1. 마름모의 성질이 아닌 것은?

① 두 대각선의 길이가 같다.

② 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

③ 대각선에 의해 대각이 이등분된다.

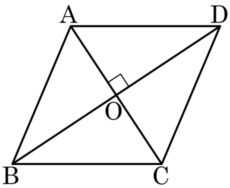
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

⑤ 대각의 크기가 같다.

해설

두 대각선의 길이는 같지 않다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?

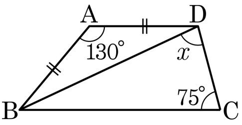


① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

마름모의 두 대각선은 서로 수직이등분하므로 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 평행사변형 ABCD 는 마름모가 된다.

3. □ABCD 에서 $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 일 때, x 의 크기는?



① 65 ° ② 68 ° ③ 70 °

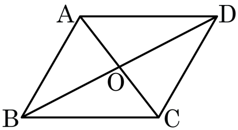
④ 75 ° ⑤ 80 °

해설

$\angle DBA = \angle ADB = (180° - 130°) \div 2 = 25°$

$x = 180° - (25° + 75°) = 80°$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 증명하려고 할 때, 다음 중 필요한 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

② $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

③ $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$

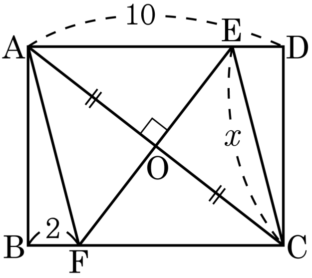
④ $\triangle OBC \equiv \triangle OCD$

⑤ $\triangle OCD \equiv \triangle ODA$

해설

$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$ 일 때,
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

5. 직사각형 ABCD 에서 x 의 길이를 구하여라.



① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

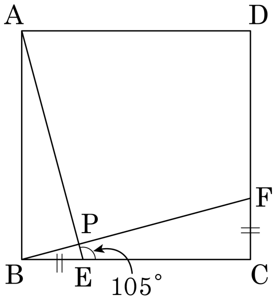
$\triangle ABF \equiv \triangle CDE$(RHS 합동) 이므로

$\overline{BF} = \overline{ED}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CE} = 10 - 2 = 8$

$\therefore x = 8$

6. 오른쪽 그림과 같은 □ABCD는 정사각형이다. $\overline{BE} = \overline{CF}$이고, $\angle CEP = 105^\circ$일 때, $\angle CBF$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15°

해설

$\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$

$\angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$

$\overline{BE} = \overline{CF}$

$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)

$\triangle ABE$에서

$\angle BAE + \angle B + \angle AEB = 180^\circ$

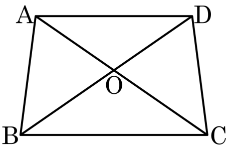
$\angle BAE + 90^\circ + 75^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle BAE = 15^\circ$

대응각으로 $\angle CBF = \angle BAE$이므로

$\angle CBF = 15^\circ$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD이 있다. $\angle BAD = \angle CDA$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC}$

② $\angle ABC = \angle DCB$

③ $\overline{OA} = \overline{OD}$

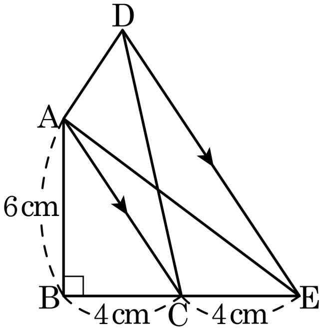
④ $\overline{AD} = \overline{DC}$

⑤ $\angle BAC = \angle CDB$

해설

사다리꼴 ABCD에서 $\angle BAD = \angle CDA$ 이므로 ABCD는 등변사다리꼴이 된다.
한편 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이고 $\triangle OAD$ 는 이등변삼각형이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AC}} // \overline{\mathrm{DE}}$ 이고, $\overline{\mathrm{AB}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CE}} = 4\mathrm{cm}$ 일 때, $\square\mathrm{ABCD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

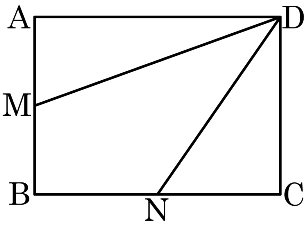
▷ 정답 : 24 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} // \overline{\mathrm{DE}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ACD} = \triangle\mathrm{ACE}$

$$
\begin{aligned}
\square\mathrm{ABCD} &= \triangle ABC + \triangle ACD \\
&= \triangle ABC + \triangle ACE \\
&= \triangle\mathrm{ABE} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\mathrm{cm}^2)
\end{aligned}
$$

9. 직사각형 ABCD 에서 점 M, N 은 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\square ABCD = 50cm^2$ 일 때, $\square MBND$ 의 넓이를 구하면?



① $12.5cm^2$ ② $20cm^2$ ③ $25cm^2$

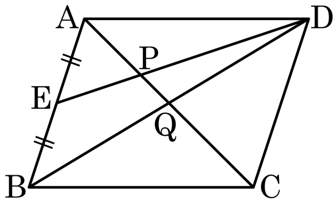
④ $27.5cm^2$ ⑤ $30cm^2$

해설

점 M, N 이 모두 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이므로

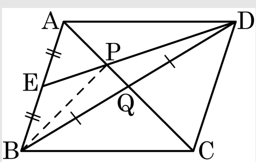
$\square MBND = \frac{1}{2}\square ABCD = 25cm^2$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E는 변 AB 의 중점이고, $\overline{DP} : \overline{PE} = 2 : 1$ 이다. 평행사변형의 넓이는 48cm^2 일 때, $\triangle DPQ$ 의 넓이는?



