

1. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{1}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{1} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

2. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

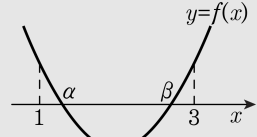
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a + 4)(a - 4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$

$\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$

$\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

3. 이차방정식 $x^2 - (a+1)x - 3 = 0$ 의 한 근은 1보다 크고, 다른 한 근은 1보다 작도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > -1$

② $a > -2$

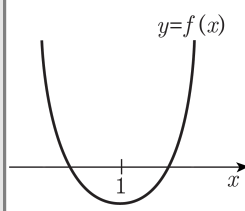
③ $a > -3$

④ $a > -4$

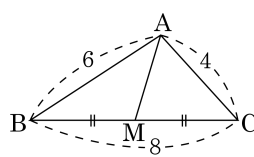
⑤ $a > -5$

해설

$f(x) = x^2 - (a+1)x - 3$ 이라 하면
 $f(x) = 0$ 의 한 근은 1보다 크고
다른 한 근은 1보다 작으므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
즉, $f(1) < 0$ 이므로 $-a-3 < 0$
 $\therefore a > -3$



4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 4$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 M일 때, $\overline{AM}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

중선정리에 의하여
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 이므로

$$6^2 + 4^2 = 2(\overline{AM}^2 + 4^2)$$

$$36 + 16 = 2\overline{AM}^2 + 32$$

$$\therefore \overline{AM}^2 = 10$$

5. 좌표평면 위의 두 점 A(1,0), B(5,4)에 대하여 조건 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 를 만족하는 점 P의 자취의 방정식을 구하면?

- ① $x - y + 1 = 0$ ② $x + 2y + 4 = 0$ ③ $x + y + 3 = 0$
④ $x - 3y + 4 = 0$ ⑤ $x + y - 5 = 0$

해설

점 P의 좌표를 (x, y)로 놓고 주어진 조건

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 를 이용하여

x, y사이의 관계식을 구한다.

점 P의 좌표를 (x, y)로 놓자.

이때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$$(x-1)^2 + (y-0)^2 = (x-5)^2 + (y-4)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 - 10x + 25 + y^2 - 8y + 16$$

$$8x + 8y - 40 = 0$$

$$\therefore x + y - 5 = 0$$

6. 세 점 $A(-1, -4)$, $B(3, -3)$, $C(7, 1)$ 과 좌표평면 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값은?

① 46 ② 45 ③ 44 ④ 43 ⑤ 42

해설

점 P 를 $P(x, y)$ 라고 하면
 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$
 $= \{(x+1)^2 + (y+4)^2\}$
 $+ \{(x-3)^2 + (y+3)^2\}$
 $+ \{(x-7)^2 + (y-1)^2\}$
 $= x^2 + 2x + 1 + y^2 + 8y + 16 + x^2 - 6x + 9$
 $+ y^2 + 6y + 9 + x^2 - 14x + 49 + y^2 - 2y + 1$
 $= 3x^2 - 18x + 3y^2 + 12y + 85$
 $= 3(x^2 - 6x + 9) + 3(y^2 + 4y + 4) + 46$
 $= 3(x-3)^2 + 3(y+2)^2 + 46$
따라서 $x=3$, $y=-2$ 일 때,
 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값은 46 이다.

7. 두 부등식 $x^2 - x - 2 > 0$, $x^2 - (a - 3)x - 3a < 0$ 를 동시에 만족하는 정수가 -2 뿐일 때, a 의 값의 범위를 구하면 $m < a \leq n$ 이다. mn 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

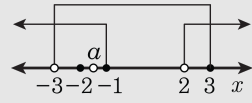
▷ 정답 : -6

해설

$$x^2 - x - 2 > 0 \text{에서 } x < -1, x > 2$$

$$x^2 - (a - 3)x - 3a < 0 \text{에서}$$

$$(x + 3)(x - a) < 0$$



그림에서와 같이 동시에 만족하는 정수값이 -2 뿐이려면 $-2 < a \leq 3$ 이다.

$$\therefore -2 < a \leq 3$$

8. 세 변의 길이가 $x, x+1, x+2$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되는 x 의 범위가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x > 0 \dots\dots \textcircled{㉠}$
 $x+2$ 가 최대변이므로
 $x+2 < (x+1) + x \quad \therefore x > 1 \dots\dots \textcircled{㉡}$
둔각삼각형이 되는 조건은
 $(x+2)^2 > (x+1)^2 + x^2$
 $\therefore -1 < x < 3 \dots\dots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에서 공통범위를 구하면
 $1 < x < 3$
 $\therefore \alpha = 1, \beta = 3$
 $\therefore \alpha + \beta = 4$

9. 좌표평면 위에 있는 세 점 A(2, 10), B(-8, -14), C(10, 4)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 할 때, D의 좌표는?

