 그림에서 $\angle AOB = 80^\circ$, $\angle COD = 40^\circ$ 일 때, 항상 옳은 것은?



- ① $\triangle AOB = 2\triangle COD$

② $\overline{OA} = \overline{CD}$

③ $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 25.0\text{pt}\widehat{CD}$

④ $\overline{AB} > 2\overline{CD}$

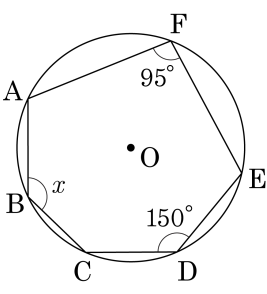
⑤ $\overline{AB} = 2\overline{CD}$

해설

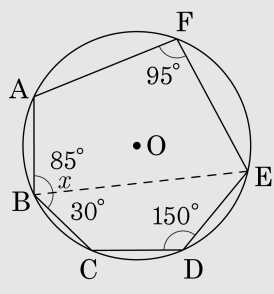
중심각과 호의 길이는 정비례하고,
중심각과 현의 길이는 정비례하지 않는다.

18. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 육각형에서 $\angle D = 150^\circ$, $\angle F = 95^\circ$, $\angle B = x^\circ$ 일 때, x 의 값은?

- ① 105° ② 115° ③ 125°
 ④ 135° ⑤ 145°

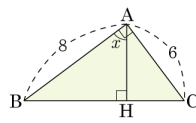


해설



보조선 BE를 그으면 내접하는 사각형이 두 개 있다. 대각의 합은 180° 이므로 $\angle ABE = 85^\circ$, $\angle EBC = 30^\circ$ 따라서 $x^\circ = 115^\circ$ 이다.

19. 다음 그림에 대하여 $\sin x + \cos x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{5}$

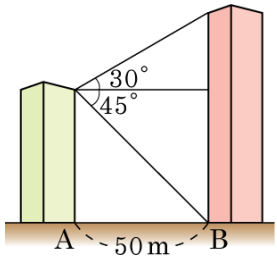
해설

$\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 이다.

직각삼각형 ABC 와 직각삼각형 HBA 는 서로 AA 닮음이므로 $\angle BAH = \angle ACH$ 이다.

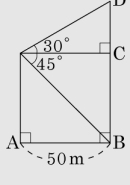
따라서 $\sin x = \frac{4}{5}, \cos x = \frac{3}{5}$ 이고, $\sin x + \cos x = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 간격이 50m 인 두 건물 A 건물 옥상에서 B 건물을 올려다 본 각도는 30° 이고, 내려다 본 각도는 45° 일 때, B 건물의 높이는?



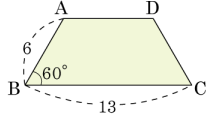
- ① $50(\sin 30^\circ + \sin 45^\circ)$ m ② $50(\tan 30^\circ + \tan 45^\circ)$ m
 ③ $50(\cos 30^\circ + \cos 45^\circ)$ m ④ $50(\sin 30^\circ + \tan 45^\circ)$ m
 ⑤ $50(\cos 30^\circ + \tan 45^\circ)$ m

해설



$$\begin{aligned} \overline{DC} &= 50 \tan 30^\circ, \overline{BC} = 50 \tan 45^\circ \\ \text{따라서 } \overline{DB} &= \overline{DC} + \overline{CB} \\ &= 50 \tan 30^\circ + 50 \tan 45^\circ \\ &= 50(\tan 30^\circ + \tan 45^\circ) \text{ m 이다.} \end{aligned}$$

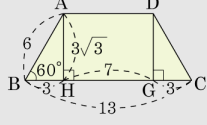
21. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



- ① $10\sqrt{2}$ ② $20\sqrt{2}$ ③ $20\sqrt{3}$ ④ $30\sqrt{2}$ ⑤ $30\sqrt{3}$

해설

점 A 와 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, G 라 할 때



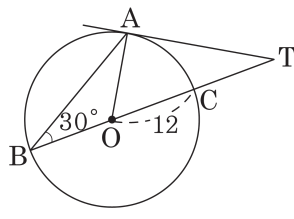
$$\overline{AH} = 6 \times \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$\overline{BH} = 6 \times \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\overline{CG} = 3 \text{ 이므로 } \overline{HG} = \overline{AD} = 7$$

$$\square ABCD \text{ 넓이} = \frac{1}{2} \times (7 + 13) \times 3\sqrt{3} = 30\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

22. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 12 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?