① 4cm^2 ② $\dfrac{9}{2}\text{cm}^2$ ③ 5cm^2
④ $\dfrac{11}{2}\text{cm}^2$ ⑤ 6cm^2

해설



$\triangle BDE = \dfrac{1}{2}\triangle ABD = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2}\square ABCD = 12(\text{cm}^2)$

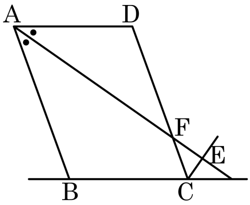
$\triangle DBP : \triangle EBP = 2 : 1$ 이므로

$\triangle DBP = \dfrac{2}{3}\triangle BDE = \dfrac{2}{3} \times 12 = 8(\text{cm}^2)$

$\triangle BPQ : \triangle DPQ = 1 : 1$

$\triangle DPQ = \dfrac{1}{2}\triangle DBP = \dfrac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$A 의 내각의 이등분선과 $\angle$C 의 외각의 이등분선의 교점을 E 라고 할 때, $\angle \mathrm{AEC} =$ (   )$^\circ$ 이다. (   )안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\angle \mathrm{BAE} = a$

$\angle \mathrm{DCE} = b$ 라 하면

$\angle \mathrm{B} = 2b$ 이고

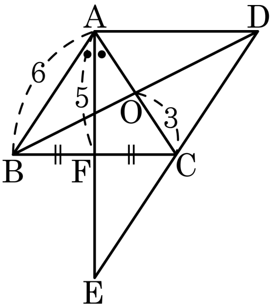
$\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{B} = 180^\circ$ 이므로

$a + b = 90^\circ$

$\overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\angle \mathrm{BAF} = \angle \mathrm{CFE} = a$

$\therefore \angle \mathrm{AEC} = 180^\circ - (a + b) = 90^\circ$

12. 다음 평행사변형 ABCD에서 $\angle BAC$의 이등분선이 $\overline{BC}$의 중점을 지나고, $\overline{AF}=5$, $\overline{AB}=6$, $\overline{OC}=3$일 때, $\triangle ACE$의 둘레를 구하면?



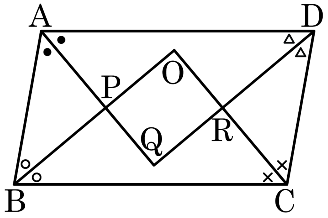
① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$\angle AFB = \angle CFE$, $\angle BAF = \angle FEC$이고, $\overline{BF} = \overline{FC}$이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle ECF$이다.

따라서 $\triangle ACE$의 둘레는 $6+6+5+5=22$이다.

13. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선의 교점으로 만들어지는 사각형 OPQR는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 마름모 ③ 등변사다리꼴

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로

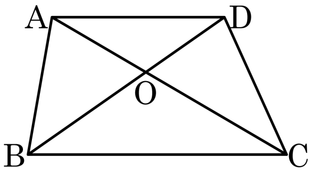
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$

$\triangle AQD$ 에서 $\angle AQD = (180 - 90)° = 90°$

마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$

$\therefore$ 직사각형

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA}:\overline{OC}=2:3$ 이다. $\triangle AOD=10\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\dfrac{125}{2}$ cm^2

해설

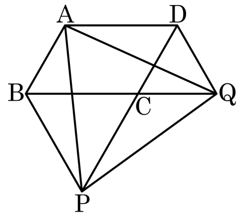
$\triangle AOD$, $\triangle DOC$ 는 높이가 같다. $2:3=10\text{cm}^2:\triangle DOC$, $\triangle DOC=15\text{cm}^2$

$\triangle ABD=\triangle ACD$ 이므로 $\triangle ABO=\triangle DOC=15\text{cm}^2$

$\triangle ABO$, $\triangle BCO$ 는 높이가 같다. $2:3=15\text{cm}^2:\triangle OBC$, $\triangle OBC=\dfrac{45}{2}\text{cm}^2$

$\square ABCD=\triangle AOD+\triangle DOC+\triangle OBC+\triangle ABO=10+15+15+\dfrac{45}{2}=\dfrac{125}{2}(\text{cm}^2)$

15. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, CD 를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 BPC 와 CQD 를 그렸다. $\overline{AP} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle QDA$ 에서

$\overline{AB} = \overline{QD}$, $\overline{BP} = \overline{DA}$

$\angle QDA = \angle ABP$

$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle QDA$ (SAS 합동) $\cdots$ ①

$\triangle ABP$ 와 $\triangle QCP$ 에서

$\overline{AB} = \overline{QC}$, $\overline{BP} = \overline{CP}$

$$\begin{aligned}\angle QCP &= 360° - 60° - 60° - \angle DCB \\ &= 240° - (180° - \angle ABC) \\ &= 60° + \angle ABC \\ &= \angle ABP\end{aligned}$$

$\therefore$ $\triangle ABP \equiv \triangle QCP$ (SAS 합동) $\cdots$ ②

①, ②에서 $\overline{AP} = \overline{AQ} = \overline{PQ}$ 이므로 $\overline{PQ} = 6$ (cm) 이다.