- ① D(5, 1) ② D(5, -1) ③ D(-5, 1)
 ④ D(-5, -1) ⑤ D(2, -3)

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AD}$ 가 각의 이등분선일 때,

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이다.

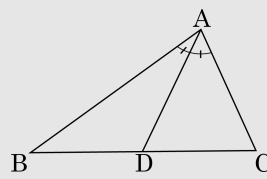
$\overline{AB} = 26$, $\overline{AC} = 10$ 이고

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로

D는 $\overline{BC}$ 를 13 : 5로 내분하는 점이다.

$$D\left(\frac{13 \times 10 + 5 \times (-8)}{13 + 5}, \frac{13 \times 4 + 5 \times (-14)}{13 + 5}\right)$$

$\therefore D(5, -1)$



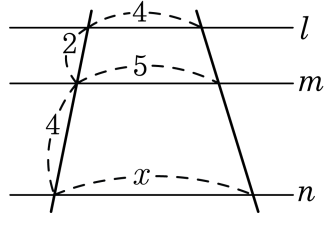
10. 세 점 $A(-4, 0)$, $B(4, 0)$, $C(0, 3)$ 과 점 $P(x, y)$ 가 있다. $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 최솟값과 그 때의 점 P 의 좌표는?

- ① 30, $P(0, 1)$ ② 30, $P(0, 2)$ ③ 38, $P(0, 1)$
④ 34, $P(0, 2)$ ⑤ 38, $P(0, 2)$

해설

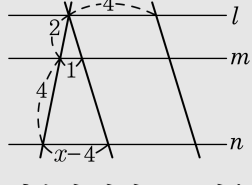
$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (x+4)^2 + y^2 + (x-4)^2 + y^2 + x^2 + (y-3)^2 \\ &= 3x^2 + 3y^2 - 6y + 41 \\ &= 3x^2 + 3(y-1)^2 + 38 \\ & \text{따라서 최솟값 } 38, \quad P(0, 1) \end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 $l//m//n$ 일 때, x 의 값은?



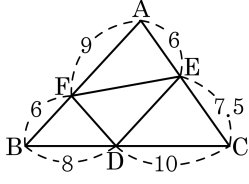
- ① 7 ② 7.5 ③ 8 ④ 8.5 ⑤ 9

해설



다음과 같이 보조선을 그으면
 $2 : 1 = 6 : (x - 4)$ 이므로 $2x - 8 = 6$
 $\therefore x = 7$

12. 다음 그림에서 선분 DE, EF, FD 중에서 $\triangle ABC$ 의 변에 평행한 선분을 기호로 나타내어라.



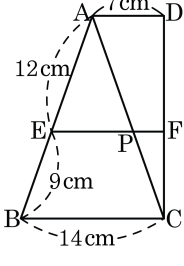
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{ED}$

해설

$$\begin{aligned} 9 : 6 &\neq 6 : 7.5 \\ 8 : 10 &\neq 6 : 9 \\ 7.5 : 6 &= 10 : 8 \\ \therefore \overline{AB} &\parallel \overline{ED} \end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{EP}$ 와 $\overline{PF}$ 의 길이의 차를 구하여라.



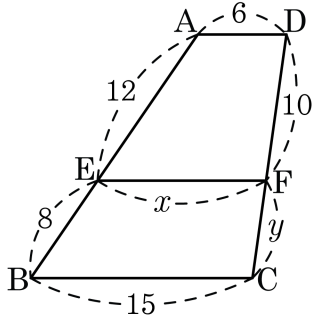
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$$\begin{aligned} 12 : 21 &= \overline{EP} : 14, \overline{EP} = 8 \text{ (cm)} \\ 9 : 21 &= \overline{PF} : 7, \overline{PF} = 3 \text{ (cm)} \\ \therefore \overline{EP} - \overline{PF} &= 8 - 3 = 5 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 이다. $5x + 3y$ 의 값을 구하면?



- ① 56 ② 65 ③ 73 ④ 77 ⑤ 88

해설

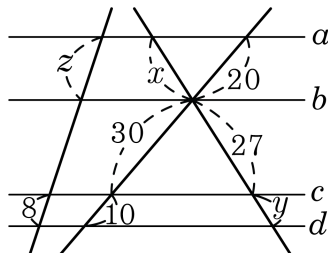
$\overline{AB}$ 를 점 D 로 평행이동 하여 삼각형을 만들면,

$12 : 20 = (x - 6) : 9 \quad \therefore x = \frac{57}{5}$

$12 : 8 = 10 : y \quad \therefore y = \frac{20}{3}$

따라서 $5x + 3y = 5 \times \frac{57}{5} + 3 \times \frac{20}{3} = 77$

15. 다음 그림에서 $a \parallel b \parallel c \parallel d$ 일 때, $x + y + z$ 의 값은?