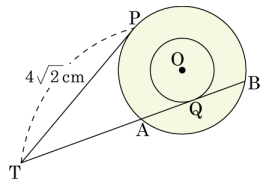


- ① 7 ② 9 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60^\circ$, $\angle ATC = 30^\circ$, $\overline{OA} = 12$
 $1 : 2 = 12 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 24$
 $\therefore \overline{CT} = 24 - 12 = 12$

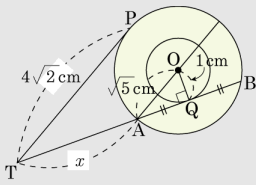
23. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 1 cm , $\sqrt{5}\text{ cm}$ 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 $\overline{PT}$ 과 $\overline{QT}$ 를 긋고 $\overrightarrow{TQ}$ 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A, B라 한다. $PT = 4\sqrt{2}\text{ cm}$ 일 때, TB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 8 cm

해설



$$\overline{OQ} = 1 \text{ cm} \quad , \overline{OA} = \sqrt{5} \text{ cm} \quad , \angle OQA = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{AQ} = \sqrt{5-1} = 2(\text{ cm})$$

$$\therefore \overline{QB} = \overline{AQ} = 2(\text{cm})$$

$\overline{TA} = x$ 라 하면

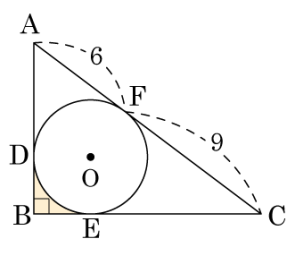
$$\overline{PT}^2 = \overline{TA} \times \overline{TB}$$

$$(4\sqrt{2})^2 = x \times (x + 4)$$

$$(4 \sqrt{2})^{-1} = x \times x^2 + 4x - 32$$

$$\therefore x = 4 \text{ (cm)}$$

24. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?

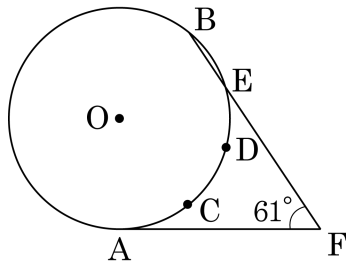


- ① $10 - \frac{9}{4}\pi$ ② $9 - \pi$ ③ $\frac{44}{9} - \pi$
 ④ $9 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20 - 5\pi$

해설

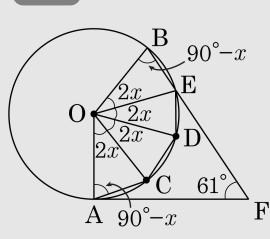
원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 6$ 이므로 $\overline{AB} = 6 + x$,
 $\overline{CE} = \overline{CF} = 9$ 이므로 $\overline{BC} = 9 + x$
 $(6 + x)^2 + (x + 9)^2 = 15^2$
 $x^2 + 15x - 54 = 0$
 $(x + 18)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = 3$
 색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE에서 부채꼴 ODE의 넓이를 뺀 것과 같다.
 $\therefore 3^2 - \frac{1}{4} \times 3^2 \times \pi = 9 - \frac{9}{4}\pi$

25. 다음 그림에서 세 점 C,D,E 는 호 AB 의 사등분점이고, 점 A 는 원 O 의 접점일 때, $\angle CAD$ 의 크기는?



- ① 16° ② 17° ③ 18° ④ 19° ⑤ 20°

해설



$\angle CAD = x$ 라 하면

$$\angle COD = 2\angle CAD = 2x \text{ 이다.}$$
$$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD} = 5.0\text{pt}\widehat{DE} = 5.0\text{pt}\widehat{EB} \text{ 이므로}$$
$$\angle AOC = \angle DOE = \angle EOB = 2x \text{ 이다.}$$
 $\angle AOC = \angle I$
 $\triangle OAC$ 에서
$$\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 2x) = 90^\circ - x \text{ 이다.}$$
$$\triangle OBE \equiv \triangle OAC \text{ 이므로}$$

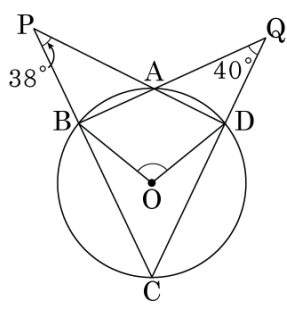
$\triangle OBE \equiv \triangle OAC$ 이므로
 $\angle OBE = \angle OAC = 90^\circ - x$ 이다.

$\angle OBE = \angle OAC = 90^\circ - x$ 이다.
 $\square OAFB$ 에서 네 각의 크기의 합은

□OAFB에서 네 각의 크기의 합은
 $8x + 90^\circ + 61^\circ + (90^\circ - x) = 360^\circ$ 이다.

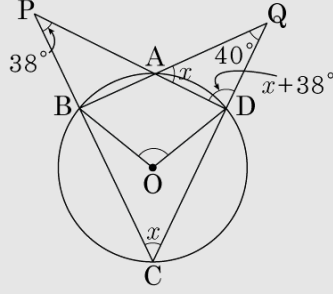
$$8x + 90^\circ +$$
$$7x = 119^\circ$$

26. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 38^\circ$, $\angle BQC = 40^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



- ① 78° ② 82° ③ 90° ④ 98° ⑤ 102°

해설



$\angle BCD = \angle x$ 라 하면 $\angle ADQ = \angle x + 38^\circ$,
 $\angle DAQ = \angle BCD = x$
 $\triangle ADQ$ 의 세 내각의 크기의 합은
 $\angle x + (\angle x + 38^\circ) + 40^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 51^\circ$ 이다.
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 51^\circ = 102^\circ$