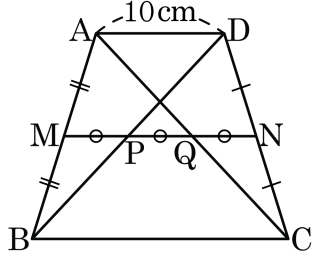


- ① 35 ② 38 ③ 40 ④ 43 ⑤ 45

해설

$20 : 30 = x : 27$ 이므로 $x = 18$
 $30 : 10 = 27 : y$ 이므로 $y = 9$
 $20 : 10 = z : 8$ 이므로 $z = 16$
 $\therefore x + y + z = 43$

16. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 두 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{MP} = \overline{PQ} = \overline{QN}$ 일 때, BC 의 길이를 구하여라.



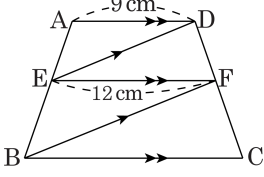
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 20cm

해설

$\overline{BM} : \overline{BA} = \overline{MP} : \overline{AD}$ 에서 $1 : 2 = \overline{MP} : 10$ 이다.
따라서 $\overline{MP} = 5$ 이다.
 $\overline{MQ} = 2\overline{MP}$ 이므로 $\overline{MQ} = 10\text{cm}$ 이다.
 $1 : 2 = 10 : \overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC} = 20$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 사다리꼴에서 $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



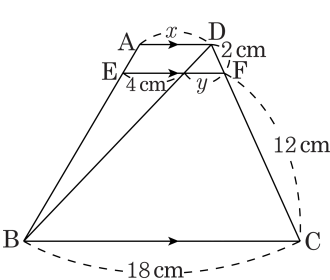
▶ 답 :

▷ 정답 : 16 cm

해설

$\triangle AED \sim \triangle EBF$ (AA 닮음) 이므로
 $\overline{AE} : \overline{EB} = 9 : 12 = 3 : 4$
 $\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{DF} : \overline{FC} = 3 : 4$
 또한, $\triangle DEF \sim \triangle FBC$ (AA 닮음) 이므로
 $\overline{EF} : \overline{BC} = \overline{DF} : \overline{FC} = 3 : 4$
 따라서 $12 : \overline{BC} = 3 : 4$ 이므로
 $\overline{BC} = 16$ (cm)

18. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$ 일 때, xy 의 길이를 구하여라.



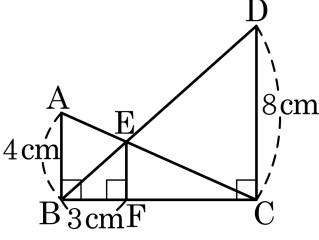
▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\triangle ABD$ 에서
 $12 : (12 + 2) = 4 : x$, $12 : 14 = 4 : x$, $6 : 7 = 4 : x$
 $6x = 28$
 $\therefore x = \frac{14}{3}(\text{cm})$
 $\triangle DBC$ 에서 $2 : (2 + 12) = y : 18$
 $2 : 14 = y : 18$
 $14y = 36$
 $\therefore y = \frac{18}{7}(\text{cm})$
 $\therefore xy = 12$

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{CD}$ 이고 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BF} = 3\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$, $\angle DCF = 90^\circ$ 라 할 때, $\square EFC D$ 의 넓이는?

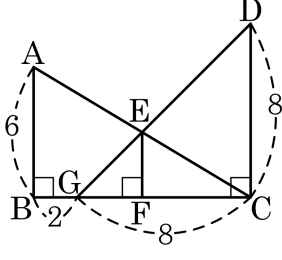


- ① 20cm^2
 ② 24cm^2
 ③ 32cm^2
- ④ 36cm^2
 ⑤ 40cm^2

해설

$\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{AE} : \overline{CE} = 1 : 2$ 이다.
 i) $\overline{BE} : \overline{DE} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{EF} : \overline{CD} = 1 : 3$ 이다.
 따라서 $\overline{EF} : 8 = 1 : 3$ 이므로 $\overline{EF} = \frac{8}{3}\text{cm}$ 이다.
 ii) $1 : 2 = 3 : \overline{CF}$, $\overline{CF} = 6(\text{cm})$
 $\therefore \square EFC D = \frac{1}{2} \times 6 \times \left(8 + \frac{8}{3} \right) = 3 \times \frac{32}{3} = 32(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 $\angle B = \angle BFE = \angle DCG = 90^\circ$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{DC} = 8$, $\overline{BG} = 2$, $\overline{GC} = 8$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



- ① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 3.5 ⑤ 4

해설

$\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\overline{GF} : \overline{GC} = \overline{EF} : \overline{CD}$
 $\overline{GF} : 8 = x : 8$, $\overline{GF} = x$
 $\therefore \overline{CF} = 8 - x$
 $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ 이므로 $\overline{CF} : \overline{CB} = \overline{EF} : \overline{AB}$
 $(8 - x) : 10 = x : 6$
 $10x = 6(8 - x)$
 $10x = 48 - 6x$
 $16x = 48$
 $\therefore x = 3$