27. $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \cdots + \sin^2 90^\circ$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{91}{2}$

해설

$$\sin^2 1^\circ = \cos^2 89^\circ = 1 - \sin^2 89^\circ$$

$$\sin^2 2^\circ = \cos^2 88^\circ = 1 - \sin^2 88^\circ$$

$$\sin^2 3^\circ = \cos^2 87^\circ = 1 - \sin^2 87^\circ$$

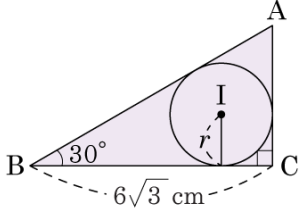
⋮

$$\sin^2 44^\circ = \cos^2 46^\circ = 1 - \sin^2 46^\circ$$

$$\text{따라서 } \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \cdots + \sin^2 90^\circ = 44 + \sin^2 45^\circ +$$

$$\sin^2 90^\circ = \frac{91}{2} \text{ 이다.}$$

28. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 30^\circ$ 이고, $\overline{BC} = 6\sqrt{3}\text{ cm}$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{3} - 3$ cm

해설

$$\overline{AC} = \overline{BC} \tan 30^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\text{또, } \cos 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3} \times \frac{6}{\sqrt{3}} = 12 \text{ (cm)}$$

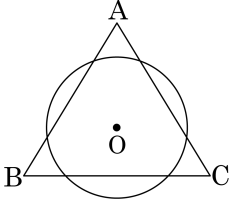
$\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하면

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB$$

$$\frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times r + \frac{1}{2} \times 6 \times r + \frac{1}{2} \times 12 \times r$$

$$(9 + 3\sqrt{3})r = 18\sqrt{3} \quad \therefore r = 3\sqrt{3} - 3 \text{ (cm)}$$

29. 다음 그림과 같이 원 O는 정삼각형 ABC의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C에 가장 가까운 점들과 만난다. 정삼각형 ABC의 넓이가 $4\sqrt{3}$ 일 때, 원의 중심 O에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

그림과 같이 원의 중심 O에서 삼각형 ABC에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G라 하면 구하고자 하는 값은 $\overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG}$ 의 값과 같다.

그런데 원 O는 정삼각형 ABC의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C에 가장 가까운 점들과 만나므로 정삼각형 ABC에 의해 만들어지는 현의 길이는 모두 같다.

따라서 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$, $\overline{OG}$ 의 길이는 모두 같다.

정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a 라 하면 넓이가 $4\sqrt{3}$ 이므로

$$a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}, a^2 = 16$$

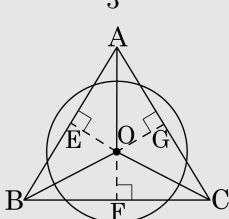
$$\therefore a = 4 (\because a > 0)$$

이때 $\overline{OE} = x$ 라 하면

$$\triangle ABC = \triangle AOB + \triangle AOC + \triangle BOC \text{ 이므로}$$

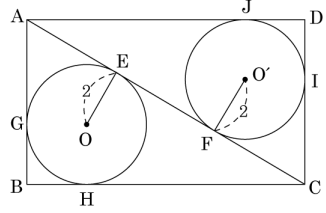
$$x \times 4 \times \frac{1}{2} \times 3 = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$



따라서 원의 중심 O에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합은 $2\sqrt{3}$ 이다.

30. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 반지름의 길이가 2 인 두 원 O, O' 이 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 에 내접한다. $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 28 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AB} < \overline{BC}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면 $\overline{BC} = 14 - x$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AG} + \overline{CH} \\ &= (\overline{AB} - \overline{BC}) + (\overline{BC} - \overline{BH})\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{AC} = (x - 2) + (14 - x - 2) = 10$$

$$\triangle ABC \text{ 에서 } x^2 + (14 - x)^2 = 10^2$$

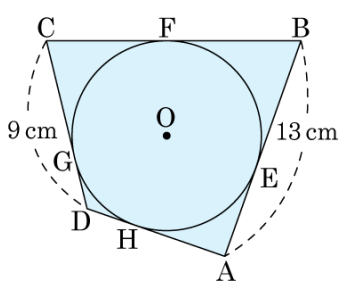
$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = 8$$

그런데 $\overline{AB} < \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$

이때 $\overline{AE} = \overline{CF} = 6 - 2 = 4$ 이므로

$$\therefore \overline{EF} = 10 - 4 - 4 = 2$$

31. 다음 그림과 같이 반지름이 4 cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

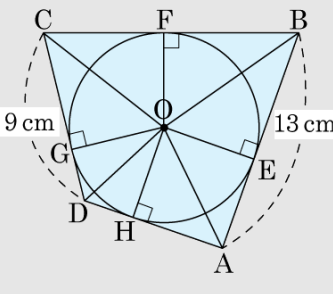


▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 88 cm²

해설

외접 사각형의 성질에 의해서
 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 22 \text{ cm}$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로 (사각형의 넓이)

$$\begin{aligned}
 &= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA \\
 &= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r \\
 &= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}) \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 44 = 88 (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$